БЪЛГАРСКА АКАДЕМИЯ НА НАУКИТЕ
ИНСТИТУТ ПО МЕХАНИКА И БИОМЕХАНИКА

D 59

ГЕОРГИ СТОЯНОВ ПОПОВ

ДИСЕРТАЦИЯ

София — 19.. г.

ДЪРЖАВЕН КОМИТЕТ ЗА НАУКА И ТЕХНИЧЕСКИ ПРОГРЕС
ИНСТИТУТ ПО МЕХАНИКА И БИОМЕХАНИКА – БАН

РАЗПРОСТРАНЕНИЕ НА ВЪЛНИ ВЪВ ВЛАКНЕСТО-АРМИРАНИ ЕДНОМЕРНИ КОМПОЗИТИ

Дисертация за получаване
на научната степен
"КАНДИДАТ НА ТЕХНИЧЕСКИТЕ НАУКИ"

А С П И Р А Н Т:

/инж.мат.Г.Попов/

НАУЧЕН РЪКОВОДИТЕЛ:

/ст.н.с.д.т.н.инж.П.Маринов/

София 1979 г.

С Ъ Д Ъ Р Ж А Н И Е

ГЛАВА I. ВСТЪПИТЕЛНА

1. Въведение .....

2. Състояние на въпроса за разпространение на вълни на напрежение по литературни данни....

2.1. Разпространение на вълни на напрежения в пръти съставени от материал, който се подчинява на закона на Хук.....

2.2. Разпространение на вискозоеластични импулсни вълни на напрежения в композиционни пръти, съставени от полимерна матрица и еластичен пълнител на основата на реологични модели...

2.3. Разпространение на еластични вълни в строго ориентирани едномерни влакнесто-армирани композиционни материали на полимерна основа

2.4. Цел и задачи на дисертацията.....

ГЛАВА II. Експериментално изследване разпространението на вълни на напрежение в дълги стъклополиестерни пръти.....

1. Предварителни изследвания на физико-механическите характеристики на материалите (смола + стъклени влакна).....

1.1. Описание на използуваните материали.....

1.2. Микроструктурен и тегловен анализ.....

2. Статистически изследвания.....

3. Динамически изследвания.....

3.1. Високочестотни ултразвукови изследвания

3.1.1. Определяне на скоростта на разпространение на вълните и динамическите еластични модули.....

3.1.2. Затихване на вълните. Скоростна дисперсия.....

3.2. Нискочестотни измервания.....

4. Разпространение на ударен импулс в дълги стъклополиестерни пръти.....

4.1. Апаратура и методика.....

4.2. Експериментални резултати.....

Изводи

ГЛАВА III. Теоретично изследване разпространението на еластични вълни във влакнесто-армирани едномерни композити.....

1. Приблизителен метод на ефективните коравини с апроксимация на преместването за изследване дисперсията на вълни разпространяващи се във влакнесто-армирани пръти.....

1.1. Непрекъсната теория на ефективните коравини с линейна апроксимация на преместването.....

1.2. Основни уравнения за движение в премествания.....

2. Приблизителен метод за изследване дисперсията на вълни, разпространяващи се във влакнесто-армирани пръти с квадратна апроксимация на преместване.....

2.1. Непрекъсната теория с квадратична апроксимация на преместването.....

2.2. Енергетични зависомости. Основни уравнения за движение в премествания.....

2.3. Разпространение на хармонични вълни в посока успоредна на влакната. Изследване на дисперсията. Резултати.....

ГЛАВА IV. Теоретично изследване разпространението на импулсни вискозоеластични вълни в едномерни композити съставени от вискозоеластична матрица и еластичен армиран пълнител, на основата на еквивалентни механически модули.....

1. Разпространение на едномерни вълни в реални вискозоеластични материали на основата на обобщения модел на Такаямаги.....

1.1. Математическа формулировка на задачата...

1.2. Метод на колокацията на обръщане трансформацията на Лаплас.....

1.3. Реален стъклопластиков композит.....

ГЛАВА V. Основни резултати. Изводи. Заключение.....

Литература.....

Списък на публикуваните и докладваните работи по темата.....

ГЛАВА I. ВСТЪПИТЕЛНА

1. В Ъ В Е Д Е Н И Е

През последните 15–20 години, наред с традиционните материали – стомана, бетон и други, практическо приложение намират и композиционните материали наричани за по-кратко композити. Композитите представляват съчетание най-малко на два химически разнородни по състав материала, с ярко очертана граница между компонентите (фазите). Те притежават свойства, каквито не притежават компонентите или съчетават техните положителни качества и са освободени от отрицателните им качества. В това се състои голямото бъдеще на тези високо-ефективни материали. В по-широко разбиране към тази категория материали се отнасят стъклопластиците, прахови спечени композити, влакнести материали, металокерамика, стомано и полимербетон и други. Особен интерес представлява проектирането, оразмеряването и изпълнението на конструкции или отделни конструктивни елементи от композити на полимерна основа. Композитите на полимерна основа имат специфични свойства. Те притежават някои ценни свойства, които съчетани в композити с други вещества могат да послужат за получаване на нови материали, с особено високи физико-механични качества. Рационалното използуване на композитите изисква доброто познаване на физико-механичните свойства на компонентите. Известно е, че поради специфичния характер на структурата на

полимерите, те имат високи кратковременни якости, но при дълготрайно действие на натоварването, тези якости се понижават и се проявява голяма деформируемост. Този им недостатък се компенсира от много добрата им адхезия с пълнителя, която се използува за равномерно разпределение на външното натоварване.

Едно специално направление в областта на приложение на композиционните материали представлява влакнесто-армираните със строга ориентация на влакната композити. Теоретическите изследвания тук са съсредоточени върху адхезията между повърхнината на влакната и свързващото вещество (матрицата), връзка между еластичните модули на отделните компоненти, динамическите им характеристики, изотропност на сечението и анизотропност на материала като цяло, еднаква напрекнатост на нишките. Матрицата може да бъде от мек метал, силикатна или полимерна, а влакнестата армировка от метални, борни, въглеродни или стъклени нишки. За сега у нас се използуват само стъклените нишки от типа "E - стъкло". Известно е, че стъклото при големи сечения има добра якост на натиск и много малка якост на опън. Ако изтеглим, обаче, стъклена нишка с диаметър 1 мм тя има якост на опън 700 kg/cm^2, а нишка с диаметър $8 \div 10 \mu m$ има якост на опън $30000 \div 35000$ kg/cm^2. Тези якости намаляват в резултат на повърхностни напрежения и пукнатини по повърхността, получени при неравномерно изстиване на влакното при производството им. Ето защо те се покриват със защитни покрития в момента на изтеглянето им. Тези покрития силно понижават адхезията между

нишката и матрицата на фазовата повърхност. В института по химическа физика на АН СССР, съвместно с ЦЛФХМ при БАН е разработен метод за едновременно насмоляване на нишките при изтеглянето им от пещта и втвърдяване на ориентираните стъклопластици чрез ток с висока честота. Това даде възможност за повишаване еластичния модул на матрицата, както и адхезията й към влакната в резултат на което са получени ориентирани стъклопластици с особено високи якости на опън (15000–16000 kg/cm^2) за този клас материали, които превишават якостите на обикновената стомана около пет пъти.

В настоящия момент сравнително малки са изследванията, отнасящи се до конструктивни стъклопластикови елементи работящи при динамични външни въздействия. Познаването на законите на разпространение на вълните на напрежения във влакнесто-армираните композиционни материали се явява основно за познаването на неговите динамични свойства. Експериментални изследвания по разпространението на вълни на напрежения в неоднородни материали почти не се срещат. Във връзка с използуването на стъклопластикови пръстови елементи в машиностроенето, строителството, корабостроенето особен интерес представлява проблема за тяхното поведение при продължително циклично изменящо се динамично въздействие. Поради това, че композиционните стъклопластикови пръстови елементи имат сравнително по-малка динамична устойчивост и висока относителна якост в сравнение с традиционно използуваните материали, то въпроса за техните динамични свойства е

действително актуален. Наред с това, изучаването на динамичното поведение на стъклопластикови пръстови елементи има голямо значение във връзка с прилагането на едни или други реологични модели, описващи механичното им поведение. Експерименталната проверка за потвърждаване на теоретичните изследвания позволява те да бъдат използувани с по-голямо доверие при решаване на други задачи.

2. СЪСТОЯНИЕ НА ВЪПРОСА ЗА РАЗПРОСТРАНЕНИЕ НА ВЪЛНИ НА НАПРЕЖЕНИЕ ПО ЛИТЕРАТУРНИ ДАННИ

Ако се върнем назад ще видим, че най-напред е създадена теорията за разпространение на еластични вълни на напрежение в твърдите тела. Върху нея са работили през миналото столетие Релей, Келвин и други. Тя се е появила, като развитие на теорията на еластичността за приложение в задачите за трептения, а също и за използуване в изследванията по разпространение на светлината. Luneburg[111] представя един оригинален подход към отдавна нерешения проблем за съгласуване на геометричната оптика с вълновата теория на светлината. Той изгражда едно асимптатическо развитие по отрицателните степени на честотата на трептения за решенията на уравненията на Максвел за хармонично по времето поле и показва, че водещ член при това развитие е решението на геометричната оптика.

По-нататък Friedlander F. [100] модифицира метода на Luneburg така, че той да се прилага за основните надлъжни вълни.

Karal ,F.C. и Keller , J. B. (108), използувайки изразите на Friedlander , за да избегнат често срещаните трудности около метода на Фурие, доразвиха метода за изследване на надлъжните вълни в изотропна еластична среда.

Park, I.K. и Reiss, E. L (118, 124) осигуриха частично доказателство на метода на Karal и Keller , когато той се отнася за линейни вълни в полубезкраен хомогенен вискозоеластичен прът, като показаха, че водещия член на точното и формалното решения са сходящи.

В началото на нашия век тези въпроси са били пренебрегвани, поради появата на нови области за изследване във физиката, където теорията значително изпреварва експерименталните изследвания. През последните години интересът отново се засилва. Това се дължи главно на техническите приложения, свързани с решаването на задачи при динамични въздействия.

