

## ИКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИ МОДЕЛ НА РАЗШИРЕНОТО ВЪЗПРОИЗВОДСТВО

Симеон П. Пеев

Успехите на математическата наука и усъвършенствуването на електронноизчислителната техника позволяват по-пълно да се прилагат математическите методи в икономическите изследвания и плановата дейност на съвременното общество. Те дават възможност на икономическата наука по-добре да осветли и анализира сложните процеси на разширеното възпроизводство, да обхване количествените и обоснове качествените изменения в развитието на обществото. Математизирането на икономическата наука е основа за модерното управление на сложната система — съвременната динамична икономика.

За използването на тези съвременни методи и средства за целите на народностопанското планиране е разработен икономико-математически модел на разширеното възпроизводство. Предлаганият модел има за основна задача провеждането на вариантни разчети за народното стопанство при една взаимно балансирана система на планово-икономическите показатели, характеризиращи процеса на разширеното възпроизводство и определящи темповете, пропорциите и отрасловата структура на народното стопанство.

За осъществяването на тази сложна както от икономическа, така и от математическа гледна точка задача е необходимо преди всичко да се пригоди и обработи на електронноизчислителна машина разнообразната и обемиста планово-икономическа информация; да се изследват функционалните зависимости между отделните показатели и нормативи; да се свържат тези зависимости в една система от уравнения, решаването на която да даде възможност за получаване на стойностите на независимите променливи величини; на основата на това решение да се получи обширна допълнителна информация за анализ и оценка на варианта на плана.

При практическото осъществяване на така поставената задача възникват редица въпроси от икономически и математически характер, които могат да се разделят в следните групи:

каква трябва да бъде входната информация от планово-икономически показатели и нормативи; как тя отразява или може да отрази динамиката на техническия прогрес в различните отрасли на народното

стопанство; сигурността на нейното набиране, прогнозиране и обработка; как отделните функционални зависимости отразяват икономическата действителност;

възможно ли е да се реши системата уравнения (конструираният модел) чрез познатите математически методи за решаване на задачи от подобен характер; какъв е максималният размер на решаваната задача (броят на уравненията или отраслите) от гледна точка на възможностите на съществуващите ЕИМ; какво е необходимото време за решаването на модела с оглед на неговото използване при ежедневната планова практика и т. н.

В рамките на едно кратко описание няма възможност да се обосноват и разгледат подробно всички въпроси, които могат да възникнат, поради което ще се постареем да изясним само най-характерните особености на предлагания модел.

## І. ИКОНОМИЧЕСКА ПОСТАНОВКА

При конструирането на модела в основата му е залегнал балансът на междуотрасловите връзки, чрез който се осъществява принципът на диалектичното единство между производството и потреблението на материалните блага. Системата уравнения и функционалните зависимости между отделните показатели са изградени така, че да дават едновременното решаване на задачата за първия, втория и третия квадрант на баланса, което означава да се получи динамично равновесие между:

материално-вещественния състав на съвкупния обществен продукт и неговото разпределение — за производствено и непроизводствено (крайно) потребление;

стойностния състав на съвкупния обществен продукт и неговата издръжка;

крайния продукт за разпределение и условно чистата продукция (чиста продукция и амортизационните отчисления).

Освен тези основни връзки са търсени и други зависимости, като равенството между стокооборота на населението и покупателния фонд, между разпределението на амортизационните отчисления и основния ремонт и други.

За да отговори на принципа за единството на производство и потребление не въобще, а на производството и потреблението на определени материални блага, в основата на модела са заложили функциите на потребителското търсене.

В модела като ограничително условие са зададени трудовите ресурси и тяхното разпределение за производствената и непроизводствената сфера. Това обстоятелство дава възможност чрез модела да се провежда социално-икономическата политика на партията и да се прави реална оценка на възможностите за икономическото развитие на страната.

На базата на извършения анализ на функционалните връзки и зависимости между отделните показатели на икономическата система в конструкцията на модела вземат участие и такива икономически показатели, като производителност на труда, нарастване на средната работна за-

плата, фондоемкост на производството и т. н., чрез които се обосновава ефективността на общественото производство.

Разглеждайки особеностите на икономиката на страната като една затворена система, като страна, която обменя чрез външната търговия повече от половината от своя национален доход, в модела е отделено специално внимание на този въпрос. Моделът дава възможност да се изчислява вносът по направления и страни, а също така да се изрази и като абсолютен внос и обмен по линията на кооперирането и специализацията между страните. Може да се балансира във валутно отношение вносът с износа или да се реализира салдо между тях. Решаването на всички тези въпроси се съобразява с равнището на ефективност на външната търговия, като отраслите при самото изчисление на модела се подреждат в зависимост от своята ефективност и износет се насочва по този ред. Възможностите за производство и износ на продукция от даден отрасъл се задават в модела чрез съответните ограничения.

За доближаване на резултатите от решението на модела до реалните условия на икономическото развитие могат да се използват и други ограничаващи параметри.

Икономическата информация, необходима за решаването на модела, в своята по-голяма част се разработва при планирането. Това дава възможност да се въприема и анализира икономическият смисъл на модела като цяло и на отделните му композиционни елементи, групи и показатели.

Входната информация, необходима за решаването на модела, може да се раздели на следните групи

а. Базисна (отчетна) информация — тя обхваща определени данни и показатели, характеризиращи отраслите на материалното производство и нематериалната сфера, както и други общи данни и показатели, отнасящи се до демографските фактори, а също и други параметри от общонационално значение в базисната (отчетна) година.

б. Допълнителна самостоятелно обработена информация — тук се отнасят определени данни и показатели, характеризиращи прогнозите за изменението на базисната информация в зависимост от влиянието на науката и техническия прогрес, външноикономическите връзки на страната и изменението на структурата на потреблението в зависимост от изменението на жизненото равнище на населението и на потребностите на обществото. Тези данни могат да се зададат като конкретно нарастване за дадения период или като среден годишен темп на това изменение. В модела изменението е означено като среден годишен темп  $P^i$ , където  $P$  е темпът, а  $t$  времето в години. С малка буква се означава показателят, за който се отнася средният темп. Например с  $P_{it}$  се означава средният годишен темп на нарастване на работната заплата в отрасъл  $i$ .

