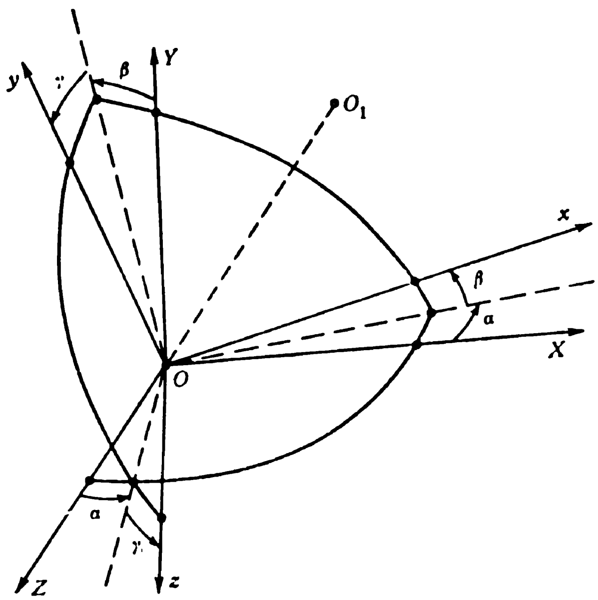
БЪЛГАРСКА АКАДЕМИЯ НА НАУКИТЕ * ACADÊMIE BULGARE DES SCIENCES
ИЗВЕСТИЯ НА МАТЕМАТИЧЕСКИЯ ИНСТИТУТ
BULLETIN DE L'INSTITUT DE MATHÊMATIQUES
Том (Tome) XI

ОБ УСТОЙЧИВОСТИ ОТНОСИТЕЛЬНОГО РАВНОВЕСИЯ СПУТНИКА С РОТОРАМИ

Атанас Анчев

§ 1. Пусть спутник представляет собой твердое тело (корпус), с которым неизменно связаны оси вращения симметричных роторов, т. е. спутник является гиростатом.

С корпусом спутника-гиростата жестко свяжем подвижную систему $Oxyz$, оси которой совпадают с главными центральными осями инерции гиростата. Таким образом O является центром масс спутника.



Фиг. 1

Будем считать, что движение спутника вокруг центра масс не влияет на орбиту и что орбита является кеплеровой. Введем в рассмотрение орбитальную систему осей координат $OXYZ$ с началом в центре масс O спутника, ось Z которой направлена по текущему радиусу-вектору орбиты, а оси X и Y — по трансверсали и по нормали к плоскости орбиты. Система $OXYZ$ вращается вокруг центра притяжения O_1 с угловой скоростью ω центра масс спутника в его движении по орбите.

Положение спутника в орбитальной системе координат будем определять углами тангажа α, рысканья β и крена γ (фиг. 1). Взаимное положение системы $Oxyz$ и $OXYZ$ определяется таблицей косинусов

	x	y	
X	a_{11}	a_{12}	a_{13}
Y	a_{21}	a_{22}	a_{23}
Z	a_{31}	a_{32}	a_{33}

где значения направляющих косинусов a_{ij} определяется выражениями

$$
\begin{aligned}
&a_{11}=\cos\alpha\cos\beta,\\
&a_{12}=\sin\alpha\sin\gamma-\cos\alpha\sin\beta\cos\gamma,\\
&a_{13}=\sin\alpha\cos\gamma+\cos\alpha\sin\beta\sin\gamma,\\
&a_{21}=\sin\beta,\\
&a_{22}=\cos\beta\cos\gamma,\\
&a_{23}=-\cos\beta\sin\gamma,\\
&a_{31}=-\sin\alpha\cos\beta,\\
&a_{32}=\cos\alpha\sin\gamma+\sin\alpha\sin\beta\cos\gamma,\\
&a_{33}=\cos\alpha\cos\gamma-\sin\alpha\sin\beta\sin\gamma.
\end{aligned}
\tag{1.1}
$$