Съществуват голям брой публикации, посветени на теоретичното и експерименталното изследване на разпространението на вълни на напрежение в твърди тела. Фактът, че по този въпрос работят много учени от СССР, ПНР, ЧССР, САЩ, Англия и други показва неговата актуалност в развитието на динамичната теория на композиционните материали, а така също и в решаването на конкретни конструктивни задачи. Причина за това е, че с развитието на техниката лесно се възбуждат и регистрират вълновите процеси. Така изследването действието на динамични натоварвания

предизвикващи вълноразпространение е важно за много технически приложения. Тези приложения, и в частност изучаването на разпространението на вълни в слоисти среди, винаги са представлявали значителен интерес за специалистите в областта на сеизмологията [11], [12], [41, 44] и геофизиката [86].

Всички теоретични и експериментални работи посветени на разглежданото изследване могат да се разделят в следните основни направления:

а/ изследвания, в които се разглежда разпространението на вълни на напрежения в пръти, съставени от материал, който се подчинява на закона на Хук;

б/ изследвания, в които се разглежда разпространението на вискозоеластични импулсни вълни на напрежения в композиционни пръти, съставени от полимерна матрица и еластичен пълнител, на основата на реологичните модели;

в/ изследвания, в които се разглежда разпространението на еластични вълни в строго ориентирани едномерни влакнестоармирани композиционни материали.

В много случаи решението на динамичната задача на теорията на еластичността може да се използува за решаването на динамичната задача в теорията на вискозоеластичността. Ето защо най-напред ще разгледаме публикуваните работи, които третират еластичния случай.

2.1. РАЗПРОСТРАНЕНИЕ НА ВЪЛНИ НА НАПРЕЖЕНИЯ В ПРЪТИ СЪСТАВЕНИ ОТ МАТЕРИАЛ, КОЙТО СЕ ПОДЧИНЯВА НА ЗАКОНА НА ХУК

Тъй като броя на публикациите третиращи въпроса за разпространение на вълни на напрежения е много голям, тук ще се ограничим само с тези от тях, които са във връзка с настоящата дисертация, т.е. тези, относно разпространението на вълни в пръстови елементи.

Първото експлицитно решение на задачата за разпространение на вълни на напрежение в пръти с кръгово напречно сечение е дадено от Pochhammer [120] за случай на изотропно хомогенно тяло и от Chree C. [94] за трансверзално-изотропно тяло. Разработени са и приблизителни теории при определени предпоставки, даващи някои от основните свойства на поставената задача; теорията на Ляв, А. [35], която допуска, че равнинните сечения остават равнинни и след деформацията и нормалните напрежения са разпределени равномерно по напречното сечение; теорията на Mindlin R., Herman G. [117] отчитаща изменението на геометрията на сечението, поради хлъзгащите напрежения; теорията на Тимошенко [72] за случай на огъващи вълни отчитащи инерцията, свързана с хлъзгането на напречните сечения.

Първите работи, които имат за цел да развият в по-нов аспект разпространението на вълни се появяват едва преди 20 ÷ 30 години. Рытов С.М. [63] изследва разпространението на

на хармонични по времето вълни в тънко-слоиста среда с хексагонална структура. Зверев И.Н. [21] разглежда разпространението на надлъжен удар по полубезкраен прът, материалът на който притежава еластични и еласто-вискозо-пластични свойства. Той приема, че напреженията линейно зависят, както от деформациите, така и от техните производни по времето. Със задачата за разпространение на вълни в еластични прътв по-друга постановка са се занимавали Соколовски В.В. [68], Шапиро [39], Новинский [25] и Мирский [25]. Новинский и Мирски решават проблема за разпространение на надлъжни вълни в ортотропни пръти с девет независими еластични константи. Бернщайн [25] и Болотин В.В. [7] изследват усукващите трептения на хомогенни и нехомогенни анизотропни полубезкрайни пръти.

На основата на микрополярната теория Новацкий В. [24], Иванов Ц.И. [49] са изследвали разпространението на надлъжни, усукващи и огъващи вълни в краен изотропен еластичен прът.

2.2. РАЗПРОСТРАНЕНИЕ НА ВИСКОЗОЕЛАСТИЧНИ ИМПУЛСНИ ВЪЛНИ НА НАПРЕЖЕНИЯ В КОМПОЗИЦИОННИ ПРЪТИ, СЪСТАВЕНИ ОТ ПОЛИМЕРНА МАТРИЦА И ЕЛАСТИЧЕН ПЪЛНИТЕЛ, НА ОСНОВАТА НА РЕОЛОГИЧНИТЕ МОДЕЛИ

Теоретичните изследвания, отнасящи се до разпространението на вълни на напрежения във вискозо-еластични пръти са се развили в две основни направления:

В първото от тези направления се разглеждат хомогенни вискозо-еластични пръти с постоянно напречно сечение.

Зверев И.Н. [21] и Соколовский В.В. [68] разглеждат прът, съставен от материал еквивалентен на модела на Келвин–Фойгт. Уравненията на движение са дадени в премествания, решенията на които се търсят с операционни методи. Намерено е експлицитното решение за деформацията при случай на надлъжен удар по полубезкраен прът.

Lee E., Konter I. [112]; Berry D., Hunter S. [87] изследват еквивалентния двупараметричен модел на Максвел на прът с крайна дължина. Тъй-като материала е линеен, то за изследване на задачата се прилага метода на суперпозицията (метод на наслагването), към известното решение за полубезкраен прът. Теорията дава задоволителни резултати за пръти с отношение на дължината им към диаметъра по-голямо от 10, тъй-като дисперсията и напречната инерция предизвиква скок във вълните на напрежение.

Morrison J.A. [116] разглежда поведението на полубезкраен прът при удар с постоянна скорост, на базата на тропараметров модел, като го сравнява с модела на Келвин–Фойгт.

Glouz R. и Lee E. [101], [116] изследват четирипараметричен модел, като за решаване на системата частни диференциални уравнения прилагат метода на характеристиките и метода на крайните разлики. Изследвани са частните случаи, когато края на полубезкрайния прът се движи с постоянна скорост или там е приложено постоянно напрежение. За първия случай е получено експлицитно решение в затворен вид за напреженията за началото на пръта X = 0. Тук се налага следния извод: с

увеличаването броя на параметрите в еквивалентните реологични модели математическите трудности в намирането на затворено решение се увеличават.

Бончева Х. и Радованов Ив. [8], [9], [10], изследват петпараметричен модел, предложен от Бранков Г. [13]. Разглежданият модел има две времена на релаксация τ_1 и τ_2 за разлика на модела на Моксвел, който е с едно време на релаксация. Когато $t \ll \tau_1$ ($\tau_1 < \tau_2$) може да се приеме, че разпространението на вълните в дадения материал съвпада с разпространението на вълните в еластичен материал. При $t > \tau_1$ разпространението на напрежението не е постоянно по дължината на пръта. Този модел може да описва полимерен материал с пространствена мрежеста структура. Полимерите притежават цял спектър от времена на релаксация и поради това модел с две времена на релаксация дава по-добро приближение до действителните му свойства спрямо моделите с едно време на релаксация.

Във второто направление се изследват импулсни надлъжни вълни в нехомогенни вискозоеластични пръти при следните натоварвания:

1. Осцилиращо напрежение е приложено постоянно върху началото на полубезкрайния прът.

2. Напрежение от типа на функцията на Хевисайд или делта функцията на Дирак са приложени върху началото на полубезкраен прът.

Moodie Т.В. (115, 99, 27) използува четирипараметровия модел на Бленд Д. (4) за изследване на импулсни вълни в нехомогенни вискозоеластични пръти с променливо напречно сечение. Решението е дадено посредством модифицираните хипергеометрични функции. Eason G.(99) при друга постановка дава решението с помощта на Беселови функции. Съществуват много малко решения на проблема за разпространение на вълни на напрежение в нехомогенна среда. Сравнително по-лесно се изследват едномерните случаи, когато има една променлива X (насочена по оста на пръта) и времето t. Такива вълни са известни като плоски вълни. Datta [96] изследва прът с постоянна плътност и еластични модули, които са линейни по X. Sur S. (115) разглежда постоянна плътност, но еластичните модули са експоненциални по X. Lindholm U.S., Doshi K. (113) разглеждат постоянна плътност и еластични модули пропорционални на X^n. При Moodie Т.В., Borclay D.(115), прътите са с променливо напречно сечение A (X) и физическите параметри: плътност, еластични модули и вискозитет зависят само от X.

2.3. РАЗПРОСТРАНЕНИЕ НА ЕЛАСТИЧНИ ВЪЛНИ В СТРОГО ОРИЕНТИРАНИ ЕДНОМЕРНИ ВЛАКНЕСТО-АРМИРАНИ КОМПОЗИЦИОННИ МАТЕРИАЛИ НА ПОЛИМЕРНА ОСНОВА

Една от основните насоки на развитие става изследването на вълните на напрежения в анизотропни пръти. Новицкий (25), Мирский (25) решават въпроса за разпространение на надлъжни вълни в ортотропни цилиндрични пръти, Бернщейн (25)

– за усукващи вълни в хомогенен и нехомогенен анизотропен прът. Случай на хармонични вълни в трансверзално–изотропен прът е разглеждан от Мирский (25), Никифоренко Н.Г. и Веремеенко С.В. (51). Общият случай на разпространение на еластични вълни в композиционни влакнесто–армирани пръти е разглеждано от Achenbach J.(125, 80, 81,), Sun С.Т. (125), Herrmann G.(125, 80, 81). В динамичната теория те създават т.н. "Теория на ефективните коравини", която е продължение на "Теория на ефективните модули" развита от Hashin Z.(105) и Rozen B.(105). В тази теория свързващия материал (матрицата) се приема за трансверзално–изотропна, а за влакната се въвеждат "ефективни коравини". Тази теория се основава на предположението, че напречните размери на компонентите и разстоянието между тях е много малко в сравнение размерите на тялото и преместванията му при деформация. Hlaváček М.А. (103,104) изследва разпространението на вълни на напрежение във влакнесто–армирани пръти с хексагонално разположение на влакната в напречното му сечение. При това той не отчита граничните условия за напреженията и преместванията по фазовата повърхност между влакното и свързващото вещество.