Темповете на нарастване се прилагат, когато изчисленията се извършват за по-дълъг период, при който няма конкретна информация за съответния показател. Когато такава информация съществува, тя се залага като базисна, а темпът се взема за единица ( $P=1$ ).

Към обработената информация се отнасят и различните ограничения на участващите в модела величини.

За входната информация са въведени съответни означения.

## а. За базисна информация

- $a_{ij}^0$  — коефициенти на преките материални разходи;  
 $b_{ij}$  — коефициенти на пълните материални разходи;  
 $x_i^0$  — общ обем на продукцията;  
 $f_i^0$  — общ обем на фонда на работната заплата;  
 $\beta_i^0$  — фондоемкост на продукцията;  
 $I_i^0$  — средна изработка на едно лице;  
 $Y_{ин}^0$  — разпределена продукция за обществено (колективно) потребление;  
 $N^0$  — брой на населението на страната;  
 $T_R^0$  — дялът на заетите трудови ресурси;  
 $Z_n^0$  — средна годишна заплата на заетите в непроизводствената сфера;  
 $K_n^0$  — обем на капиталните вложения в непроизводствената сфера;  
 $K_{н/}^0$  — обем на кооперативното жилищно строителство;  
 $f_c^0$  — размер на социалните фондове.

## б. За допълнителна самостоятелно обработена информация

- $P_{a_{ij}}$  — среден годишен темп на изменение на коефициентите на преките материални разходи;  
 $P_{Y_{ин}}$  — среден годишен темп на нарастване на общественото потребление;  
 $P_{\beta_i}$  — среден годишен темп на изменение на коефициентите на фондоемкост;  
 $P_{\tau_i}$  — среден годишен темп на нарастване на производителността на труда;  
 $P_{z_i}$  — среден годишен темп на нарастване на работната заплата;  
 $\eta_i$  — процент на амортизационните отчисления към стойността на основните фондове;  
 $r_i$  — частта на амортизационните отчисления, предназначена за основен ремонт;  
 $q_i$  — частта на основния ремонт, предназначена за машини и съоръжения;  
 $\alpha_i$  — дялът на излизащите от действие основни производствени фондове;  
 $\omega_i$  — частта на капиталните вложения, предназначена за машини и съоръжения;  
 $\omega_{i\text{ вн}}$  — дялът на вносните машини;  
 $\sigma_i$  — норматив за времетраенето на строителството;  
 $P_{iz}$  — процент на запасите към общия обем на продукцията;  
 $d_i$  — процент на данъка върху оборота;  
 $n_i, m_i, c_i, \delta_i$  — коефициенти на функциите за потребителско търсене;  
I, II, ... — номер на функцията за потребителско търсене;  
 $Об_i$  — количеството на продукцията, предназначена за външнотърговски обмен;  
 $K_{iI}$  — бюджетна възвращаемост на износа по I направление;  
 $K_{iII}$  — бюджетна възвращаемост на износа по II направление;

- $K_{I,VI}$  — бюджетна възвращаемост на вноса по I направление;  
 $K_{II,II}$  — бюджетна възвращаемост на вноса по II направление;  
 $P_{zn}$  — среден годишен темп на нарастване на заплатата в нематериалната сфера;  
 $P_N$  — среден годишен темп на нарастване на населението;  
 $P_{TR}$  — среден годишен темп на нарастване на заетите трудови ресурси;  
 $P_{fc}$  — среден годишен темп на нарастване на социалните фондове;  
 $P_{Kn}$  — среден годишен темп на нарастване на капиталните вложения в непроизводствената сфера;  
 $P_{Kmj}$  — среден годишен темп на нарастване на кооперативното жилищно строителство;  
 $Y_{sI}$  — валутно салдо по I направление;  
 $Y_{sII}$  — валутно салдо по II направление;  
 $\lim x_i$  — ограничение на производството в отрасъл  $i$ ;  
 $\lim J_i$  — ограничение на износа в отрасъл  $i$ ;  
 $\lim f_n$  — ограничение на трудовите ресурси.

Освен тази информация в модела може да се задава и друга базисна информация, която да даде възможност за изчисляване на производни показатели, необходими при анализа и вземането на решение. Посочените ограничения са основни. По преценка могат да се въведат и други ограничения, като  $\lim Y_{is}$ ,  $\lim K_{ii}$  и т. н.

При извеждането на балансовите уравнения са използвани следните основни функционални връзки и зависимости между плановите показатели на икономическата система

1. Фонд на работната заплата ( $f_i$ ) за производството на продукцията в отрасъл  $i$  за година  $t$  се определя с помощта на следната функционална зависимост:

$$f_i = \frac{J_i^0 P_{z_i}^t}{x_i^0 P_{r_i}^t} x_i,$$

където  $P_{z_i}^t$  е нарастването на средната работна заплата;

$P_{r_i}^t$  — нарастването на производителността на труда.

2. Обем на амортизационните отчисления в отрасъл  $i$ :

$$Am_i = \eta_i \beta_i^0 P_{\beta_i}^t x_i,$$

3. Част на амортизационните отчисления, предназначена за основен ремонт в отрасъл  $i$ :

$$O_{r_i} = r_i \eta_i \beta_i^0 P_{\beta_i}^t x_i,$$

в това число за ремонт на машини и съоръжения

$$M_{r_i} = \omega_i r_i \eta_i \beta_i^0 P_{\beta_i}^t x_i,$$

за ремонт от строителен характер

$$C_{ri} = O_{ri} - M_{ri} - (1 - c_i) r_i \eta_i \beta_i^0 P_{\beta_i}^t x_i.$$

4. Първични доходи на предприятието:

$$M_i = \left( 1 - \sum_{j=1}^n a_{ij}^0 P_{ij}^t - \frac{f_j^0 P_{z_j}^t}{x_j^0 P_{\tau_j}^t} - \eta_j \beta_j^0 P_{\beta_j}^t \right) x_j \quad (i = 1, 2, \dots, n),$$

където  $\sum_{i=1}^n a_{ij}^0 P_{ij}^t x_j$  е сумата от преките материални разходи в отрасъл  $i$ .