Абсолютная угловая скорость спутника является геометрической суммой угловой скорости орбитальной системы координат и угловой скорости вращения спутника относительно последней. Поэтому выражения для проекций на оси x, y, z, вектора мгновенной абсолютной угловой скорости спутника будут

$$
\begin{aligned}
&p=\omega a_{21}+a_{21}\dot{\alpha}+\dot{\gamma},\\
&q=\omega a_{22}+a_{22}\dot{\alpha}+\dot{\beta}\sin\gamma,\\
&r=\omega a_{23}+a_{23}\dot{\alpha}+\dot{\beta}\cos\gamma.
\end{aligned}
\tag{1.2}
$$

Положим, что силовая функция ньютоновского притяжения спутника имеет вид [1]

$$U=\mu\frac{M_1}{R}-\frac{3\mu}{2R^3}\left(Aa_{31}^2+Ba_{32}^2+Ca_{33}^2-\frac{A+B+C}{3}\right),\tag{1.3}$$

где M_1 — масса спутника-гиростата; A, B, C — главные центральные моменты инерции гиростата, рассматриваемого как одно твердое тело; $\mu=fM_2$ (f — постоянная тяготения, а M_2 — масса центра притяжения O_1); $R=O_1O$ — радиус-вектор центра масс спутника.

Ограничимся рассмотрением случая, когда вращения роторов в корпусе спутника совершаются с постоянными угловыми скоростями, т. е.

случая, когда гиростатический момент $\vec{k}$, являющийся геометрической суммой моментов количеств движения роторов относительно корпуса постоянный. Уравнения относительного движения спутника вокруг центра масс будут

$$
\begin{aligned}
&A\frac{dp}{dt}+(C-B)qr+qk_3-rk_2=\frac{3\mu}{R^3}(C-B)a_{32}a_{33},\\
(1.4)\qquad &B\frac{dq}{dt}+(A-C)rp+rk_1-pk_3=\frac{3\mu}{R^3}(A-C)a_{33}a_{31},\\
&C\frac{dr}{dt}+(B-A)pq+pk_2-qk_1=\frac{3\mu}{R^3}(B-A)a_{31}a_{32},
\end{aligned}
$$

где постоянные k_1, k_2, k_3 являются проекциями гиростатического момента $\vec{k}$ на оси x, y, z.

Пусть орбита центра масс круговая, т. е. $R=\text{const}$. Тогда

$$\omega^2=\frac{\mu}{R^3}=\text{const}.$$

В этом случае будем искать решения уравнений движения (1.4), соответствующие относительному равновесию спутника в орбитальной системе координат.

В относительном равновесии спутник все время обращен одной и той же стороной к притягивающему центру, поэтому

$$\dot{\alpha}=\dot{\beta}=\dot{\gamma}=0$$

и имея в виду (1.2), получим

$$p=\omega a_{21}=\text{const},\quad q=\omega a_{22}=\text{const},\quad r=\omega a_{23}=\text{const},$$

а уравнения (1.4) принимают вид

$$
\begin{aligned}
&(C-B)(a_{22}a_{23}-3a_{32}a_{33})+h_3a_{22}-h_2a_{23}=0,\\
(1.5)\qquad &(A-C)(a_{23}a_{21}-3a_{33}a_{31})+h_1a_{23}-h_3a_{21}=0,\\
&(B-A)(a_{21}a_{22}-3a_{31}a_{32})+h_2a_{21}-h_1a_{22}=0,
\end{aligned}
$$

где

$$h_i=\frac{k_i}{\omega},\quad i=1,\ 2,\ 3.$$

При заданном спутнике (M_1, A, B, C) и орбита (ω, R), уравнения (1.5) должны удовлетворяться углами α, β, γ, определяющими ориентацию спутника и проекциями k_1, k_2, k_3 момента количеств движения роторов, обеспечивающими эту ориентацию.