Ще разгледаме и експерименталните работи по изследване вълните на напрежения в композиционни пръти.

Възможността от формиране и измерване на вълни в композиционни материали, по принцип се определя от нивото на техниката на експерименталните изследвания. За образуване на вълни

на напрежения се използуват пневматически пушки, заряди от взривно вещество, ударни плочи, "прът на Хопкинсон", ударни тръби и пиезоелектрически ултразвукови генератори, а за тяхното измерване – тензодатчици, електромагнитни датчици, пиезоелектрически кристали, емкостни датчици, индукционни датчици, оптически интерферометри, геодезически оптически уреди за измерване на деформациите, методите на холографията и фотоеластичността.

При това в настояще време намира все повече приложение и традиционния метод – метод за изпитване на ударна якост, който е стандартизиран у нас и в чужбина. За качествена оценка на сравняваните материали метода на ударната якост все още остава най-достъпен. Изчисляването на енергията на разрушение, съгласно методиката на изпитване на ударна якост се провежда без отчитане на инерционните сили, т.е. такива изпитания са квазистатически.

Експериментите се различават по типа на възбуждания импулс. При това могат да бъдат използувани импулси във форма на синусуидална полувълна с малък наклон на участъка на нарастване на напреженията или импулси с рязко нарастване на напреженията, предизвикани от въздействието на взривното вещество или удар. Разложението на Фурие за такива импулси съдържат много членове с нулева честота. Ултразвуковите или синусуидални импулси се характеризират с тесен спектър, концентриран в околността на определена честота или дължина на вълната. Вълни от

този тип са идеални за непосредствено определяне на дисперсионните съотношения по пътя на измерване на груповата скорост на импулсите. При ударните (монотонни) импулси дисперсията се определя по косвен начин по изменение на формата на импулса при неговото преминаване през материала.

Abbott B., Broutman L. (85) са използували ударния импулс за определяне на еластичните константи на стъклоепоксидни композити. Този метод е приложим, ако дължината на участъка на нарастване на напрежението и общата дължина на импулса са многократно по-големи в сравнение с размерите на влакната ($\phi \sim 10 \mu m$), разстоянията между тях и напречните размери на образците (например диаметъра на пръта).

Потапов А.И. (57) използува ултразвуковите импулси за определяне на еластичните константи на стъклопластикови плочи, Никифоренко Н.Г. и Веремеенко С.В. (51) използуват ултразвуковите импулси за определяне на техническите еластични модули на ортотропни и трансверзално-изотропни стъклопластикови композити, а Тошер Т.Р. и Гизелсу А.Н. (73) за бор-епоксидни композити.

Pottinger M. (122), (123) е приложил аналогичен метод за изучаване на епоксидни стъклопластици и боралуминий, като е получил добро съвпадение ($\sim 3\ \%$) на статичните и динамически еластични модули. Hunter A. (107) използува

метода на фотоеластичността за анализ на вълните на напрежение, като е приложил заряд от взривно вещество, разположен в края на образеца.

Кокошвили С.М. и Калнинь П.П. (30), (31), Малышев Л.К. (42), Михайлов А.М (46) изследват разпространението на ударни импулси в полимерни пръти, като прилагат индукционни датчици за регистриране скоростта на преместванията на точките (сеченията) на пръте.

В приведения в тази глава обзор на механическите изпитвания на композиционните материали се отделя особено внимание на това дали методите на изпитване са вече проверени или предложени в последно време и на методите на обработка на експерименталните данни.

2.4. ЦЕЛ И ЗАДАЧИ НА ДИСЕРТАЦИЯТА

След като бяха разгледани основните работи по разпространението на вълни на напрежения в композиционни влакнесто-армирани пръти, могат да се направят следните по-общи изводи:

– различието в теоретичните методи при изследване на разпространението на вълни, а така също и на значителното отклонение на теоретичните и експериментални резултати показват, че този въпрос се нуждае от допълнителни изследвания;

– малкото количество теоретични и експериментални работи не позволява да се счита въпросът за разпространението

на вълни на напрежения в композиционни влакнесто-армирани пръти за напълно изчерпан. Особено това се отнася до стъклопластиковите пръти, за които до сега подобно изследване не е правено;

- вълните на напрежения в композиционните материали представлява интерес за инженера-конструктор, както във връзка с възможните технически приложения (у нас завод "Ив.Бонов" - гр.Кнежа, машино-тракторен завод - гр.Карлово), така и във връзка с възможните повреди на конструкциите при преминаване през нея на кратковременен импулс на напрежение. Важността на изследването на вълните на напрежения в конструктивни елементи от композиционни материали може да бъде илюстриран с примера за гроздокомбайните, произвеждани в гр.Карлово и техните основни работни елементи - стъклополиестерни пръти с дължина 900 мм и диаметър 19 мм. Прътите се изчисляват с отчитане на инерционните сили и вибрационно натоварване с честота 350 ÷ 540 трепт/мин. Освен това те трябва да се изчисляват и оразмеряват с отчитането на случаите на удар със странични обекти, такива като желязобетонните колове, болтове и други. Скоростта на удара, относно стъклопластиковите пръти е от порядъка на 400 м/сек. Импулсното въздействие продължава много малко (по-малко от 10 μs) и предизвиква в началния момент съсредоточаване на енергията на удара в малка област на пръта. При това удара може да предизвика не само образуване на пукнатини, но и повреди далеч от мястото на контакта, предизвикани от отражението на вълните на

напрежение от границите и изменение геометрията на прътите. Средната продължителност на работа на прътите от такова натоварване силно намалява и те се разрушават след 4–5 часа.

На основа на казаното бяха определени и задачите, решението на които си явява цел на настоящата дисертация:

Целта на настоящата работа е да се направи теоретично и експериментално изследване на разпространението на вълни на напрежения в дълги композиционни пръти, изпълнени с ненаситена полиестерна смола и армирани със стъклени влакна.

– Разработване на съвременни средства за натоварване и регистрация.

– Построяване на модели за механическото поведение в широк диапазон на времето на въздействие на натоварването, за проверка на хипотезите положени в основата на микроструктурните теории и тяхното обосноваване посредством изучаване на разпространение на вълните на напрежения.

– Изчисляване и конструиране на реални конструкции и конструктивни елементи.

– Контрол на качеството на композиционните материали.

– Нормиране и прогнозиране на динамическите параметри на стъклопластикови материали, продиктувани от нуждите на практическото им приложение в машиностроенето, строителството и другаде.

ГЛАВА II

ЕКСПЕРИМЕНТАЛНО ИЗСЛЕДВАНЕ РАЗПРОСТРАНЕНИЕТО НА ВЪЛНИ НА НАПРЕЖЕНИЕ В ДЪЛГИ СТЪКЛОПОЛИЕСТЕРНИ ПРЪТИ

Експерименталното изследване разпространението на еластични и вискозоеластични вълни в стъклопластикови пръти е проведено в лабораториите към сектор "Механика на непрекъснатите среди" на Института по механика и биомеханика при БАН.

Експерименталната работа включва:

1. Предварително изследване на физико-механическите характеристики на материалите (смола + стъклени влакна) и на продукта получен от тях.

2. Статистически изследвания на смолата и стъклополиестерния композиционен материал.

3. Динамически изследвания: определяне на скоростите на разпространение на вълните, еластичните модули, скоростната дисперсия на вълните, затихването им и коефициента на загубите Q^{-1}. Те биват:

а/ високочестотни;

в/ нискочестотни.

4. Изследване на особеностите на разпространение на ударни импулсни вълни.

Всяко от тези експериментални изследвания се характеризира със следната последователност на излагането им в настоящата глава:

а/ избор на метод за изследване;

б/ апаратура за изследване;

с/ методика за определяне на скоростта на разпространението на вълните, дисперсията им, затихването, еластичните модули и коефициента на загубите;

д/ материал за изследване и изготвяне на необходимите образци;

е/ експериментални резултати;

ѓ/ обработка на експерименталните данни и

з/ предварително обсъждане на резултатите.

1. ПРЕДВАРИТЕЛНИ ИЗСЛЕДВАНИЯ НА ФИЗИКО-МЕХАНИЧЕСКИТЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ НА МАТЕРИАЛИТЕ (СМОЛА + СТЪКЛЕНИ ВЛАКНА)

1.1. ОПИСАНИЕ НА ИЗПОЛЗУВАНИТЕ МАТЕРИАЛИ

Използувана е за свързващо вещество ненаситена полиестерна смола тип "Виналкид 550-П", съгласно отраслова норма ОН МХМ-ХП-2/1967, производство на завод "Г.Генов" - Русе. За сравнение е изследвана и ненаситена полиестерна смола ПН-1 (производство СССР), съгласно ВТУ 33085-60. Армировката е реализирана със стъклено влакно тип "Е-стъкло" с диаметър около 10 μm (производство ЧССР). Използува се "Цинклохексанонпероксид" за втвърдител и 20 % разтвор на кобалтов нафтенат в стирол за ускорител. Вместо "Цинклохексанонпероксид" може да се използува и течен прекис "Циклонокс Ел-Е-50" или друг прекис

по указание на производителя. При оптимална технологична температура 82°С времето на желиране на смолата се изменя от 120 до 50 минути, с увеличаване процентното съдържание на ускорителя. Вискозитетът на смолата е определен, съгласно БДС-2314-60, "Лакове, емайл-лакове и блажни бои, Методи за изпитване" т.11, б."в" с вискозиметър ВЗ-4 при 20°С в секунди - "Виналкид 550-П" 150 + 190 сек. Относителното тегло на смолата е определено с аерометър, съгласно БДС 5295-64 "Нефтопродукти, Методи за определяне на плътност". Измерени бяха стойности от 1,1 до 1,2 g/cm^3 в зависимост от съдържанието на втвърдителя.