5. Част на крайния продукт за разпределение, предназначена за лично потребление на населението.  $Y_{if}$  е изведена на базата на функциите за потребителско търсене. В модела са посочени няколко типа такива функции. Тяхното число може да се разшири съобразно изискванията на отделните отрасли. За един отрасъл могат да се използват една или няколко функции в зависимост от характера на отделните групи стоки, като в модела се задават само номерата на функциите и техните коефициенти, съответно индексирани. Използуването на тези функции следва да се извършва при най-щателното изучаване на потребителското търсене в зависимост от доходите на населението, националните, климатичните и други особености и ценовата политика, които се отразяват върху коефициентите на самите функции.

Отделните изрази за  $Y_{if}$  се получават по следния начин:

Ако функцията за потребителско търсене има вида

$$Y_{if} = \frac{n_i D}{m_i D} \cdot N^0 P_N^t,$$

където  $n_i, m_i$  са коефициенти на функцията;  $D$  — парични доходи на глава от населението;  $N^0$  — брой на населението в базисната година,  $P_N^t$  — нарастването му в година  $t$ . Като заместим паричните доходи на глава от населението с общата сума на паричните доходи и разделим на броя на населението, ще получим

$$Y_{if} = \frac{n_i N^0 P_N^t \left( \sum_{j=1}^n \frac{f_j^0 P_{z_j}^t}{x_j^0 P_{\tau_j}^t} x_j + f_n + f_c \right)}{m_i N^0 P_N^t + \sum_{j=1}^n \frac{f_j^0 P_{z_j}^t}{x_j^0 P_{\tau_j}^t} x_j + f_n + f_c}$$

Подобни замествания могат да се направят и при другите видове функции.

След въвеждането на ограниченията на трудовите ресурси горният израз ще получи вида (дава се крайният резултат без извеждане на зависимостите)

$$Y_{if} = \frac{n_i N^0 P_N^t \left[ Z_n^0 P_{zn}^t \left( N^0 P_N^t T_R^0 P_{TR}^t - \sum_{j=1}^n \frac{x_j}{H_j^0 P_{\tau_j}^t} \right) + \sum_{j=1}^n \frac{f_j^0 P_{z_j}^t}{x_j^0 P_{\tau_j}^t} x_j + f_c \right]}{m_i N^0 P_N^t + Z_n^0 P_{zn}^t \left( N^0 P_N^t T_R^0 P_{TR}^t - \sum_{j=1}^n \frac{x_j}{H_j^0 P_{\tau_j}^t} \right) + \sum_{j=1}^n \frac{f_j^0 P_{z_j}^t}{x_j^0 P_{\tau_j}^t} x_j}$$

6. Част на крайния продукт, предназначена за прираст на запасите  $Y_{t3}$ :

$$Y_{t3} = P_{t3} \left[ x_t - \left( \frac{x_t}{x_t^0} \right)^{\frac{t-1}{t}} \cdot x_t^0 \right],$$

където изразът в средните скоби представлява годишният прираст на продукцията.

7. Данък върху оборота  $\Delta_i$  той се изчислява чрез процента, установен за съответните стоки или групи стоки, предназначени за лично и колективно потребление:

$$\Delta_i = \frac{d_i}{1 - d_i} (Y_{it} - Y_{it}^0).$$

Трябва да отбележим също така, че  $\Delta_i$  е изнесен по този начин във втория квадрант на баланса на междуотрасловите връзки, чрез което се гарантира стабилност на коефициентите от първия и третия квадрант.

8. Капитални вложения в производствената сфера — те могат да се определят чрез най-различни математически зависимости, като единственото условие за тяхното включване е да са функция на  $x_j$ . Ще приведем три такива израза, първите два от които отчитат времетраенето на строителството:

$$a) \quad K_j = \frac{1}{\sigma_j} \beta_j^0 P_{\beta_j}^0 x_j^0 \left( \frac{x_j}{x_j^0} \right)^{t-1} \left[ \left( \frac{x_j}{x_j^0} \right)^{\sigma_j} - 1 \right] + \alpha_j \beta_j^0 P_{\beta_j}^0 x_j,$$

$$б) \quad K_j = \beta_j^0 P_{\beta_j}^0 (1 + 0,01\sigma_j) \left[ x_j - \left( \frac{x_j}{x_j^0} \right)^{t-1} x_j^0 \right] + \alpha_j \beta_j^0 P_{\beta_j}^0 x_j,$$

$$в) \quad K_j = \beta_j^0 P_{\beta_j}^0 \left[ x_j - \left( \frac{x_j}{x_j^0} \right)^{t-1} x_j^0 \right] + \alpha_j \beta_j^0 P_{\beta_j}^0 x_j,$$

в това число делът на машините и съоръженията ще бъде

$$M_{K_j} = \omega_j K_j,$$

а на строително-монтажните работи

$$C_{K_j} = K_j - M_{K_j} = (1 - \omega_j) K_j.$$

9. Функционални зависимости, чрез които се изразява абсолютният размер на вноса и износа във вътрешни лева:

а) внос на продукцията по линията на даден отрасъл от първо направление:

$$V_{i1} = O\delta_{i1}^0 \cdot P_{O\delta_{i1}}^0 \cdot K_{V_{i1}}^{-1} + x_i - \lim x_i = O\delta_{i1}^0 \cdot P_{O\delta_{i1}}^0 \cdot K_{V_{i1}}^{-1},$$

б) внос от второ направление:

$$V_{ii} = V_{i11} \cdot K_{V_{ii}}^{-1};$$

в) износ по първо направление :

$$J_{iI} = J_{i0I} \cdot K_{J_{iI}}^{-1} \quad J_{i0I} \leq \lim J_{i0I} ;$$

г) износ по второ направление :

$$J_{iII} = J_{i0II} K_{J_{iII}}^{-1} \leq \lim J_{i0II} K_{J_{iII}}^{-1} ;$$

д) коэффициенти на ефективност на отраслите по линията на външната търговия, например по I направление :

$$E_{iI} = \frac{\sum_{i=1}^n b_{ij} \left( 1 - \sum_{i=1}^n a_{ij}^0 P_{a_{ij}}^t - \eta_j r_j \beta_j^0 P_{\beta_j}^t \right) K_{J_{iII}}}{\sum_{i=1}^n b_{ij} K_{J_{iI}} \sum_{i=1}^n b_{ij} \beta_i^0 P_{\beta_i}^t} .$$