Пусть известна ориентация спутника (α, β, γ) и мы должны определить движение роторов (h_1 h_2, h_3). Так как определитель коэффициентов неизвестных h_i равен нулю, то алгебраические уравнения (1.5) допускают решение относительно h_i, если выполнено условие

$$(1.6)\qquad (C-B)a_{32}a_{33}a_{21}+(A-C)a_{33}a_{31}a_{22}+(B-A)a_{31}a_{32}a_{23}=0,$$

или имея в виду, что каждый элемент матрицы направляющих косинусов a_{ij} равен своему алгебраическому дополнению, получим

$$(1.7)\qquad Aa_{11}a_{31}+Ba_{12}a_{32}+Ca_{13}a_{33}=0.$$

Таким образом, если известно положение относительного равновесия, уравнения (1.5) требуют ограничений проекций гиростатического момента, но однозначно их не определяют.

Согласно (1.1), зависимость (1.7) принимает вид

$$(1.8)\qquad \begin{gathered}(B-C)\cos 2\alpha\sin\beta\sin 2\gamma+\sin 2\alpha\,[A\cos^2\beta\\ +(C\sin^2\beta-B)\sin^2\gamma+(B\sin^2\beta-C)\cos^2\gamma]=0.\end{gathered}$$

Отсюда видно, что при помощи роторов можно осуществить относительное равновесие спутника только в положениях, принадлежащих многообразию (1.8).

Вопрос об определении соответствующего положения относительного равновесия при заданном движении роторов интересен, но пока остается открытым. Отметим только, что для любых равномерных движений роторов соответствующие положения относительного равновесия принадлежат многообразию (1.8). Действительно, умножая уравнения (1.5) соответно на a_{21}, a_{22}, a_{23} и складывая, получим (1.6), а отсюда и (1.8).

Отметим еще, что из уравнений (1.5) аналогичным образом можно получить и зависимости

$$(1.9)\qquad \begin{gathered}Aa_{11}a_{21}+Ba_{12}a_{22}+Ca_{13}a_{23}+h_1a_{11}+h_2a_{12}+h_3a_{13}=0,\\ 4(Aa_{21}a_{31}+Ba_{22}a_{32}+Ca_{23}a_{33})+h_1a_{31}+h_2a_{32}+h_3a_{33}=0.\end{gathered}$$

Таким образом система (1.5) эквивалентна системе уравнений (1.7) и (1.9).

§ 2. Рассмотрим несколько частных случаев положений относительного равновесия. Будем предполагать, что все моменты инерции спутника-гиростата различны.

Если $\sin 2\alpha=0$, зависимость (1.8) принимает вид

$$(B-C)\sin\beta\sin 2\gamma=0.$$

Исключая случая динамической симметрии, получим следующие однопараметрические семейства решений, соответствующих положений равновесия:

$$(2.1)\qquad \alpha=m\pi,\quad \beta=n\pi,\quad \gamma=\Theta.$$

Здесь и ниже m и n принимают значения m, $n=0$, ± 1, ± 2, а $\Theta=\text{const}$ — параметр.

Уравнения (1.5) вызывают в этом случае следующие условия для маховиков:

$$(2.1')\qquad \begin{gathered}4(B-C)\sin\Theta\cos\Theta+(-1)^n(h_2\sin\Theta+h_3\cos\Theta)=0,\\ h_1=0.\end{gathered}$$

Решение

$$(2.2)\qquad \alpha=(2m+1)\frac{\pi}{2},\quad \beta=\Theta,\quad \gamma=(2n+1)\frac{\pi}{2}$$

возможно, если

$$4(A-C)\sin\Theta\cos\Theta+h_1\cos\Theta+(-1)^n\sin\Theta=0,\quad h_2=0. \tag{2.2'}$$

Решение

$$\alpha=(2m+1)\frac{\pi}{2},\quad \beta=\Theta,\quad \gamma=n\pi \tag{2.3}$$

возможно, если

$$4(B-A)\sin\Theta\cos\Theta+(-1)^n h_2\sin\Theta-h_1\cos\Theta=0,\quad h_3=0. \tag{2.3'}$$

Решение

$$\alpha=(2m+1)\frac{\pi}{2},\quad \beta=n\pi,\quad \gamma=\Theta \tag{2.4}$$

возможно, если

$$(B-C)\sin\Theta\cos\Theta+(-1)^n(h_2\sin\Theta+h_3\cos\Theta)=0,\quad h_1=0. \tag{2.4'}$$