Изследваните стъклопластикови пръти са с диаметър 16 + 19 мм и дължина според техническото задание. Прътите са производство на завод "Ив.Бонов" - гр.Кнежа. Предназначение за машиностроителни заводи в гр.Карлово.

Паралелно са изследвани стъклопластикови пръти произведени във ФРГ и САЩ, с неизяснени характеристики на смолата. В дисертацията материалите произведени в България, ФРГ и САЩ се означават съответно с I, II и III.

1.2. МИКРОСТРУКТУРЕН И ТЕГЛОВЕН АНАЛИЗ

Изследването на микроструктурата на материала е проведено по металографски метод. Използува се металографски микроскоп тип "Епитип-2". Оценка на коефициента на армиране на прътите е направена с използуване на снимки на микроструктурата

в равнина нормална на стъкловлакната. Прокарват се определен брой линии със зададена дължина "L" по снимката и се отчитат броя на пресечените влакна "n" от тези линии. Коефициента на армиране μ_1 се определя по следната формула:

(II 1.1) $$\mu_1 = na/L$$

където, "a" е диаметъра на влакната.

Микроструктурният анализ се провежда върху предварително подготвени шлифове в равнини успоредни, перпендикулярни и под ъгъл 45° спрямо ориентацията на влакната. Образците се изработват с форма и размери подходящи за шлифоване. Изследваната повърхност на шлифовете е с диаметър 15 мм.

На фиг.1 са представени снимки на микроструктурата на изследваните материали при увеличение х 100. Характерни са зони на добро подреждане на стъкловлакната и зони, където те отсъствуват, вероятно поради технологични грешки. Данните от проведените измервания са отразени в таблица 1.

Относителното тегло (плътността) "ρ" на композита се определя по метода на хидростатичното теглене. Обемното съотношение на двете компоненти (влакно + смола) се получава посредством измерване с аналитични везни на теглото на образеца от композита при стайна температура и след изгаряне на пробата при температура 550–600°С. Тъй като ненаситената полиестерна смола е с пространствена структура (мрежест полимер с напречни връзки) тя е термореактивна и при нагряване след втвърдяване

не преминава в пластично състояние, а изгаря напълно. Данните от тегловия анализ са отразени в таблица 1. В тази таблица са нанесени данните за относителното тегло " ρ " на стъклопластиковите пръти от материал I, II и III, относителното обемно " p " и тегловно " N " съдържание на влакната в композиционния материал и коефициента на армиране " δ_1 " определен по формула (II 1.1). Така получените стойности се използуват за оценка на изотропността на разпределение на влакната в напречното сечение на прътите и за качествено сравнение между различните композитни материали. Предполага се, че влакната са непрекъснати по цялата дължина на образеца.

Таблица 1

МАТЕРИАЛ	ρ g/cm^3	p	N	δ_1
1	2	3	4	5
I	1,663	0,41	0,503	0,58
II	1,832	0,54	0,670	0,70
III	1,730	0,46	0,570	0,80
"Виналкид 550-П"	1,160	-	-	-
Влакно "Е-стъкло"	2,540	-	-	-

2. СТАТИЧЕСКИ ИЗСЛЕДВАНИЯ

Композиционният материал и смолата се изпитват на опън, натиск и пълзене при опън (σ=Const.) при различна скорост на деформация и при различно процентно съдържание на

ускорителя в смолата, по стандартни методики. Апаратурата за изпитване представлява механична преса тип "Шоппер", при която придвижването на притискащите плоскости или захватните челюсти става чрез въртене на винт, задвижен от електродвигател. Това позволява изпитване при постоянна скорост на деформация от различна големина чрез включване на редуктор. Изпитването на пълзенето при опън се постига чрез специално лостово устройство, което поддържа постоянно опънно напрежение в процеса на деформирането на образеца. Подробни изследвания на механичните свойства на използуваната смола "Виналкид 550-П" са проведени в [18,19]. Тус са представени единствено резултатите от изследване влиянието на ускорителя и скоростта на натоварване при изпитване на опън и на пълзене при опън.

Точността на измерванията е от порядъка на 5 %.

Образците се изработват с размери и форма за едномерни изпитвания регламентирани от БДС 8551-71. За да се намалят до минимум вътрешните микроструктурни напрежения от свиването на смолата при полимеризация при стайна температура, образците се подгряват при $80^{o}C$ в продължение на 6 часа.

На фиг.$2^{а,б}$ са показани част от зависимостите напрежение-деформация при статическо изпитване на опън и на пълзене при опън. Определени са статичните начални модули за материал I и за смолата, като свързващо вещество. Натоварването се извършва до разрушаване на образеца.

Таблица 2 съдържа получените от експеримента резултати за материала, чийто диаграми са показани на фиг.2[а]. Получени са стойностите за надлъжния статичен еластичен модул $E'_{ст.}$, коефициента на Паосон $\nu''_{ст.}$, който свързва напречното свиване и надлъжното удължение при усилие деуствуващо успоредно на влакната и за хлъзгащия модул $G'_{ст.}$ по формулата:

$$G'_{ст.} = E'_{ст.} / 2(1+\nu''_{ст.}) \qquad \text{(II 2.1)}$$

Статическите измервания не позволяват (особено при материали с крайни размери) получаване на достатъчно данни за описване еластичното поведение на композита.

Таблица 2

МАТЕРИАЛ	№ на кривата от фиг.2[а]	Скорост на деформация %/min	Експеримент		
			$E'_{ст.}$ kg/mm²	$G'_{ст.}$ kg/mm²	$\nu''_{ст.}$
1	2	3	4	5	6
I	1 (σ_1)	20	2460	925	0,28
	1 (σ_1)	12,5	1870	736	0,27
Смола с 1 % ускорител	2 (σ^*)	10	210	78	0,35
	2 (σ^*)	3,15	205	76	0,35
Смола с 0,5 % ускорител	3 (σ^*)	10	218	80,5	0,35
	3 (σ^*)	3,15	212	78,6	0,35

3. ДИНАМИЧЕСКИ ИЗСЛЕДВАНИЯ

Значително по-големи възможности от статическите методи имат динамическите. Разглежданите в този раздел динамически свойства са представени от динамичните еластични модули,

дисперсионните зависимости, затихването на вълните и загубите. Болшинството от разглежданите методи са пригодени, както за определяне на еластичните модули, така и за коефициента на затихване. Много динамически методи широко се използуват при безразрушителен контрол на различните видове дефекти в композиционните материали. Динамическите изпитвания се осъществяват при натоварване на образеца с интензивно импулсно кратковременно натоварване, предизвикващо нееднородно напрегнато състояние в образеца, вследствие разпространението в тях вълни на напрежение. Динамическите методи съответствуват на натоварване, при което на образеца действуват значителни инерциални сили. Най-добре разработени методи на динамически изпитвания се явяват изследванията по разпространение на вълни.

3.1. ВИСОКОЧЕСТОТНИ УЛТРАЗВУКОВИ ИЗСЛЕДВАНИЯ

3.1.1. ОПРЕДЕЛЯНЕ НА СКОРОСТТА НА РАЗПРОСТРАНЕНИЕ НА ВЪЛНИТЕ И ДИНАМИЧНИТЕ ЕЛАСТИЧНИ МОДУЛИ

Началото на ултразвуковите изследвания в композиционни материали е положено в работите на Латишенко В.А. [26], Гершберг М.В., Илюшин С.В., Смирнов В.И. [15].

Измерванията се провеждат с апаратура тип УЗИС-ЛЭТИ (производство СССР) по импулсно-фазов компенсационен метод на честота 1,67 MHz .

За измерване на скоростта на разпространение на ултразвуковите вълни се използува дефектоскопична апаратура тип

USIP 10W (производство ФРГ). Измерванията се провеждат по импулсно-фазов компенсационен ехо-метод (110). С цел увеличаване на точността беше разработена допълнително закрита вана с микрометрическо устройство за придвижване на отражателя. В качеството си на еталонна течност се използува 22 % разтвор на етилов спирт в дестилирана вода с неголям температурен коефициент на скоростта.

Определянето на скоростта на еластичната вълна преминаваща през образец с определена дебелина се извършва посредством сравняване на времето на преминаване на импулса през него с времето на преминаването му в еталонна течност. Скоростта се определя по следната формула:

$$C_x = C_e \frac{L_e}{L_x} \frac{n_x}{n_e}, \qquad \text{(II 3.1)}$$

където:

C_x – е скоростта на разпространение на ултразвуковия импулс в изследвания образец;

C_e – е скоростта на разпространение на ултразвуковия импулс в еталонната течност;

L_e и L_x – са съответно измервателни дебелини на образеца с еталонна течност и изследвания образец;

n_e и n_x – са съответно отчетите (броя на деленията отчетени на екрана) за еталонния и изследвания образе

Подготвени са специални образци с плоско паралелни стени, изрязани перпендикулярно, успоредно и под ъгъл към

ориентацията на влакната. Измервателната дебелина е от порядъка на 10 мм. За контактна среда между осезателя (датчика) и образеца при възбуждане на надлъжни вълни се използува трансформаторно масло, а при напречни вълни силиконова грес. За създаване на равномерно контактно налягане осезателите се притискат с усилие около 5 kg .

Относителната грешка при измерванията не превишава 1,5 ÷ 2 %.

В таблица 3 са приведени данни от измерване на скоростите на разпространение на еластични вълни в изследваните материали по трите главни направления $X_1(X)$, $X_2(Y)$, $X_3(Z)$, определени по формула (II 3.1). Експерименталните данни са получени като средни от по пет независими измервания върху девет образци от всеки материал (по три образци за всяко изследвано направление). Такъв подход се наложи предвид установената по време на акустическите изследвания неоднородност на материала по дължината на пръта.