## II. МАТЕМАТИЧЕСКО ОПИСАНИЕ

В математическо отношение моделът представлява нелинейна система уравнения. Видът на уравненията е еднакъв за всички отрасли на материалното производство с изключение на отрасъл строителство, в който са включени изразите за капиталните вложения. За прегледност ще дадем общия вид на балансните уравнения и отделно техните компоненти :

$$(1) \quad x_i = \sum_{j=1}^n x_{ij} + R_i Y_{if} + Y_{in} + Y_{is} + Y_{ik} + J_{iI} + J_{iII} - V_{iI} - V_{iII} - D_{iI}$$

$$x_n = \sum_{j=1}^n K_j + K_n + K_{nj} + \sum_{j=1}^n A m_j r_j - Y_{in} - D_n .$$

Стойностите на отделните членове на основните балансни уравнения са :

$$1. \quad \sum_{j=1}^n x_{ij} = \sum_{j=1}^n a_{ij}^0 P_{a_{ij}}^t x_j .$$

$$2. \quad Y_{in} = Y_{in}^0 P_{y_{in}}^t \geq \lim Y_{in} .$$

$$3. \quad Y_{is} = P_{is} x_i \left[ 1 - \left( \frac{x_i}{x_i^0} \right)^{-\frac{1}{t}} \right] .$$

$$4. \quad a) \quad K_j = \frac{\beta_j^0 P_{\beta_j}^t}{\sigma_j} x_j \left[ \left( \frac{x_j}{x_j^0} \right)^{\frac{2\sigma_j+1}{2t}} - (1-\alpha_j) \left( \frac{x_j}{x_j^0} \right)^{-\frac{1}{2t}} \right] \geq 0 .$$



$$6) K_j = \beta_j^3 P_{\beta_j}^t (1 + 0,01\sigma_j) \cdot x_j \left[ \left( \frac{x_j P_{\beta_j}^t}{x_j^0} \right)^{\frac{1}{2t}} - P_{\beta_j}^{-\frac{1}{2}} (1 - a_j) \left( \frac{x_j}{x_j^0} \right)^{-\frac{1}{2t}} \right] \geq 0.$$

$$в) K_j = \frac{1}{\sigma_j} \left[ \beta_j^3 P_{\beta_j}^t x_j \left( \frac{x_j}{x_j^0} \right)^{\frac{2\sigma_j - 1}{2t}} - (1 - a_j \sigma_j) F_j^0 \right] > 0.$$

$$г) K_j = \beta_j^3 P_{\beta_j}^t (1 + 0,01\sigma_j) x_j \left( \frac{x_j P_{\beta_j}^t}{x_j^0} \right)^{\frac{1}{2t}} - (1 - a_j) F_j^0 > 0.$$

$$5. K_n = K_n^0 P_{K_n}^t.$$

$$6. K_{nj} = K_{nj}^0 P_{K_{nj}}^t.$$

$$7. A_{mj} = \eta_j \beta_j^3 P_{\beta_j}^t x_j.$$

$$8. Y_{ik} = \sum_{j=1}^n \omega_j K_j + \omega_n K_n + \omega_{jn} K_{jn} + \sum_{j=1}^n \varrho_j r_j A_{mj}.$$

$$9. а) V_{il} = O\delta_{il}^0 - P_{O\delta_{il}}^t \cdot K_{V_{il}}^{-1} + Y_{isil} K_{V_{il}}^{-1} \cdot x_i - \lim x_i \\ O\delta_{il}^0 \cdot P_{O\delta_{il}}^t \cdot K_{V_{il}}^{-1} - Y_{isil} \cdot K_{V_{il}}^{-1} \text{ при } Y_{isil} > 0;$$

$$б) V_{il} = O\delta_{il}^0 \cdot P_{O\delta_{il}}^t \cdot K_{V_{il}}^{-1} \cdot x_i - \lim x_i - O\delta_{il}^0 \cdot P_{O\delta_{il}}^t \cdot K_{V_{il}} \text{ при } Y_{is} > 0.$$

$$10. V_{ill} = V_{isill} \cdot K_{V_{ill}}^{-1}.$$

$$11. J_{il} = \xi_{isil} \cdot K_{J_{il}}^{-1} \left( Y_{isil} + \sum_{i=1}^n V_{isil} \right) \lim J_{isil} \cdot K_{J_{il}}^{-1};$$

$$O\delta_{il}^0 \cdot P_{O\delta_{il}}^t \leq J_{isil} \leq \lim J_{isil};$$

$$\sum_{i=1}^n J_{isil} = \sum_{i=1}^n O\delta_{il}^0 \cdot P_{O\delta_{il}}^t + Y_{isil} + \sum_{i=1}^n (x_i - \lim x_i) K_{V_{isil}},$$

$$12. J_{ill} = \xi_{isill} \cdot K_{J_{ill}}^{-1}, \sum_{i=1}^n J_{isill} \leq K_{J_{ill}}^{-1} \lim J_{isill};$$

$$\sum_{i=1}^n J_{isill} = Y_{isill} + \sum_{i=1}^n V_{isill}.$$

$$13. \Pi_i = \frac{d_i}{1 + d_i} \cdot Y_{if}.$$

$$14. а) Y_{if} = n_i N^0 P_N^t + m_i f_n;$$

$$б) Y_{if} = n_i N^0 P_N^t \left( \frac{f_n}{N^0 P_N^t} \right)^{m_i};$$

$$в) Y_{if} = \frac{n_i N^0 P_N^t f_n}{m_i N^0 P_N^t + f_n};$$

$$г) Y_{if} = \frac{c_i (f_n + \delta_i N^0 P_N^t)}{m_i N^0 P_N^t + f_n};$$

$$д) Y_{if} = \frac{N^0 P_N^t}{m_i + b_i c_i \frac{f_n}{N^0 P_N^t}};$$

$$е) Y_{if} = Y_{if}^0 P_{yif}^t$$

$$15. f_n \left[ \frac{Z_n^0 P_{Z_n}^t}{Z_n^0 P_{Z_n}^t} \frac{N^0 P_N^t}{N^0 P_N^t} \frac{T_R^0 P_{TR}^t}{T_R^0 P_{TR}^t} + f_c^0 P_{fc}^t + \sum_{i=1}^n \left( \frac{f_i^0 P_{Z_i}^t}{x_i^0 P_{T_i}^t} - \frac{Z_n^0 P_{Z_n}^t}{H_i^0 P_{T_i}^t} \right) x_i \right] K_2.$$