Решение

$$\alpha=m\pi,\quad \beta=\Theta,\quad \gamma=(2n+1)\frac{\pi}{2} \tag{2.5}$$

возможно, если

$$(A-C)\sin\Theta\cos\Theta+h_1\cos\Theta+(-1)^n\sin\Theta=0,\quad h_2=0. \tag{2.5'}$$

Решение

$$\alpha=m\pi,\quad \beta=\Theta,\quad \gamma=n\pi \tag{2.6}$$

возможно, если

$$(B-A)\sin\Theta\cos\Theta+(-1)^n h_2\sin\Theta-h_1\cos\Theta=0,\quad h_3=0. \tag{2.6'}$$

Решениям (2.1), (2.2) и (2.3) отвечают положения относительного равновесия, в которых одна из главных осей инерции спутника коллинеарна касательной круговой орбите, а другие две оси расположены в плоскости OYZ и заключают с осями Y и Z угол Θ. В этом случае проекция гиростатического момента на оси, коллинеарной касательной, равна нулю.

При значениях параметра $\Theta=k\frac{\pi}{2}$, $k=0, \pm 1, \pm 2$, получим в частности классические положения относительного равновесия спутника, в которых главные центральные оси инерции направлены вдоль осей орбитальной системы координат. Следовательно, положения равновесия, соответствующих решений (2.1) — (2.3), отличаются от классических положений поворотом спутника вокруг трансверсали.

Решениям (2.4), (2.5) и (2.6) отвечают положения относительного равновесия, в которых одна из главных центральных осей инерции спутника направлена вдоль радиуса-вектора орбиты, а другие две оси расположены в плоскости OXY, заключая с осями X и Y угол Θ. Эти положения относительного равновесия отличаются от классических поворотом вокруг радиуса-вектора орбиты. Проекция гиростатического момента на оси, которая коллинеарна радиусу-вектору, в этом случае равна нулю.

Отметим, что частные решения типа (2.1) — (2.6) получены ранее автором в работе [2]. Сейчас видно, что эти решения являются частью многообразия (1.8) положений относительного равновесия.

Если $\sin\beta=0$, зависимость (1.8) принимает вид

$$A-B\sin^2\gamma-C\cos^2\gamma=0$$

и получаем однопараметрическое семейство решений; решение

$$\alpha=\Theta,\quad \beta=n\pi,\quad \gamma=\arcsin\sqrt{\frac{C-A}{C-B}} \tag{2.7}$$

возможно, если

$$\begin{gathered} h_1=3\sqrt{(C-A)(A-B)}\sin\Theta\cos\Theta,\\ \frac{h_3}{\sqrt{(C-B)(C-A)}}+\frac{h_2}{\sqrt{(C-B)(A-B)}}=(-1)^n(1+3\cos^2\Theta), \end{gathered} \tag{2.7'}$$

а распределение масс спутника таково, что либо $C>A>B$, либо $C<A<B$.

Если $\sin 2\gamma=0$, аналогично получим однопараметрические семейства решений; решение

$$\alpha=\Theta,\quad \beta=\arcsin\sqrt{\frac{B-A}{C-A}},\quad \gamma=(2n+1)\frac{\pi}{2}, \tag{2.8}$$

возможно, если

$$\begin{gathered} h_2=(-1)^n 3\sqrt{(C-B)(B-A)}\sin\Theta\cos\Theta,\\ \frac{h_1}{\sqrt{(B-A)(C-A)}}+(-1)^n\frac{h_3}{\sqrt{(C-B)(C-A)}}=1+3\sin^2\Theta, \end{gathered} \tag{2.8'}$$

а распределение масс спутника таково, что либо $A<B<C$, либо $A>B>C$, и наконец решение

$$\alpha=\Theta,\ \beta=\arcsin\sqrt{\frac{A-C}{A-B}},\quad \gamma=n\pi \tag{2.9}$$

возможно, если

$$\begin{gathered} h_3=3(-1)^n\sqrt{(A-C)(C-B)}\sin\Theta\cos\Theta,\\ \frac{h_1}{\sqrt{(A-C)(A-B)}}-(-1)^n\frac{h_2}{\sqrt{(A-B)(C-B)}}=1+3\sin^2\Theta, \end{gathered} \tag{2.9'}$$

когда либо $A>C>B$, либо $A<C<B$.