Определянето на динамичните еластични модули от уравненията, които ги свързват с експериментално определените скорости на разпространение на вълните е показано в таблица 4 за ортотропен материал. Координатната система, показана на фиг.3 е ориентирана така, че ос X_3 е успоредна на влакната. В таблица 4 надлъжните вълни са означени с " L ", напречните с "T", квазинапречните и квазинадлъжните съответно с "QT" и "QL"

Таблица 3

ВЪЛНОВА НОРМАЛА	Посока на движение на частиците	Тип на вълната	Скорост на разпространение в (m / s) за материал:			
			I	II	III	Смола "Виналкид 550-П"
1	2	3	4	5	6	7
$n_1 = 1$	X_1 (X)	надлъжна	4638	4846	4730	
$n_2 = n_3 = 0$	X_2 (Y)	напречна	2543	2490	2510	2525
	X_3 (Z)	напречна	2543	2490	2510	
$n_2 = 1$	X_1 (X)	напречна	2050	2070	2010	
$n_1 = n_3 = 0$	X_2 (Y)	надлъжна	2995	2990	2860	2525
	X_3 (Z)	напречна	2010	2000	1860	
$n_3 = 1$	X_1 (X)	напречна	2060	2060	2010	
$n_1 = n_2 = 0$	X_2 (Y)	напречна	2010	1990	1860	2525
	X_3 (Z)	надлъжна	2995	2990	2860	

Таблица 4

Вълнова нормала	Посока на движение на частиците	Тип на вълната	Уравнение свързващо еластичните модули и фазовата скорост
1	2	3	4
$n_1=1$ $n_2=n_3=0$	X_1 X_2 X_3	L T T	$C_{11}=\rho c^2$ $C_{66}=\rho c^2$ $C_{55}=\rho c^2$
$n_2=1$ $n_1=n_3=0$	X_2 X_1 X_3	L T T	$C_{22}=\rho c^2$ $C_{66}=\rho c^2$ $C_{44}=\rho c^2$
$n_3=1$ $n_1=n_2=0$	X_3 X_1 X_2	L T T	$C_{33}=\rho c^2$ $C_{55}=\rho c^2$ $C_{44}=\rho c^2$
$n_2=n_3=\frac{\sqrt{2}}{2}$	равнина X_2 X_3	QL, QT	$C_{23}=\sqrt{(C_{22}+C_{44}-2\rho c^2)(C_{33}+C_{44}-2\rho c^2)}+C_{4}$
$n_1=0$	X_1	T	$C_{55}+C_{66}=2\rho c^2$
$n_1=n_3=\frac{\sqrt{2}}{2}$	равнина X_1 X_3	QL, QT	$C_{13}=\sqrt{(C_{11}+C_{55}-2\rho c^2)(C_{33}+C_{55}-2\rho c^2)}-C_{55}$
$n_2=0$	X_2	T	$C_{44}+C_{66}=2\rho c^2$
$n_1=n_2=\frac{\sqrt{2}}{2}$	равнина X_1 X_2	QL, QT	$C_{12}=\sqrt{(C_{11}+C_{66}-2\rho c^2)(C_{22}-C_{66}-2\rho c^2)}-C_{66}$
$n_3=0$	X_3	T	$C_{44}+C_{55}=2\rho c^2$

Единичния вълнов вектор (вълновата нормала) е означен с n_i ; $i = 1, 1, 3$; "c" е фазовата скорост, C_{ij} ; $i,j = 1, 2, 3$ са деветте еластични модули, "ρ" е плътността. Връзката между тензора на напрежение σ_{ij} и тензора на деформацията ϵ_{ij} за ортотропна среда има вида:

(II 3.1)
$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & & & \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & & & \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & & & \\ & & & C_{44} & & \\ & & & & C_{55} & \\ & & & & & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_{11} \\ \epsilon_{22} \\ \epsilon_{33} \\ 2\epsilon_{23} \\ 2\epsilon_{13} \\ 2\epsilon_{12} \end{bmatrix}$$

От уравненията в таблица 4 и от експериментално определените скорости на звуковата вълна в посоки X_1, X_2, X_3 и под ъгъл 45^0 спрямо влакната са определени деветте еластични модула: C_{11}, C_{22}, C_{33}, C_{12}, C_{13}, C_{23}, C_{44}, C_{55}, C_{66} – дадени в таблица 5. В тази таблица са дадени за сравнение и еластичните модули на бор–епоксиден композит по литературни източници.

Таблица 5

ЕЛАСТИЧНИ МОДУЛИ	Експеримент – за стъклополиестерен композит $\times 10^5$ kg/cm^2	По литературни източници за бор–епоксиден композит $\times 10^5$ kg/cm^2
1	2	3
C_{11}	1,52	3,17
C_{22}	1,50	2,84
C_{33}	3,66	21,40
C_{44}	0,72	0,79

таблица 5 (прод.)

1	2	3
C_{55}	0,69	0,86
C_{66}	0,67	0,60
C_{23}	1,43	2,66
C_{13}	1,39	2,36
C_{12}	0,70	0,77

Никифоренко Н.Г., Веремеенко С.В. (51) са получили следните съотношения между техническите еластични модули и фазовите скорости за случай на трансверзално-изотропен материал:

$$E = \rho C_{xx}^2 \frac{1-2\nu\nu'\nu''-2\nu'\nu''-\nu^2}{1-\nu'\nu''} ;$$

$$E' = \rho C_{zz}^2 \frac{1-2\nu'\nu''-\nu}{1-\nu} ;$$

(II 3.2)

$$G = \rho C_{xy}^2 = \rho C_{yz}^2 ;$$

$$G' = \rho C_{zx}^2 = \rho C_{zy}^2 = \rho C_{xz}^2 = \rho C_{zx}^2 ,$$

където оста OZ е успоредна на стъкловлакната, а осите OX и OY лежат в равнина, перпендикулярна на ос OZ, C – фазовата скорост, E – еластичния модул в равнина, перпендикулярна на OZ, E' – еластичен модул в равнина успоредна на OZ, G – хлъзгащ модул в равнина, перпендикулярна на оста OZ, G' – хлъзгащ модул в равнина, успоредна на оста OZ; $\nu = \nu_{xy} = \nu_{yx}$, $\nu' = \nu_{xz} = \nu_{yz}$, $\nu'' = \nu_{zy} = \nu_{zx}$ са коефициенти на Поасон, характеризиращи напречното свиване

(разширение) при опън (натиск) в съответните плоскости на симетрия. Първия индекс означава посоката на свиване (разширение), а вторият – посоката на силата.

Като се използуват получените експериментални значения за скоростите на разпространение на еластичните надлъжни и напречни вълни в композита, са пресметнати значенията на скоростите и коефициента на Поасон в зависимост от ъгъла θ, който свързва посоката на разпространение на вълната с ориентацията на влакната. Използувани са следните съотношения, получени при използуване на изводите, направени в (51).

$$\rho C_T^2 = C_{44}\cos^2\theta + C_{66}\sin^2\theta$$

$$\rho C_L^2 = \frac{1}{2}\left[\left|C_{11}\sin^2\theta + C_{33}\cos^2\theta + \lambda_{55}\right| + \sqrt{\left|C_{11}\sin^2\theta - C_{33}\cos^2\theta + C_{55}\cos^2\theta\right|^2 + \left|C_{31}+C_{55}\right|^2\sin^2\theta}\right], \quad \text{(II 3.3)}$$

където C_{ij} са петте еластични модули; C_{11}, C_{33}, C_{44}, C_{55}, C_{66}, C_{31} за трансверзално-изотропен материал, свързани с техническите еластични модули; E, E' – модули на Юнг, G и G' – хлъзгащи модули и ν, ν', ν'' – коефициенти на Поасон, посредством изразите:

$$C_{11} = \frac{E}{p}(1-\nu'\nu''),\ C_{12} = \frac{E}{p}(\nu+\nu''\nu');$$

$$C_{31} = \frac{E}{\rho}(\nu'+\nu\nu''),\ C_{22} = \frac{E}{p}(1-\nu'\nu''); \quad \text{(II 3.4)}$$

$$C_{33} = \frac{E'}{p}(1-\nu^2),\ C_{44} = C_{55} = G',\ C_{66} = G$$

$$p = 1 - 2\nu\nu'\nu'' - 2\nu'\nu'' - \nu^2.$$

Резултатите от пресмятанията са представени на фиг.4. Образците са изрязани под ъгъл 30^0, 45^0 и 60^0 спрямо оста . Данните се отнасят за материал I. Различията са в границите на допустимите отклонения при измерванията и потвърждават приложимостта на динамичните методи за описване на еластичното поведение на стъклопластиците. В таблица 6 са приведени получените стойности на техническите модули от изразите (II 3.2 ÷ II 3.4). В същата таблица са дадени и резултатите от метода на свободните трептения, който се разглежда по-нататък.

Таблица 6

Материал	Високочестотни измервания							Нискочестотни измервания
	E	E'	G	G'	ν	ν'	ν''	E'
	$kg/cm^2, \times 10^5$							$kg/cm^2, \times 10^5$
I	1,32	3,16	0,70	1,07	0,10	0,376	0,285	2,47
II	1,40	3,88	0,82	1,19	0,10	0,390	0,320	3,08
III	1,22	3,40	0,74	1,14	0,13	0,395	0,290	4,16

3.1.2. ЗАТИХВАНЕ НА ВЪЛНИТЕ. СКОРОСТНА ДИСПЕРСИЯ

Измерването на затихването на надлъжните вълни в стъклополиестерния композит се осъществява по импулсен метод на пропускане в честотния диапазон от 1 до 10 *MHz*. Структурната схема на апаратурата за провеждане на експеримента е показана на фиг.5. Използува се дефектоскопическа апаратура тип *USIP10W* (ФРГ).

Синхронизатора 1 управлява пускането от генератора на високочестотен импулс 2 и разгъващия блок 14. Радиоимпулс от високочестотния генератор се поддава на демфериран преобразовател от кварц 3. Схемата осигурява с помощта на превключващо устройство 9 работа, както по метода на преминаващите прозвучавания (с използването на пиезокварцов приемен преобразовател 7) така и по ехо-метода. Акустическата връзка между кварцовите преобразователи 3 и 7 и образеца 5 осигурява при възбуждане на надлъжни и напречни вълни с тънък слой на силиконова грес, която много слабо прониква в порите на материала. Приетия електрически сигнал преминава през съгласуващото стъпало 10, атенюатора 11 и импулсния усилвател 12. На екрана на електронно лъчевата тръба 13 се фиксират многократните отражения на затихващите ултразвукови импулси. Блоковете 1, 13 и 14 представляват стандартни електронни прибори Г5-15 (СССР) и осцилограф ОН-3 (НРБ). С цел намаляването на спектралната грешка при измерване на коефициента на затихване се използува високочестотен генератор, позволяващ да се получи импулс, по форма близък до правоъгълния, с продължителност от 2 до 10 μs. Амплитудата на импулса се изменя в границите до 600 V.