### III. РЕШЕНИЕ НА СИСТЕМАТА УРАВНЕНИЯ

От направените изследвания се установи, че подходящ метод за решаване на система (1) е следният: Система (1) се представя във вида

$$x_i = \sum_{j=1}^n c_{ij} x_j + \varphi_i(x_1, x_2, \dots, x_n),$$

където

$$c_{ij} = a_{ij} P_{a_{ij}}^t$$

или в матричен вид:

$$X = AX + Y.$$

1. Първото приближение на  $x_i^t$  намираме чрез умножаване на  $x_i^0$  с един произволен коефициент  $k_1$ , повдигнат на степен  $t$  — годината, за която се извършва изчислението:

$$x_i^t = x_i^0 k_1^t.$$

2. С получените стойности на  $x_i^t$  изчисляваме  $A''m_i$ ,  $f_i''$ ,  $M_i$ :

$$A''m_i = \eta_i \beta_i^0 P_{\beta_i}^t x_i^t$$

$$f_i'' = \frac{f_i^0 P_{Z_i}^t}{x_i^0 P_{T_i}^t} x_i^t$$

$$M_i = \left( 1 - \sum_{i=1}^n a_{ij}^0 P_{a_{ij}}^t - \eta_i \beta_i^0 P_{\beta_i}^t - \frac{f_i^0 P_{Z_i}^t}{x_i^0 P_{T_i}^t} \right) x_i^t$$

3. Изчисляваме сумата на трети квадрант  $\sum_{i=1}^n III$  по формулата

$$\sum_{i=1}^n III'' = \sum_{i=1}^n A'' m_i - \sum_{i=1}^n f_i'' - \sum_{i=1}^n M_i'' - \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n (1 - a_{ij}^0 P_{a_{ij}}^t) \cdot x_i'$$

4. Стойностите на величините от втория квадрант за  $Y_{if}$  намираме по следния начин:

$$f''_n \left[ Z_n^0 P_{Z_n}^t N^0 P_N^t T_R^0 P_{TR}^t + f_c^0 P_{f_c}^t + \sum_{i=1}^n \left( \frac{f_i^0 P_{Z_i}^t}{x_i^0 P_{T_i}^t} - \frac{Z_n^0 P_{Z_n}^t}{H_i^0 P_{T_i}^t} \right) x_i' \right] k_2,$$

където  $k_2$  е дялът на паричните доходи, предназначени за лично потребление.

В зависимост от номера на функцията за потребителско търсене изчисляваме нейната стойност по формулите

а)  $Y_{if} = n_i N^0 P_N^t \cdot m_i f_n$

б)  $Y_{if} = n_i N^0 P_N^t \left( \frac{f_n}{N^0 P_N^t} \right)^{m_i}$

в)  $Y_{if} = \frac{n_i N^0 P_N^t f_n}{m_i N^0 P_N^t + f_n}$

г)  $Y_{if} = \frac{c_i (f_n - d_i N^0 P_N^t)}{m_i N^0 P_N^t + f_n}$

д)  $Y_{if} = \frac{N^0 P_N^t}{m_i + b_i c_i} \frac{f_n}{N P_N^t}$

е)  $Y_{if} = Y_{if}^0 \cdot P_{Y_{if}}^t$

Изчисляваме  $K_{nf}$  по формулата

$$K_{nf} = K_{nf}^0 \cdot P_{K_{nf}}^t$$

$R_1$ , с който коригираме  $Y_{if}$  и  $K_{nf}$ , намираме от

$$R_1 = \frac{f_n}{\sum_{i=1}^n Y_{if} + K_{nf}}$$

$$Y_{if}'' = Y_{if} \cdot R_1; \quad K_{nf}'' = K_{nf} \cdot R_1.$$

5. На базата на  $Y_{if}''$  и  $K_{nf}''$  изчисляваме  $D_i''$ .

$D_i'' = \frac{d_i}{1+d_i} y_{ij}''$  — за всички отрасли без машиностроене и строителство;

$D_m'' = \frac{d_m}{1+d_m} (Y_m'' + \omega_{кнф} \cdot K_{нф}'')$  — само за машиностроене,

$D_n'' = \frac{d_n}{1+d_n} (1 - \omega_{кнф}) \cdot K_{нф}''$  само за строителство.

6. От  $K_{нф}''$  определяме

$K_{нфм}'' = \omega_{кнф} \cdot K_{нф}^0 \cdot P_{кнф}' \cdot R_1$  — за машини;

$K_{нфс}'' = (1 - \omega_{кнф}) K_{нф}^0 P_{кнф}' \cdot R_1$  — за СМР.

7. Изчисляване основния ремонт:

$A'' m r_i = r_i \eta_i \beta_i^0 P_{\beta_i}' x_i'$  ;

$A'' m r_{им} = e_i r_i \eta_i \beta_i^0 P_{\beta_i}' x_i'$  — за машини;

$A m r_{истр} = (1 - e_i) r_i \eta_i \beta_i^0 P_{\beta_i}' x_i'$  — за СМР.

8.  $K_j$  — капиталните вложения изчисляваме по една от зададените формули в зависимост от това, дали е зададено или не  $F_j^0$  и  $t$ . При зададено  $F_j^0$  използваме в) или г), а в противен случай за първата година ползуваме а) или б):

$$а) K_j'' = \frac{\beta_j^0 P_{\beta_j}'}{\sigma_j} x_j' \left[ \left( \frac{x_j}{x_j^0} \right)^{\frac{2\sigma_j}{2t}-1} - (1 - \alpha_j) \left( \frac{x_j'}{x_j^0} \right)^{\frac{1}{2t}} \right] \geq 0;$$

$$б) K_j'' = \beta_j^0 P_{\beta_j}' (1 + 0,01\sigma_j) x_j' \left[ \left( \frac{x_j P_{\beta_j}'}{x_j^0} \right)^{\frac{1}{2t}} - (1 - \alpha_j) \left( \frac{x_j' P_{\beta_j}'}{x_j^0} \right)^{-\frac{1}{2t}} \right] \geq 0;$$

$$в) K_j'' = \frac{1}{\sigma_j} \left[ \beta_j^0 P_{\beta_j}' x_j' \left( \frac{x_j}{x_j^0} \right)^{\frac{2\sigma_j}{2t}-1} - (1 - \alpha_j \sigma_j) \cdot F_j^0 \right] \geq 0;$$

$$г) K_j'' = \beta_j^0 P_{\beta_j}' (1 + 0,01\sigma_j) x_j' \left( \frac{x_j' P_{\beta_j}'}{x_j^0} \right)^{\frac{1}{2t}} - (1 - \alpha_j) F_j^0 \geq 0.$$