Решения (2.7) — (2.9) отвечают положениям относительного равновесия, в которых средняя ось эллипсоида инерции лежит в плоскости орбиты и заключает угол Θ с радиусом-вектором, а другие две оси заключают с плоскостью орбиты углы, соответственно определенные в зависимости от распределения масс спутника. Отметим, что при заданном распределении масс, осуществимо только одно из решений (2.7) — (2.9). Решениям (2.7) — (2.9) отвечает своеобразный поворот спутника вокруг нормали к плоскости орбиты.

§ 3. Рассмотрим вопрос об устойчивости положения относительного равновесия спутника-гиростата.

Уравнения движения (1.4) в случае круговой орбиты допускают интеграл

$$\frac{1}{2}(Ap^2+Bq^2+Cr^2)+\frac{3}{2}\omega^2(Aa_{31}^2+Ba_{32}^2+Ca_{33}^2) \tag{3.1}$$
$$-\omega[(Ap+k_1)a_{21}+(Bq+k_2)a_{22}+(Cr+k_3)a_{23}]=\text{const}.$$

Если положим

$$p=\omega a_{21}+p_1,\quad q=\omega a_{22}+q_1,\quad r=\omega a_{23}+r_1,$$

где p_1, q_1, r_1 — проекции на подвижных осях x, y, z относительной угловой скорости спутника (относительно орбитальной системы), то интеграл (3.1) принимает вид

$$\frac{1}{2}(Ap_1^2+Bq_1^2+Cr_1^2)+\frac{3}{2}\omega^2(Aa_{31}^2+Ba_{32}^2+Ca_{33}^2) \tag{3.2}$$
$$-\frac{\omega^2}{2}(Aa_{21}^2+Ba_{22}^2+Ca_{23}^2)-\omega^2(h_1a_{21}+h_2a_{22}+h_3a_{23})=\text{const}.$$

Пусть α, β, γ определяют любое положение относительного равновесия, принадлежащее многообразию (1.8), и примем это движение спутника невозмущенным. В невозмущенном движении $p_1=q_1=r_1=0$ и обозначая через ξ_1, ξ_2, ξ_3 возмущения этих переменных, а через η_1, η_2, η_3 — возмущения углов α, β, γ, увидим, что уравнения возмущенного движения допускают интеграл

$$V=A\xi_1^2+B\xi_2^2+C\xi_3^2+3\omega^2(Aa_{31}^2+Ba_{32}^2+Ca_{33}^2) \tag{3.3}$$
$$-\omega^2(Aa_{21}^2+Ba_{22}^2+Ca_{23}^2)-\omega^2(h_1a_{21}+h_2a_{22}+h_3a_{23})=\text{const},$$

где

$$a_{ij}(\eta_1,\ \eta_2,\ \eta_3)=a_{ij}(\alpha+\eta_1,\ \beta+\eta_2,\ \gamma+\eta_3).$$

Разлагая интеграл (3.3) в ряд по степеням η_1, η_2, η_3, получим

$$V=A\xi_1^2+B\xi_2^2+C\xi_3^2+\omega^2(L\eta_1^2+M\eta_2^2+N\eta_3^2 \tag{3.4}$$
$$+2E\eta_1\eta_2+2F\eta_1\eta_3+2G\eta_2\eta_3+\cdots),$$

