ПРИМЕНЕНИЕ НЕЧЕТКОЙ ЛОГИКИ ДЛЯ ЗАДАЧ КОЛЛЕКТИВНОГО ВЫБОРА

Николай Маляр

Abstract: *Рассматриваются проблемы коллективного выбора. Обсуждаются преимущества и недостатки коллективного выбора, различные подходы для решения этих задач. Предлагается подход, позволяющие использовать аппарат нечеткой логики для моделирования задач коллективного выбора.*

Keywords*: коллективный выбор, нечеткая логика, принятие решений.*

ACM Classification Keywords*: H.1.1.Systems and Information Theory.*

Введение

Очень часто при решении практических задач возникает ситуация, когда одно лицо, принимающее решение (ЛПР), не в силах принять верное решение и обязан обратиться за помощью к другим ЛПР, имеющих одинаковые намерения и полномочия. Такой процесс носит название коллективный, групповой или коллегиальный выбор.

Сформулируем задачу коллективного выбора следующим образом. Пусть имеется множество альтернатив, которое может быть задано дискретным или континуальным образом. Предположим, что это множество состоит из m объектов (проектов, планов, кандидатов и т.д.), обозначим его через $A = \{a_1, a_2, \ldots, a_m\}$ и в дальнейшем будем называть множеством альтернатив.

Пусть также имеется группа из n ЛПР $I = \{i_1, i_2, \ldots, i_n\}$, которыми на данном множестве альтернатив задано n различных индивидуальных предпочтений $P_1, P_2, \ldots, P_n$.

Ставится задача о выработке некоторого нового отношения *P*, которое будет выражать в некотором смысле „общее мнение” и позволит выбрать (выделить) из множества альтернатив *A* одну или несколько равнозначных альтернатив.

Перед тем, как выработать коллективное решение, каждый участник из группы ЛПР должен ознакомится со свойствами альтернатив и дать им соответствующую оценку, при этом несущественно, руководствуется ли он субъективными соображениями или учитывает объективные характеристики альтернатив, ведет себя как эгоист или как альтруист.

На основании этих оценок строятся предпочтения и с помощью определенного правила, которое называется функцией коллективного выбора, процедурой голосования, методом объединения, арбитражной схемой производится выбор единственной (или нескольких равнозначных) альтернативы.

Правила коллективного выбора

Рассмотрим часто используемые правила коллективного выбора [Вержбицкий, 1987; Мулен, 1991].

Широко распространенным способом получения отношения *P* являются процедуры голосования. В этих процедурах групповое предпочтение совпадает с правилом большинства. Различаются: правило простого большинства, когда принятой считается альтернатива, получившая предпочтение не менее, чем [n/2]+1 голосов членов группы. Чем в большей степени коллективное решение влияет на каждого ЛПР, тем в большей степени он заинтересован в сохранении своего права вето. Поэтому правило простого большинства не приемлемо во многих ситуациях и вместо него используется правило квалифицированного большинства (например, две трети или три четверти голосов) или абсолютного большинства. Правило абсолютного большинства – это процедура, в которой с выбранной альтернативой согласны все члены группы. Это правило называется консенсусом или правилом единогласия и очень широко используется в современном международном праве. К этой группе правил относится правило взвешенного большинства, которое используется в международных организациях и различных акционерных обществах. Суть его заключается в том, что страна-участница или акционер обладают числом голосов, зависящих от размера его взноса или числа акций, которыми он обладает. Недостатком правила большинства является игнорирование мнения меньшинства.

Принцип диктаторства – это процедура, согласно которой принимается решение одним из членов группы. Она чаще всего применяется в военных действиях и чрезвычайных обстоятельствах.

Правило суммирования рангов учитывает мнения всех членов коллектива. Данный принцип широко используется на практике, например, для выставления оценок в спортивных состязаниях.

Принцип минимальных отклонений, согласно которому коллективным решением должно быть решение, минимизирующее расхождение между индивидуальными предпочтениями отдельных ее членов и предпочтениями группы в целом.

Как видим из приведенного выше, принятие коллективного решения является сложной процедурой и не существует универсального правила, которое может быть использовано при решении конкретной задачи. Таким образом, возникает необходимость в разработке новых подходов для решения данных проблем.

Построение нечетких множеств

Рассмотрим класс задач коллективного выбора, для которых свойства альтернатив могут оцениваться несколькими критериями эффективности. Пусть задано универсальное множество критериев эффективности, по которым может быть оценено множество альтернатив. Каждое ЛПР из группы может формировать свое подмножество критериев, по которым оно может оценить множество альтернатив, наперед не известное всем остальным членам группы.

Опишем задачу выбора для одного ЛПР. Задано множество альтернатив *A* и множество критериев U^i, по которым оцениваются альтернативы. Необходимо решить задачу ранжирования этих альтернатив.

Математическая модель данной задачи запишется в следующем виде:

Альт. / Крит.	a_1	a_2	...	a_m
u_1^i	o_{11}	o_{12}	...	o_{1m}
u_2^i	o_{21}	o_{22}	...	o_{2m}
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
$u_{l_k}^i$	$o_{l_k 1}$	$o_{l_k 2}$	$\ldots$	$o_{l_k m}$

где o_{lj} - числовая оценка j - ой альтернативы по l -му критерию. Число альтернатив равно m для всех членов группы, а количество критериев l_k - величина переменная, то есть для каждого участника - своя. Модель такого вида - это модель задачи выбора на языке матрицы решений, то есть задана матрица оценок альтернатив $O^i = \left(O_{lj}\right)$, $l = \overline{1, l_k^i}$, $j = \overline{1, m}$.