От получените стойности за  $K_j''$  намираме  $K_{jm}''$  и  $K_{jстр}''$ :

$$K_{jm}'' = \omega_j K_j'',$$

$$K_{jстр}'' = (1 - \omega_j) K_j''.$$

9. Обмена определяме по формулите

$$Об_{VП} = Об_{истр} P_{обистр} \cdot K_{VП}'';$$

$$Об_{VП} = Об^0_{истр} \cdot P_{обистр} \cdot K_{VП}''.$$

10. Изчислението на вноса се извършва по следния начин за  $l$  направление:

$$\Delta V''_{il} = \Delta V'_{il} + (x''_i - \lim x_i) \cdot \frac{\sum_{i=1}^n \Pi_i}{\sum_{i=1}^n x_i} \geq 0.$$

Забележка. Горният индекс в  $\Delta V'_{il}$  означава стойността от предната итерация:

$$\begin{aligned} \Delta V''_{isl} &= \Delta V'_{il} \cdot K_{V_i}, \\ V''_i &= \sum_{i=1}^n \Delta V''_{il} + \sum_{i=1}^n Y_{isl} \cdot K_{V_{il}}^{-1}, \\ V''_{sl} &= \sum_{i=1}^n \Delta V''_{il} \cdot K_{V_i} + \sum_{i=1}^n Y_{isl} \quad \text{при } Y_{isl} < 0; \\ V''_i &= \sum_{i=1}^n \Delta V''_{il}, \\ V''_{sl} &= \sum_{i=1}^n \Delta V''_{il} \cdot K_{V_{il}} \quad \text{при } Y_{isl} > 0. \end{aligned}$$

11. За изчисляване на  $J_{il}$  първоначално подреждаме отраслите по низходящ ред на стойностите за  $E_{il}$ , изчислени по формулата

$$E_{il} = \frac{K_{J_{il}} \sum_{i=1}^n b_{ij} \left( 1 - \frac{\sum_{i=1}^n a_{ij}^0 P_{a_{ij}}^t - \gamma_{ij} r_j \beta_j^0 P_{\beta_j}^t}{\sum_{i=1}^n b_{ij} K_{V_{il}} \sum_{i=1}^n b_{ij} \beta_j^0 P_{\beta_j}^t} \right)}{\sum_{i=1}^n b_{ij} K_{V_{il}} \sum_{i=1}^n b_{ij} \beta_j^0 P_{\beta_j}^t}$$

след това определяме границата на  $\Delta J_{isl}$ :

$$\lim \Delta J_{isl} \geq \lim J_{isl} - Об_{isl}.$$

В зависимост от знака на  $Y_{isl}$  определяме и стойността  $J''_{sl}$ :

$$\begin{aligned} J''_{sl} &= V''_{sl} + Y_{isl} \sum_{i=1}^n \Delta V''_{il} K_{V_{il}} + Y_{isl} \quad \text{при } Y_{isl} > 0; \\ J''_{sl} &= V''_{sl} \sum_{i=1}^n \Delta V''_{il} K_{V_{il}} \quad \text{при } Y_{isl} < 0. \end{aligned}$$

Стойността на  $J_{sl}$  разпределяме по реда на  $E_{il}$  до достигане на  $\lim \Delta J_{isl}$ :

$$\Delta J_{i\text{II}} = \xi_i \left( \sum_{i=1}^n \Delta V_{i\text{II}}'' \cdot K_{V_{i\text{II}}} + Y_{s\text{II}} \right) \leq \lim \Delta J_{i\text{II}}$$

или

$$\Delta J_{i\text{II}}'' = \xi_i \sum_{i=1}^n V_{i\text{II}}'' \cdot K_{V_{i\text{II}}} \cdot \lim \Delta J_{i\text{II}},$$

$$\Delta J_{i\text{II}}'' = \Delta J_{i\text{II}}'' \cdot K_{J_{i\text{II}}}.$$

12. Изчислението за  $V_{i\text{II}}$  се извършва по формулите

$$V_{i\text{II}} = (V_{i\text{IIII}} + Y_{i\text{IIII}}) \cdot K_{V_{i\text{II}}}^{-1} \quad \text{за} \quad Y_{i\text{IIII}} < 0$$

$$V_{i\text{II}} = V_{i\text{IIII}} \cdot K_{V_{i\text{II}}}^{-1} \quad \text{за} \quad Y_{i\text{IIII}} > 0.$$

13. Износът  $Y_{i\text{II}}$  се определя по следния начин:

Подреждаме отраслите в низходящ ред на  $E_{i\text{II}}$ , изчислени по формулата

$$E_{i\text{II}} = \frac{K_{J_{i\text{II}}} \sum_{i=1}^n b_{ij} \left( 1 - \frac{\sum_{i=1}^n a_{ij}^0 P_{a_{ij}}^t - \eta_j r_j \beta_j^0 P_{\beta_j}^t}{\sum_{i=1}^n b_{ij} \cdot K_{V_{i\text{II}}} \sum_{i=1}^n b_{ij} \beta_j^0 P_{\beta_j}^t} \right)}{\sum_{i=1}^n b_{ij} \cdot K_{V_{i\text{II}}} \sum_{i=1}^n b_{ij} \beta_j^0 P_{\beta_j}^t}$$

В зависимост от знака на  $Y_{s\text{IIII}} \cdot 0$  определяме стойността на  $J_{s\text{II}}$ :

$$J_{s\text{II}} = \sum_{i=1}^n V_{i\text{IIII}} + Y_{s\text{IIII}} \quad \text{за} \quad Y_{s\text{IIII}} > 0;$$

$$J_{s\text{II}} = \sum_{i=1}^n V_{i\text{IIII}} \quad \text{за} \quad Y_{s\text{IIII}} < 0.$$

Получената стойност за  $J_{s\text{II}}$  разпределяме по отрасли по реда на  $E_{i\text{II}}$  до достигане на  $\lim J_{i\text{II}}$ :

$$0 \leq J_{i\text{II}} \leq \lim J_{i\text{II}}; \quad J_{i\text{II}} = J_{i\text{IIII}} K_{J_{i\text{II}}}^{-1}.$$