где

$$L=3A(a_{11}^2-a_{31}^2)+3B(a_{12}^2-a_{32}^2)+3C(a_{13}^2-a_{33}^2),$$
$$M=3A(\sin^2\alpha a_{21}^2-a_{31}^2)+3B(\sin^2\alpha a_{22}^2-a_{32}a_{21}\sin\alpha\cos\gamma)$$
$$+3C(\sin^2\alpha a_{23}^2+a_{33}a_{21}\sin\alpha\sin\gamma)+A(a_{21}^2-\cos^2\beta)+B(a_{22}^2$$
$$-a_{21}^2\cos^2\gamma)+C(a_{23}^2-a_{21}^2\sin^2\gamma)+h_1a_{21}+h_2a_{22}+h_3a_{23},$$
$$N=3(B-C)(a_{33}^2-a_{32}^2)+(B-C)(a_{22}^2-a_{23}^2)+h_2a_{22}+h_3a_{23}$$

$$E = 3(Aa_{21}a_{31} + Ba_{22}a_{32} + Ca_{23}a_{33})\cos\alpha$$
$$(3.5)\qquad -3(Aa_{11}a_{21} + Ba_{12}a_{22} + Ca_{13}a_{23})\sin\alpha,$$
$$F = 3(C-B)a_{13}a_{32} + 3(C-B)a_{12}a_{33},$$
$$G = [(B-C)(a_{23}a_{21} - 3a_{33}a_{31}) - h_3a_{21}]\cos\gamma$$
$$-[(B-C)(a_{22}a_{21} - 3a_{32}a_{31}) + h_2a_{21}]\sin\gamma.$$

Согласно известной теореме Ляпунова [3], достаточным условием устойчивости невозмущенного движения является условие знакоопределенности функции (3.4). Эта функция будет определенно положительной по отношению ко всем переменным ξ_1, ξ_2, ξ_3, η_1, η_2, η_3, если такова и квадратичная форма

$$(3.6)\qquad V_1 = L\eta_1^2 + M\eta_2^2 + N\eta_3^2 + 2E\eta_1\eta_2 + 2F\eta_1\eta_3 + 2G\eta_2\eta_3.$$

Согласно критерию Сильвестра, для положительной определенности формы (3.6) необходимо и достаточно, чтобы выполнялись неравенства

$$L > 0,$$
$$(3.7)\qquad LM - E^2 > 0,$$
$$\Delta = LMN + 2EFG - MF^2 - LG^2 - NE^2 > 0.$$

Таким образом, неравенства (3.7) являются достаточными условиями относительного равновесия спутника.

Отметим, что имея в виду интеграла (3.2) и рассматривая его часть

$$(3.8)\qquad W(\alpha, \beta, \gamma) = \frac{3}{2}\omega^2(Aa_{31}^2 + Ba_{32}^2 + Ca_{33}^2) - \frac{\omega^2}{2}(Aa_{21}^2 + Ba_{22}^2 + Ca_{23}^2)$$
$$-\omega^2(h_1a_{21} + h_2a_{22} + h_3a_{23})$$

в качестве потенциала относительного движения, то найденные уже положения относительного равновесия можно получить и из системы

$$\frac{\partial W}{\partial \alpha} = 0, \quad \frac{\partial W}{\partial \beta} = 0, \quad \frac{\partial W}{\partial \gamma} = 0,$$

которая эквивалентна системе (1.5). Достаточные условия устойчивости (3.7) тогда выражают условия изолированного минимума потенциала (3.8) и их можно получить по теореме Лагранжа.

Коэффициенты устойчивости $\varkappa_i$ Пуанкаре получаются как корни векового уравнения

$$\begin{vmatrix} L-\varkappa & E & F \\ E & M-\varkappa & G \\ F & G & N-\varkappa \end{vmatrix} = 0,$$

т. е. как корни уравнения

$$(3.9)\qquad \varkappa^3 - (L+M+N)\varkappa^2 + (LM - E^2 + MN - G^2 + LN - F^2)\varkappa - \Delta = 0.$$

Так как корни векового уравнения вещественны, то по теореме Декарта получим, что если

$$I_1 = L + M + N > 0.$$

$$I_2 = \begin{vmatrix} L & E \\ E & M \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} M & G \\ G & N \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} L & F \\ F & N \end{vmatrix} > 0, \tag{3.10}$$

$$I_3 = \Delta > 0,$$

все коэффициенты устойчивости положительные и равновесие устойчиво.