В качеството на усилител на високочестотните сигнали се използува специален широкоивичен лампов усилвател EF81 (ФРГ) с регулируем коефициент на усилване в честотния диапазон от 0,5 до 12 MHz. Атенюатора позволява да се измери амплитудата

на сигнала с точност до 0,5 dB.

В образци с високо затихване се използува метода на "Импулс за сравнение" (74). За тази цел в апаратурата е предвиден канал за сравнение, състоящ се от пиезокварцови преобразователи 4 и 8, идентични преобразователи 3 и 7 и от еталонния образец 6. В качество на еталон се използуват чисти метали (Al ,армкожелязо и други) с неголямо затихване в разглеждания честотен диапазон. Формата и акустическото съпротивление на еталонния образец са близки до характеристиките на изследваните образци.

Коефициента на затихването се определя по формулата

(II 3.5) $\alpha = (A_1 - A_2)/L$,

където A_1 е показанието на атенюатора на измервателното устройство при измерване на еталонен образец (Al) с пренебрежимо затихване, A_2 е показанието на атенюатора при измерване върху изследвания материал. Точността на отчитане на величините A_1 и A_2 е от порядъка на 0,5 dB.

Обработката на експерименталните данни от изследването на честотната зависимост на коефициента на затихване се извършва по метода на най-малките квадрати (66). На фиг.6 са представени резултатите от измерване на зависимостта на коефициента на затихване α на надлъжните еластични вълни от честота f . Отчита се и значението на коефициента на затихването

в материала с незначително затихване по формулата:

(II 3.6) $\alpha_x = \alpha_o + \Delta\alpha$

където α_x е коефициента на затихване в изследвания материал, α_o – коефициента на затихване на еталонния образец и $\Delta\alpha$ е нарастването определено по формула (II 3.5).

Обработката на експерименталните резултати показва, че тази зависимост е от квадратичен вид:

(II 3.7) $\alpha = a_1 f + a_2 f^2$

т.е. загубите имат дисипативен и фазов характер. Коефициента a_1 характеризира дисипативните загуби, а втория a_2 загубите от разсейване.

Изчислените по метода на най-малките квадрати (66) коефициенти a_1 и a_2 за изследваните материали са дадени в таблица 7. В нея са отразени данните за коефициента на затихване α при честоти 5MHz. Представени са данните за материали I, II и III и за чиста полиестерна смола (крива 0), за образци изрязани перпендикулярно, успоредно и под ъгъл 45^0 спрямо влакната. За постигане на по-голяма нагледност на фиг.6 зависимостта (II 3.7) е построена в координати $\alpha/f - f$. Възприети са съответно представяне на експерименталните данни за различните образци с щрихпунктирни, пунктирни и плътни линии. Прави впечатление значително по-големите значения на загубите в материал I, което вероятно е свързано с използуване на смола с различни

свойства и недостатъчно добро съблюдаване на технологичния режим.

Таблица 7

МАТЕРИАЛ	Θ^0	α dB/cm (при 5 MHz)	a_1 dB/cm.MHz	a_2 dB/cm.MHz^2
1	2	3	4	5
I	0	22	2,10	0,418
	45	30	3,86	0,440
	90	25	3,00	0,418
II	0	9,5	0,04	0,317
	45	8,5	0,22	0,288
	90	9,0	0,040	0,338
III	0	6	0,01	0,227
	90	5,5	0,04	0,218
смола	—	12	0,52	0,390

От проведените измервания на скоростите на еластичните вълни при различни честоти от 0,5 до 10 MHz и при различна ориентация на влакната е получена експериментална зависимост на скоростната дисперсия от честотата f. Дисперсионните зависимости на надлъжните напречни вълни са дадени на фиг.7.а,б Кривата 1 описва дисперсията на вълни, разпространяващи се по посока на влакната X_3, крива 2 описва дисперсията на напречни вълни,

разпространяващи се по осите X_1 и X_2 и крива 3 описва дисперсията на напречни вълни, разпространяващи се по посока на влакната X_3.

- За честоти по-малки от 4 MHz дисперсията е незначителна и груповата скорост е почти постоянна. При по-високи честоти скоростта се изменя забележимо.

- Напречните вълни, разпространяващи се по ос X_1 или X_2 при колебание на частиците по ос X_3, изпитват сравнително слаба дисперсия.

- Напречните вълни, разпространяващи се по ос X_3 при колебание на частиците по оси X_1 и X_2, изпитват дисперсия при честоти около 1 MHz. Нарастването на скоростта от честотата се дължи на това, че при намаляването на дължината на вълната, енергията, разпространяваща се по ос X_3 се предава в по-голяма степен на стъкловлакната, които в този случай служат за вълноводи и в по-малка степен на смолата. Този факт се съгласува добре с микроструктурните теории. От показаните на фиг. 7 а,в дисперсионни зависимости се налага извода, че дисперсията в стъклополиестерен композит се определя преди всичко от нееднородността му, но не и от формата и размера на изследвания материал. Този извод се основава на факта, че при пропускане на импулси през еталонни образци (Al) със същите размери дисперсия не се забелязва в същия диапазон на честотите 1-10 MHz.

3.2. НИСКОЧЕСТОТНИ ИЗМЕРВАНИЯ

Апаратурата за нискочестотни изследвания е предназначена за измерване на скоростта на разпространение на еластични вълни, амплитудно-независимото вътрешно триене (коефициента за загубите Q^{-1}) и динамическите еластични модули в образци от типа на прът с правоъгълно сечение 1 x 8 мм и дължина 120 мм по основната (резонансна) честота на свободните трептения. Структурната схема и външния вид е дадена на фиг. 8[а] . Апаратурата включва генератор за синусуидални колебания 1 със стабилизирано напрежение за точно поддържане на честотата, превключващо устройство 2 за реализиране на измеренията по метода на свободните трептения, датчици за възбуждане 3 и приемане 4 от тип ММ002, производство на фирмата "Брюел и Кер", устройство за закрепване на образеца 5, усилвател 7 и регистриращ блок, състоящ се от миливолтмер 8, записващо устройство от типа 2305 на фирмата "Брюел и Кер", осцилограф със запомнящо устройство от типа С1-29 (СССР) 10 и фотокамера 12. Честотата на възбуждане на образеца 6 се измерва с точност до 0,01 Hz на честотомера 11.

Предвид на това, че експерименталните образци са на-делени . магнитни материали за възбуждане и приемане на колебанията бяха разработени малогабаритни електромагнитни датчици, които се монтират в устройството за закрепване така, че те да се разместват при върхово (максимално) преместване на образците. Собствената резонансна честота на датчиците е около 60Hz .

3.2. НИСКОЧЕСТОТНИ ИЗМЕРВАНИЯ

Апаратурата за нискочестотни изследвания е предназначена за измерване на скоростта на разпространение на еластични вълни, амплитудно-независимото вътрешно триене (коефициента за загубите Q^{-1}) и динамическите еластични модули в образци от типа на прът с правоъгълно сечение 1 x 8 мм и дължина 120 мм по основната (резонансна) честота на свободните трептения. Структурната схема и външния вид е дадена на фиг. 8[а] . Апаратурата включва генератор за синусуидални колебания 1 със стабилизирано напрежение за точно поддържане на честотата, превключващо устройство 2 за реализиране на измеренията по метода на свободните трептения, датчици за възбуждане 3 и приемане 4 от тип ММ002, производство на фирмата "Брюел и Кер", устройство за закрепване на образеца 5, усилвател 7 и регистриращ блок, състоящ се от миливолтмер 8, записващо устройство от типа 2305 на фирмата "Брюел и Кер", осцилограф със запомнящо устройство от типа С1-29 (СССР) 10 и фотокамера 12. Честотата на възбуждане на образеца 6 се измерва с точност до 0,01 Hz на честотомера 11.

Предвид на това, че експерименталните образци са на залепени с магнитни материали за възбуждане и приемане на колебанията бяха разработени малогабаритни електромагнитни датчици, които се монтират в устройството за закрепване така, че те да се разместват при върхово (максимално) преместване на образците. Собствената резонансна честота на датчиците е около 60Hz .

Разстоянието между датчиците и образците е около 1 мм.

Образците със свободни краища се закрепват (свободно подпрени) във възлите с нулева амплитуда на трептения. Подобен тип на закрепване осигурява неголеми загуби (77,78). При по-нататъшно усъвършенствуване на този метод на закрепване с помощта на използуването на пружина за регулиране на усилието ще могат да се наблюдават еднакви условия за изследване на всички образци.

Измерването на образците с повишен коефициент на загубите се проведоха във вакуум-камера 14 при налягане от порядъка на 10^{-1} мм Hg , измервано с вакуумметър 13.

За пресмятане на динаммичния еластичен модул и коефициента на загубите на материали с $Q^{-1} < 0,4$ е удачно да се използуват следните приблизителни формули:

(II 3.8) $$E = \frac{48\pi^2}{a_n^4} \rho \cdot \frac{l^2}{d^2} f_p^2$$

(II 3.9) $$Q^{-1} = k \frac{v \, tg\beta}{27,3 f_p},$$

където К е чувствителността на записа, ρ – относителното тегло (плътността) на композита, l – дължина на образеца, d – дебелина на образеца в посока на трептенията, v – скоростта на движение на лентата на логаритмичния записвач на ниво, f_p – резонансната честота на образеца, β – наклонът на правата, характеризираща спада на амплитудата на трептене на образеца (измерва се по получения запис на записвача на ниво),

a_n – коефициентът, зависящ от поредния номер на хармониката (за основната резонансна честота $n = 1$, $a_1 = 1{,}875$, за $n = 2$ $a_2 = 4{,}694$, за $n = 3$, $a_3 = 7{,}885$, за $n > 3$ $a_n = (2n-1)/2$.).