Не ограничивая общности, предположим, что все альтернативы принадлежат множеству Парето, а наилучшей считается альтернатива, для которой оценки достигают своего максимального или минимального значения. Пусть все оценки – положительные числа, иначе можно применить преобразование

$$O_{lj} = \left| \max_j O_{ij} - \min_j O_{ij} \right| - O_{lj} .$$

Таким образом, множество альтернатив *A* представляет собой некоторое подмножество точек из евклидового пространства E_{++}. Поскольку перед каждым ЛПР стоит задача ранжирования альтернатив, то для решения этой задачи используется метод, описанный в работах [Волошин, Маляр, 2005; Маляр, 2005, Маляр, 2006]. Опишем схему данного метода.

Каждый участник коллективного выбора выбирает из универсального множества критериев свое подмножество и делает по этому подмножеству оценку множества альтернатив. Для этой процедуры могут быть привлечены эксперты. Далее, каждый ЛПР обязан задать свою «точку удовлетворения» и описать нечеткое множество относительно этой точки. «Точкой удовлетворения» называется «абстрактная» альтернатива, оценки которой могут удовлетворить ЛПР. Нечеткое множество может быть описано, например, как множество альтернатив «близких», «лучших» и т.д. к «точке удовлетворения».

Результатом работы этого метода будет профиль, заданный функцией принадлежности данному нечеткому множеству. Таким образом, каждый индивидуум задает свой профиль ранжирования.

На основании индивидуальных профилей составим реляционное отношение $I \times X$ в виде матрицы:

	X_1	X_2	...	X_m
I_1	μ_{11}	μ_{12}	...	μ_{1m}
I_2	μ_{21}	μ_{22}	...	μ_{2m}
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$

где μ_{ij} - функция принадлежности множества, определенному i-ым ЛПР для j-ой альтернативы. Этот профиль можно рассматривать как нечеткое отношение $\tilde{R}$ между ЛПР и альтернативами.

Каждый ЛПР из группы может по разному влиять на принятие коллективного решения. Это может быть связано с его компетентностью, авторитетом, количеством акций и т.д. Опишем, например, шкалу «степеней» владения профессиональными навыками для нечеткого отношения «компетентность»

Степень знания	*Числовой эквивалент*
Очень высокая	*1*
Высокая	*0,8*
Достаточная	*0,6*
Средняя	*0,5*
Удовлетворительная	*0,4*
Недостаточная	*0,2*
Неудовлетворительная	*0*

По этой шкалой, можем построить на множестве ЛПР I нечеткое множество $\tilde{B}$ ”компетентность”. В дальнейшем воспользуемся нечетким логическим выводом [Кофман, 1982].

Определение. *Нечетким логическим выводом* называется получение заключения в виде нечеткого множества, соответствующего текущим значениях входов, с использованием нечеткой базы знаний и нечетких операций.

Основой нечеткого логического вывода является композиционное правило Заде, которое формулируется следующим образом: если известно нечеткое отношение $\tilde{R}$ между входной (x) и выходной (y) переменными, то при нечетком значении входной переменной $x = \tilde{A}$, нечеткое значения выходной переменной определяется так: $y = \tilde{A} \circ \tilde{R}$, где $\circ$ - максминая композиция. Таким образом, если за базу значений $\tilde{R}$ взять реляционное отношение $I \times X$, а за нечеткое значение входной информации отношение $\tilde{B}$, то нечеткое значение выходной переменной определится как нечеткое множество

$$\tilde{C} = \tilde{B} \circ \tilde{R},$$

где $\circ$ - композиция, например, максминное, минмаксное или максмультипликативное произведения.

Воспользовавшись этим правилом, мы получили нечеткое отношение $\tilde{C}$ индуцированное некоторым отображением из нечеткого отношения $\tilde{B}$.

Выводы

Таким образом, нечеткое множество $\tilde{C}$ будем считать коллективным выбором, его функцию принадлежности используем как функцию коллективного выбора. По этой функции будет проводиться ранжирование альтернатив. Суть этого подхода состоит в том, что каждый ЛПР имеет возможность выбрать свое подмножество критериев и сравнивать альтернативы не между собой, а только со своей «точкой удовлетворения». Количество сравнений уменьшается в $(m-1)!$ раз для каждого ЛПР.

Библиография

[Вержбицкий, 1987] Вержбицкий А.Л. Переговоры и посредничество в условиях конфликта: Многосторонняя рациональность и интерактивные процессы // Сист. исслед., 1987. –М., - С. 76-98.

[Мулен, 1991] Мулен Э. Кооперативное принятие решений: Аксиомы и модели. -М.: Мир. 1991.-464 с.

[Волошин, Маляр, 2005] Волошин А. Ф., Маляр Н. Н. Нечеткие модели многокритериального коллективного выбора // Proceedings XI – th International Conference "Knowledge – Dialogue – Solution" – Sofia, 2005. – Vol. 1. – P. 247-250.

[Маляр, 2005] Маляр М.М. Описання задач вибору на мові розмитих множин // Вісник Київського університету.Вип.4: Серія: фіз.-мат. науки, Київ, 2005.- С.197-201.

[Маляр, 2006] Маляр М.М. Задача вибору та підхід до її розв'язання // Вісник СевДТУ.Вип.50: Інформатика,електроніка,зв'язок: Зб. наук. пр. – Севастополь: Вид-во СевДТУ,2006.- С. 98-104.

[Кофман, 1982] Кофман А. Введение в теорию нечетких множеств. -М: Радио и связь, 1982, 432с.

Сведения об авторе

Маляр Николай Николаевич *– Декан математического факультета, заведующий кафедрой кибернетики и прикладной математики Ужгородского национального университета, кандидат технических наук, доцент, Украина, Ужгород, ул. Подгорная,46; e-mail: cyber@mail.uzhgorod.ua*