Неравенства (3.10) являются также достаточными условиями устойчивости, но они непосредственно следуют из неравенств (3.7), так как в положительно определенной квадратичной форме все главные миноры матрицы коэффициентов положительны [4]. (Из положительности последовательных главных миноров вещественной симметрической матрицы следует положительность всех остальных главных миноров).

При выполнении одной из групп условий

$$I_1 < 0, \quad I_2 > 0, \quad \Delta > 0,$$
$$I_1 < 0, \quad I_2 < 0, \quad \Delta > 0,$$
$$I_1 > 0, \quad I_2 < 0, \quad \Delta > 0$$

равновесие будет неустойчиво с одной степенью неустойчивости, а при

$$I_1 < 0, \quad I_2 > 0, \quad \Delta < 0$$

равновесие неустойчиво с тремя степенями неустойчивости.

Применяя достаточные условия (3.7) в частных случаях (2.1) — (2.6), получим, что они совпадают с достаточными условиями устойчивости, полученными Румянцевым [5] для этих случаев. Например, для однопараметрического семейства решений (2.6) ($m = n = 0$) получим

$$L = 3(A\cos^2\Theta + B\sin^2\Theta - C),$$
$$M = A(\sin^2\Theta - \cos^2\Theta) + B(\cos^2\Theta - \sin^2\Theta) + h_1\sin\Theta + h_2\cos\Theta,$$
$$N = 3(B - C) + (B - C)\cos^2\Theta + h_2\cos\Theta,$$
$$E = 0,$$
$$F = -3(C - B)\sin\Theta,$$
$$G = 0$$

и условия устойчивости (3.7) принимают вид

$$B + \frac{h_2}{\cos^3\Theta} > A, \quad B + \frac{h_2\cos\Theta}{3 + \cos^2\Theta} > C,$$

$$3(B - C)(A - C) + (A\cos^2\Theta + B\sin^2\Theta - C)\left(B - C + \frac{h_2}{\cos\Theta}\right) > 0.$$

Пользуясь случаем, отметим, что в нашей статье [2] допущены некоторые погрешности. Следует отметить, что решение (2.6) имеет место только для ограниченной задачи (см. в связи с этим [5] и [6]). Пункты б) в § 3, 4, 5 места не имеют, так как там предполагалось $\delta_3 = 0$. Перед скобкой в формуле (3.12) пропущен множитель ω, а за скобкой вместо V_2 должно быть V_3.

ЛИТЕРАТУРА

1. Белецкий, В. В. Движение искусственного спутника относительно центра масс. Москва, 1965.
2. Анчев, А. А. О стабилизации относительного равновесия спутника с роторами. Космические исследования, **4**, 2, 1966, 192—202.
3. Четаев, Н. Г. Устойчивость движения, Москва, 1955.
4. Гантмахер, Ф. Р. Теория матриц, Москва, 1954.
5. Румянцев, В. В. Об устойчивости стационарных движений спутников, Москва, 1967.
6. Степанов, С. Я. О стационарных движениях спутника-гиростата. Прикладная математика и механика, **33**, 1, 1969, 127—131.

Поступила 3. II. 1969 г.

ВЪРХУ ОТНОСИТЕЛНОТО РАВНОВЕСИЕ НА СПЪТНИК С РОТОРИ

Атанас Анчев

(Резюме)

За спътник с ротори (жиростат), масовият център на който се движи по кръгова орбита, са намерени положенията на относително равновесие относно орбиталната координатна система. Определен е режимът на движение на роторите, обезпечаващи определена ориентация на спътника. С помощта на директния метод на Ляпунов са намерени условия за устойчивост на положенията на относително равновесие.

ON THE RELATIVE EQUILIBRIUM OF A SATELLITE WITH ROTORS

Atanas Ančev

(Summary)

The states of relative equilibrium with réspect to the orbital coordinate system are found for a satellite with rotors (gyrostat) whose mass centre is moving on a circle orbit. The motion regime of the rotors, ensuring a certain orientation of the satellite has been determined. Using Liapunov's direct method the conditions are found for stability of the states of relative equilibrium.