Анализът на изразите (II.3.8) и (II 3.9) показва, че при използуваната в експеримента техника относителната грешка при определяне на надлъжния еластичен модул (по посока на влакната) е не по-голяма от 0,5 %, а на коефициента на загубите 1,5 %.

За провеждане на измервания с образци, които имат размери близки до тези прилагани в машиностроенето, строителството и други, се използува апаратура тип ИЧЗ-9А (производство СССР). Принципната схема на експерименталната постановка е дадена на фиг.9. Въведени са следните означения: ℓ – дължина на образеца, B – възбуждащ датчик, "а" – огъващи трептения, П – приемащ датчик, "в" – надлъжни трептения и "С" – усукващи трептения.

Подготвени са образци от достатъчно дълги стъклопластикови пръти с дължина 800 мм и диаметри 10 ÷ 16 мм.

Измерванията се осъществяват по метода на свободните трептения. Методът се състои в определяне на резонансната честота при различни форми на трептения: надлъжни, напречни и усукващи.

Апаратурата гарантира точност при определянето на еластичните модули от порядъка на 0,5 %.

За пресмятане на динамичните еластични модули се използуват следните приблизителни формули (18):

(II 3.10) $$E = 1{,}641 \times 10^{-3} \cdot f_{or.}^2 \left(\frac{l}{d}\right)^4 \frac{P}{l}, \ [kg/cm^2]$$

(II 3.11) $$G = 5{,}1935 \times 10^{-3} f_{yc.}^2 \frac{l \cdot P}{d^2}, \ [kg/cm^2]$$

където $f_{or.}$ и $f_{yc.}$ са резонансната честота при огъване и усукване, P – тегло на образеца в kg, l, d – дължина и диаметър в cm.

Резултатите получени по метода на собствените трептения и импулсно–фазовия компенсационен метод при честоти 1,67 MHz за еластичните модули и коефициента на загубите Q^{-1} са дадени в таблица 8.

Таблица 8

МАТЕРИАЛ	Q^{-1} x10^{-3}	Нискочестотни измервания			Високочестотни измервания		
		по форм. (II 3.8)	по схема от фиг.9				
		E	E	G	E	G	ν
		kg/cm^2 x10^3	kg/cm^2, x10^5		kg/cm^2 x10^5	kg/cm^2 x10^5	
1	2	3	4	5	6	7	8
I	11,15	2,47	2,49	1,17	3,16	1,07	0,285
II	8,5	3,08	3,21	1,20	3,88	1,19	0,320
III	9,25	4,16	3,17	1,44	3,40	1,14	0,290
Бор–епоксиден композит (73)	–	–	–	–	21,4	8,6	0,24

За сравнение в таблица 9 са приведени номиналните (статични) еластични модули на материала. С E е означен еластичния модул успореден на влакната, с G и ν хлъзгащия модул и коефициента на Поасон в равнина успоредна на влакната.

Таблица 9

МАТЕРИАЛ	Обемно съдържание %	Плътност g/cm^3	Статични модули		
			E kg/cm^2, $x10^5$	G kg/cm^2, $X10^5$	ν
1	2	3	4	5	6
1. Стъклени влакна Ф 10 мм	52	2,54	7,38	3,08	0,20
2. Смола "Виналкид 550-П"	48	1,16	0,22	0,081	0,35
Композит стъкло + смола	100	1,663	2,46	1,15	0,266

4. РАЗПРОСТРАНЕНИЕ НА УДАРЕН ИМПУЛС В ДЪЛГИ СТЪКЛОПОЛИЕСТЕРНИ ПРЪТИ

4.1. АПАРАТУРА И МЕТОДИКА

Използува се устройство, разработено от автора (55), схемата на което е представена на фиг.10. Експерименталния образец (1) представлява прът от изследвания материал с дължина ℓ според техническото задание и диаметри от 16 и 19 мм. Прътите са производство на завод "Ив.Бонов" – гр.Кнежа. Паралелно са изследвани стъклопластикови пръти, произведени в ФРГ и САЩ, внасяни у нас по второ направление за нуждите на машино-тракторния завод – гр.Карлово, с неизяснени характеристики на смолата. Материалите (образците) произведени в България, ФРГ и САЩ се означават с I, II и III. Прътът е закрепен неподвижно в краищата си посредством специално захватно устройство, показано на фиг.11

Прилага се кинематичен метод за изследване на вълновия процес в дълги пръти. Методът се състои във високоскоростно фотографиране на удара, нанесен върху изследвания образец. Регистрацията на скоростта на сечението на пръта се допълва и с регистриране на силата в няколко сечения, или в краен случай само в едно сечение (началото на пръта). За да се събере достатъчно информация от този експеримент е необходимо да се използува многоканално записващо устройство.

Изследването на стъклополиестерния прът се провежда при създаване в него на предварителен опън, посредство опънното устройство 7. Образеца 1 с единия край се закрепва в 7, а вторият край се съединява с динамометъра 3. Между динамометъра 3 и захватното устройство се закрепва лека, но достатъчно здрава пластмасова нишка. Приведената схема на експеримента предполага предаване само сила на опън върху образеца, тъй-като при удар нишката загубва устойчивост и не предава усилие. Показаната схема на натоварване може да се счита аналог на схемата "Прът на Хопкинсон" с тази разлика, че последната се използува при натиск. Разработената схема ими преимущество пред "пръта на Хопкинсон", което се заключава във възможността да се провеждат изследвания по разпространение на вълни в предварително опънати пръти.

Напрежението в предварително опънатия прът се измерва с пружинен динамометър, а деформацията – с електросъпротивителен датчик 4 с индикаторен часовник. Регистрацията на разпространението на вълните по дълъг стъклополиестерен прът се заключава във фиксиране на скоростта на преместване V на четири сечения на пръта X_1, X_2, X_3, X_4, с помощта на електромагнитни датчици 2, и измерване на силата в началото на пръта ($X = 0$) с пиезоелектрически динамометър 3. Честотата на собствените трептения на динамометъра и захватното устройство е по-голяма от честотата на процеса, вследствие на което се удаде да се

получат регистрации върху фотографната лента без наслагване на трептенията. Усиленият сигнал в тензометричния мост 5 от пиезодачника се поддава в един от входовете на шест-канално високоскоростно записващо устройство 6 тип ПОБ-12М. В останалите входове се поддава сигнал от електромагнитните датчици. Пускането на записващото устройство се синхронизира с устройството за възбуждане на удар 8, което представлява една гъвкава високоякостна пластмасова корда, която се къса при зададена стойност на удара.

4.2. ЕКСПЕРИМЕНТАЛНИ РЕЗУЛТАТИ. ИЗВОДИ

Типичен запис е показан на фиг.12а,в. Крива 1 показва зависимоста сила-време, а крива 2 - зависимостта скорост-време. Обработката на резултатите се състои в трансформиране на фотограмите скорост-време (C - t) от фиг.12а,в в координати преместване-време (X - t), показани на фиг.13. Диаграмите са силно разтегнати по посока на координатата t, за да се получи по-нагледна картина за процеса на разпространение на удара. От наклона на правата, която свързва различните точки от пръта, в които се фиксира преместването се получава скоростта на предния фронт на вълната Co. Еластичния динамичен модул се получава по формулата:

$$E'_{дин.} = \rho C_o^2 \qquad \text{(II 4.1)}$$

където ρ е плътността на стъклополиестерния композит.

Измерванията са проведени върху 50 образеца от материал I и 20 образци от материали II и III. Номиналната стойност на динамическия еластичен модул е получена от статистическо осредняване на експерименталните данни. Относителната грешка при обработката е от порядък 1,5 ÷ 2,0 %.

От регистрирането на вълновия процес при различни деформации от предварителния опън са получени динамическите диаграми напрежение–деформация, дадени на фиг. 14 и реалната част на еластичната податливост, пресметната по формулата:

(II 4.2) $$J' = 1/E'_{дин.} = 1/\rho c_o^2$$

И З В О Д И

1. Скоростта на предния фронт на вълната не зависи от предварителното опънно усилие в границите от 100 до 500 kg.

2. Получени са експериментални данни за динамическите напрежения и за еластичните и вискозоеластични харастеристики на материала, които по-нататък се сравняват с теоретичните изследвания и с някои резултати от други автори.

3. Влиянието на скоростта на предния фронт на вълната върху наклона на диаграмата напрежение–деформация към оста ε се пренебрегва в началния участък на диаграмата.

4. Правят впечатление значително по-малките значения на еластичните характеристики на материалI, което вероятно е свързано с технологични несъвършенства.

ГЛАВА III

ТЕОРЕТИЧНО ИЗСЛЕДВАНЕ РАЗПРОСТРАНЕНИЕТО НА ЕЛАСТИЧНИ ВЪЛНИ ВЪВ ВЛАКНЕСТО-АРМИРАНИ ЕДНОМЕРНИ КОМПОЗИТИ

Обикновеният подход при изчисляване на конструкции и елементите им изготвени от композиционен материал в [105], [83], [63] води до замяна на композита с еднородна среда. В такъв случай, ако са известни ефективните модули на съставните компоненти на композита, всяко изчисление води до класическо еднородно тяло, защото няма никаква разлика между композиционния и фиктивния анизотропен материал. Горния метод намира приложение при статистическо изследване на такива традиционни композиционни материали, като стоманобетона, дървените конструкции, напластените среди (земната основа) и други, но в динамическите изследвания неговото приложение е ограничено. При задачите от динамиката на конструкциите е необходимо да се познават дисперсионните зависимости (зависимост между фазовата скорост и честотата и вълновото числс), затихването на вълните, динамичните еластични модули и други.