14. Изчислението на  $Y_{i3}$  се извършва по формулата а) или б)

$$\text{а) } Y_{i3}'' = P_{i3}'' x_i' \left[ 1 - \left( \frac{x_i'}{x_i^0} \right)^{-\frac{1}{t}} \right];$$

$$\text{б) } Y_{i3}'' = P_{i3} (x_i' - \Delta V) - Y_{i3}^0.$$

15.  $Y_{i\text{II}}$  и  $K_{i\text{II}}$  записваме със стойностите им от предната итерация

$$Y_{i\text{II}}; \quad K_{i\text{II}};$$

$$Y_{i\text{II}}' = Y_{i\text{II}}^0 P_{Y_{i\text{II}}}^t; \quad K_{i\text{II}}' = K_{i\text{II}}^0 P_{K_{i\text{II}}}^t \quad \text{за} \quad \text{началната итерация.}$$

16. Така изчислените и записани стойности сумираме по редове, за да получим стойността на  $Y_i$ :

$$Y_i = Y''_{ij}R_1 + Y'_{in} + Y''_{iz} + Y''_{ik} + J''_{il} + J''_{iil} - V''_{iil} - V_{iil} + Об_{jil} - Об_{vil} - D_i,$$

$$Y_n = K''_{nj}R_1 + \sum_{i=1}^n A'' m r_i + K'_n + \sum_{i=1}^n K''_j - Y''_{ik} - D''_n,$$

където  $Y_{ik}$  се намира от

$$Y''_{ik} = \omega_{K_{nj}} K_{nj} R_1 + \sum_{i=1}^n s_i r_i \omega_{ij} \beta_i^2 P_{ij}^t x'_i + \omega_{K_n} K'_n - \omega_j K_j;$$

$$D_n = \frac{d_n}{1+d_n} (1 - \omega_{K_{nj}}) K_{nj} R_1.$$

От тези стойности получаваме сумата на втория квадрант:

$$\sum_{i=1}^n \Pi = \sum_{i=1}^n Y_i - Y_n.$$

17. Разликата между сумите на третия и втория квадрант дава

$$IY''' = \sum_{i=1}^n \text{III} - \sum_{i=1}^n \text{II}.$$

18. Въз основа на Iу извършваме корекция на  $Y'_{in}$  и  $K''_n$  по следния начин:

$$IY'''_{in} = \frac{J''_{in} P'_{y_{in}}}{\sum_{i=1}^n Y''_{in} P'_{y_{in}} + K''_n P'_{K_n}} IY''',$$

$$Y'''_{in} = Y'_{in} + IY'''_{in};$$

$$IK'''_n = \frac{K''_n P'_{K_n}}{\sum_{i=1}^n Y''_{in} P^0_{y_{in}} + K''_n P'_{K_n}} IY''',$$

$$K'''_n = K''_n + IK'''_n;$$

$$IK'''_{nm} = \omega_{K_n} \cdot IK'''_n;$$

$$IK'''_{n \text{ стр}} = (1 - \omega_{K_n}) IK'''_n.$$

19. Корекциите  $IY'''_{in}$ ;  $IK'''_{nm}$ ;  $IK'''_{n \text{ стр}}$  отразяваме в получените стойности за  $Y_i$  и  $Y_{in}$  (по т. 16):

$$Y_i'' = Y_i + \Delta Y_{in}'' + \Delta K_{nm}''.$$

Забележка.  $\Delta K_{nm}''$  се прибавя само към отрасъл „Машиностроене“:

$$Y_n'' = Y_n + \Delta K_{n \text{ стр}}''.$$

20. Чрез получените стойности за  $Y_{in}''$  и  $K_n''$  решаваме системата по Гаус или чрез обратната матрица:

$$X'' = (E - A)^{-1} Y''.$$

21. Чрез получените стойности за  $x_i''$  изчисляваме  $\Delta f_n$  по израза

$$\Delta f_n'' = Z_n^0 P_{z_n}^t N_n^0 P_{z_n}^t T_R^0 P_{T_R}^t - \frac{Z_n^0 P_{z_n}^t}{H_i^0 P_{T_i}^t} x_i'' - \lim f_n.$$

22. Чрез  $\Delta f_n''$  изчисляваме новата корекция на  $\Delta Y_n$

$$\Delta Y_n''' = \frac{\Delta f_n''}{\sum_{i=1}^n \frac{f_i^0 P_{z_i}^t}{x_i^0 P_{T_i}^t} x_i''} \left( \sum_{i=1}^n Y_{in}'' + K_n'' \right),$$

с която коригираме  $Y_i''$  и  $Y_n''$ :

$$\Delta Y_{in}''' = \frac{Y_{in}^0 P_{Y_{in}}^t}{\sum_{i=1}^n Y_{in}^0 P_{Y_{in}}^t + K_n^0 P_{K_n}^t} \Delta Y_n''; \quad \Delta Y_n'';$$

$$\Delta K_{nm}''' = \frac{\omega_n K_n^0 P_{K_n}^t}{\sum_{i=1}^n Y_{in}^0 P_{Y_{in}}^t + K_n^0 P_{K_n}^t} \Delta Y_n''; \quad \Delta Y_n'';$$

$$\Delta K_{n \text{ стр}}''' = \frac{(1 - \omega_n) K_n^0 P_{K_n}^t}{\sum_{i=1}^n Y_{in}^0 P_{Y_{in}}^t + K_n^0 P_{K_n}^t} \Delta Y_n''.$$

Новите стойности на  $Y_i''$  и  $Y_n''$  ще получим, като към  $Y_i''$  и  $Y_n''$  прибавим горните корекции:

$$Y_i''' = Y_i'' + \Delta Y_{in}''' + \Delta K_{nm}'''.$$

Забележка.  $\Delta K_{nm}'''$  прибавяме само към отрасъл „Машиностроене“:

$$Y_n''' = Y_n'' + \Delta K_{n \text{ стр}}'''.$$



23. Чрез получените стойности за  $Y_i'''$  и  $Y_n''$  и обратната матрица отново изчисляваме стойностите на  $X$ .

$$X''' = (E - A)^{-1} Y''''.$$

24. Получените стойности за  $x_i$  залагаме в началото на алгоритъма и изчислението (итерациите) продължаваме до достигане на стойности за

$$|Y - Y_n| < \epsilon; \quad |f_n| < \epsilon; \quad x_i - \lim x_i < \epsilon.$$

При тези условия системата е решена (моделът е балансиран).

\* \* \*

Предлаганият икономико-математически модел може да се използва както при текущото, така и при средносрочното и дългосрочното планиране и прогнозиране.

В резултат на решаването на модела се получава една обширна взаимно балансирана информация, характеризираща възпроизводствения процес на даден вариант на плана и определяща темповете, пропорциите и структурата на общественото производство, която се обхваща в следните по-съществени групи

обща продукция, материални разходи и чиста продукция по отрасли и общо за народното стопанство и темпове на тяхното нарастване;

разпределение на общата продукция на отраслите за производствено и крайно потребление;

капитални вложения по отрасли на материалното производство, общо за производствената сфера и непроизводствената сфера, както и тяхната технологическа структура (за машини и строително-монтажни работи);

производствени (основни и оборотни) фондове по отрасли на материалното производство;

трудови ресурси по отрасли на материалното производство, общо за производствената сфера и непроизводствената сфера;

фонд на работната зплата по отрасли на материалното производство, общо за производствената и непроизводствената сфера;

обем и отраслова структура на непроизводственото потребление (лично и обществено);

абсолютен размер на вноса и на износа по направления и тяхната отраслова структура;

прираст на материалните оборотни средства и запаси общо за народното стопанство и по отрасли производители;

данък оборота по отрасли и общо за народното стопанство;

амортизационни отчисления по отрасли и общо за производствената сфера;

основен ремонт и неговата технологическа структура.

Въз основа на тази изходна информация може да се получи и друга допълнителна информация за анализ и оценка на разработения вариант на плана.

За решаването на модела с тридесет отрасли е разработена програма за електронноизчислителна машина FACOM-230-30.

Моделът се поддава лесно на управление и дава възможност за осъществяване на различни модификации с оглед на конкретните прак-

тически задачи. Могат да се заменят едни функционални зависимости с други, по-подходящи за даден отрасъл, а също така да се отразяват и резултатите от решението на отрасловите модели.

Постъпила на 23. X. 1972 г.

## ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАСШИРЕННОГО ВОСПРОИЗВОДСТВА

Симеон Пеев

(Резюме)

Предлагается экономико-математическая модель, представляющая экономические процессы и явления в виде алгебраических зависимостей между отдельными плановыми показателями и нормативами. Отдельные выражения образуют систему алгебраических уравнений высшего порядка, построенную на основе баланса межотраслевых связей.

Утверждается, что сформулированная таким образом задача объективно и наиболее полно отражает сложные экономические связи и процессы расширенного социалистического воспроизводства. Кроме того, отдельные зависимости могут заменяться более удачными в соответствии с характером отрасли или явления, чем обеспечивается возможность постоянного улучшения модели и ее применения к конкретным условиям в экономике данной страны.

По своему характеру модель динамическая и оптимизационная. Оптимизация строится с учетом полных материальных расходов, функций спроса, эффективности внешней торговли, существующих трудовых ресурсов и фондоемкости производства.

Модель можно использовать для моделирования годовых, краткосрочных и долгосрочных плановых расчетов для научно-исследовательских работ в области экономики. В результате расчета модели получается богатая экономическая информация о темпах, пропорциях и распределении общественного продукта и национального дохода, на основе которой можно проводить необходимый анализ и принимать соответствующие решения.

При построении алгоритма для расчета модели использованы одновременно точные и итерационные математические методы. Правые части отдельных уравнений рассматриваются как сумма двух функций  $x_j$  — линейной  $\varphi_i(x_j)$  и нелинейной  $f_i(x_j)$ :

$$x_i = \varphi_i(x_j) + f_i(x_j) \quad (j = 1, 2, \dots, n).$$

Линейная часть используется для составления матрицы коэффициентов, нелинейная участвует как свободный член, значение которого итеративно уточняется в процессе расчета. Для управления расчетом выводятся соответствующие математические соотношения, учитывающие характер системы.

Расчет модели реализован на Вычислительном центре Государственного комитета по планированию. Размер модели — 25 независимых переменных. Программа разработана для ЭВМ ФАКОМ 230-30. Время расчета для указанной размерности — 20 минут, с использованием внешней памяти.

## AN ECONOMICO-MATHEMATICAL MODEL OF THE EXTENDED REPRODUCTION

Simeon Peev

*(Summary)*

The proposed econo-mathematical model considers the economic processes and phenomena as algebraic correlations between various plan indicators and standards. The particular expressions are connected in a system of algebraic equations of higher order built on the basis of the balance of interbranch relations.

Thus formulated, the problem reflects objectively and as completely as possible the complex economic relations and processes of the extended socialist reproduction. Moreover, the particular relations can be replaced, according to the character of the branch or phenomenon, by more suitable ones, which enables the constant perfection of the model and its creative application, in accordance with the concrete conditions of the economics of a given country.

In its character the model is dynamic and optimizing. The optimization is built on the basis of the complete material expenditure, the functions of consumer's demand, the foreign trade's effectiveness, the available labour reserves and the production's fund-absorption.

The model can be used for modelling yearly, short-term and long-term plan-computations as well as for scientific research work in the field of economics. At its computation various economic information about the rate, proportions and distribution of public product and national income can be obtained and, on the basis of this information, the necessary analysis can be made and respective decisions taken.

To find the algorithm for the model exact and iterative mathematical methods have been simultaneously used. In each equation there is on the right a sum of two functions of  $x_j$  — a linear function  $q_i(x_j)$  and a non-linear one  $f_i(x_j)$ :

$$x_i = q_i(x_j) + f_i(x_j) \quad (j=1, 2, \dots, n).$$

On the basis of the linear part the corresponding matrix of the coefficients is built, while the non-linear part is considered as a constant term, the value of which is iteratively specified in the process of solving. For control of the solution appropriate mathematical expressions are derived (according to the character of the system).

The solution of the model has been realized in the Computing Centre of the State Planning Committee with 25 independent variables. The programme is prepared for electronic computer FAKOM 230-30. The solving time in this scale is about 20 minutes if the peripheral memory of the machine is used.