1. ПРИБЛИЗИТЕЛЕН МЕТОД НА ЕФЕКТИВНИТЕ КОРАВИНИ С ЛИНЕЙНА АПРОКСИМАЦИЯ НА ПРЕМЕСТВАНЕТО ЗА ИЗСЛЕДВАНЕ ДИСПЕРСИЯТА НА ВЪЛНИ РАЗПРОСТРАНЯВАЩИ СЕ ВЪВ ВЛАКНЕСТО-АРМИРАНИ ПРЪТИ

Тук се предлага нов път за построяване на приблизителен метод за динамически изчисления на влакнесто-армирани едномерни композитни материали. Вместо да се въвежда еквивалентна еднородна среда [105], свързващия материал (матрицата) се

приема като ефективна трансверзално-изотропна еластична среда, а за влакната се въвеждат "ефективни коравини". Този метод се основава на предположението, че напречните размери на компонентите и разстоянията между тях са много малки в сравнение размерите на тялото и преместванията му при деформация.

1.1. НЕПРЕКЪСНАТА ТЕОРИЯ НА ЕФЕКТИВНИТЕ КОРАВИНИ С ЛИНЕЙНА АПРОКСИМАЦИЯ НА ПРЕМЕСТВАНЕТО

Разглеждаме цилиндричен елемент Ω от материала с дължина единица, напречно сечение S и коефициент на армиране $g_1 = nF_1/S$, където с F_1 означаваме площта на сечението на елементарно влакно с радиус "a" и n е броя на влакната в цялото напречно сечение на цилиндричния елемент.

Ефективният закон на Хук, съгласно [105] се записва в следния най-общ вид:

$$(\text{III } 1.1) \qquad \sigma_{ij} = C^*_{ijkl}\,\epsilon_{kl}$$

където σ_{ij} и ϵ_{kl} са съответно тензора на напрежение и тензора на деформация, които са осреднени по разглеждания обем, C^*_{ijkl} са осемдесет и един ефективни модули на еластичност; $i, j, k, l = 1, 2, 3$. За нерегулярна осово цилиндрична симетрия, каквато притежават повечето от ориентираните еднопосочно ориентирани композити, може да се приеме трансверзална изотропия. Тогава броя на ефективните модули се свежда до 5 и връзката между напрежение и деуормация може да се запише в следния матричен вид:

$$(\underline{III}\,1.2)\qquad \begin{bmatrix}\sigma_{11}\\ \sigma_{22}\\ \sigma_{33}\\ \sigma_{12}\\ \sigma_{13}\\ \sigma_{23}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11}^{*} & C_{12}^{*} & C_{12}^{*} & & & \\ C_{12}^{*} & C_{22}^{*} & C_{23}^{*} & & & \\ C_{12}^{*} & C_{23}^{*} & C_{22}^{*} & & & \\ & & & C_{44}^{*} & & \\ & & & & C_{44}^{*} & \\ & & & & & C_{22}^{*}-C_{23}^{*} \end{bmatrix} \begin{bmatrix}\epsilon_{11}\\ \epsilon_{22}\\ \epsilon_{33}\\ 2\epsilon_{12}\\ 2\epsilon_{13}\\ \epsilon_{23}\end{bmatrix}$$

Приети са хармонични вълни от вида:

$$(\underline{III}\,1.3)\qquad u_i = U_i \exp[jk(n_i x_i - c\,t)],$$

където u_i са координатите на преместването, U_i амплитудните им стойности, които определят посоката на трептене на частиците на средата, $j=\sqrt{-1}$ е инагинерна единица, К – вълново число, n_i са координатите на единичния вълнов вектор, които дават посоката на разпространение на вълната, X_i е координатна система, като ос X_1 е взета успоредна на влакната, С – фазова скорост на разпространение на хармоничната вълна, t – времето, $\omega = kc$ е честотата. Зависимостите на фазовите скорости в зависимост от петите независими модули на еластичност са дадени в таблица 9.

Таблица 9

Вълнова нормала	Посока на трептене	Тип на вълната	Уравнения свързващи фазовата скорост с модулите на еластичност
1	2	3	4
$n_1=1$ $n_2=n_3=0$	X_1	надлъжна	$c_L=(C_{11}^*/\rho^*)^{1/2}$
$n_1=1$ $n_2=n_3=0$	X_2 или X_3	напречна	$c_T=(C_{44}^*/\rho^*)^{1/2}$
$n_2=1$ $n_1=n_3=0$	X_2 или X_3	надлъжна	$c_L=(C_{22}^*/\rho^*)^{1/2}$
$n_2=1$ $n_1=n_3=0$	в равнината (X_2 X_3)	—	$c_T=\left[\frac{1}{2}(C_{22}^*-C_{23}^*)/\rho^*\right]^{1/2}$

При случай на вълни с безкрайна дължина на вълната ($\lambda \to \infty$) осреднението, което лежи в основата на теорията на ефективните модули е в сила, както за динамични, така и за статични задачи. Затова изразите за фазовите скорости в таблица 5 могат да се разглеждат при граничен преход ($\omega \to 0$), т.е. при статичен случай.

При метода на ефективните коравини влакната се разглеждат в "макромащаб", като дълги цилиндрични елементи (пръти или греди) с кръгово напречно сечение, притежаващи коравина на огъване, усукване, опън и хлъзгане. Взаимодействието между влакната и матрицата в реалните тела се осъществява за сметка на непрекъснатотстта на преместването и напреженията (адхезията) на фазовата повърхност (граница).

Метода на ефективните коравини отчита само съгласуваното преместване на оста на влакната и преместването на

матрицата. Това е едно ограничено взаимодействие, при което влакната не влияят на деформацията на композита в посока нормална на оста на влакната. Така модифициран "Ефективния свързващ материал" ще отчита някаква част от ефектите на влакната, а именно тази част, която не е свързана с деформацията на влакната при огъване, усукване, хлъзгане и опън.

За k -то влакно при избрана локална координатна система на фиг.15, съгласно динамичната теория на Тимошенко (117), отчитаща ефекта от хлъзгането на напречното сечение на влакното можем да запишем:

$$
\begin{aligned}
M_2^k &= E_1 I_2 \omega_{2,1}^k \\
M_3^k &= E_1 I_3 \omega_{3,1}^k \\
M_1^k &= G_1 I_p \omega_{1,1}^k \\
Q_2^k &= \varkappa G_1 F_1 (u_{02,1}^k - \omega_3^k) = \varkappa G_1 F_1 u_{01,2}^k \\
Q_3^k &= \varkappa G_1 F_1 (u_{02,1}^k - \omega_3^k) = \varkappa G_1 F_1 u_{01,2}^k \\
N_1^k &= E_1 F_1 u_{01,1}^k ,
\end{aligned}
\qquad (\text{III } 1.4)
$$

където, $I_2 = I_3 = \pi a^4/4$ са инерционните моменти на напречното сечение на влакното с радиус "a", $I_p = \pi a^4/2$ - полярен инерционен момент, $F_1 = \pi a^2$ - площ на сечението E_1 и G_1 - са модула на Йънг и хлъзгащия модул съответно, Q_2^k и Q_3^k са напречните срязващи сили, N_1^k - осова сила, u_{0i}^k - компоненти на вектора на преместване на оста на влакното, ω_i^k - компоненти на вектора на ротация на влакното,

$\vec{\omega}^k$, като $\vec{\omega}^k = \frac{1}{2} rot \vec{u}_o^k = \frac{1}{2} \vec{\nabla} \times \vec{u}_o^k$,

$\vec{\nabla} \left(\frac{\partial}{\partial x_1}, \frac{\partial}{\partial x_2}, \frac{\partial}{\partial x_3} \right), i = 1,2,3$

$E_1 I_2 = E_1 I_3 = E_1 \pi a^4/4$ – коравини на огъване,

$\varkappa G_1 F_1$ – коравина на напречно хлъзгане,

$\varkappa$ – коефициент от поправката на напречно хлъзгане в теорията на Тимошенко, който зависи от формата на сечението – за кръгови сечения $\varkappa = 0{,}847$.

$G_1 I_p$ – коравина на усукване

$E_1 F_1$ – коравина на опън (натиск).

Зависимостите $(III\ 1.4)_3$ и $(III\ 1.4)_6$ са условия за едномерно напрегнато състояние на влакното (опън и усукване), което показва, че взаимодействието на влакното с матрицата се осъществява само с преместването на осовата му линия.

При този метод приемаме линейна апроксимация на обобщеното преместване на влакното $\vec{u}^k$;

(III 1.5) $\vec{u}^k = \vec{u}_o^k - \vec{\omega}^k \times \vec{r}$

където – $\vec{u}^k (u_1^k, u_2^k, u_3^k)$, $\vec{r} (0, x_2, x_3)$.

Ориентацията на координатната система е дадена на фиг. 15 .

От (III.1.4) и (III 1,5) могат да се получат изразите за кинетичната и потенциална енергия на влакно с дължина единица.

1.2. ОСНОВНИ УРАВНЕНИЯ ЗА ДВИЖЕНИЕ В ПРЕМЕСТВАНИЯ

Областта на цилиндричния елемент Ω с дължина единица е правилна и следователно може да се приложи принципа на Хамилтон. Предполага се, че сечението S съдържа безброй много влакна ($n \to \infty$), така, че можем да преминем от сумиране в безброй много точки към интегриране по цялата област.

$$\sum_{k=1}^{n} T_1^k(x_i^k, t) \Longrightarrow \int_S T_1(x_i, t)\, dS$$

(III 1,6)

$$\sum_{k=1}^{n} W_1^k(x_i^k, t) \Longrightarrow \int_S W_1(x_i, t)\, dS,$$

където T_1^k и W_1^k са кинетичната и деформационна енергии на К$^{-то}$ влакно.

С тези операции за изглаждане на прекъснатостта (III 1,6), шестте кинетични променливи u_{oi}^k и ω_i^k, които бяха определени само в n дискретни точки на областта S, сега стават непрекъснати функции на непрекъснатите координати X_2 и X_3, така както са непрекъснати и на X_1.

Принципа на Хамилтон за минимум на функционала действие се записва по следния начин:

$$(\text{III } 1.7) \quad \delta \int_{t_1}^{t_2} \int_{\Omega} (T - W)\, dV\, dt = 0,$$

където T и W са кинетичната и деформационна енергия на цилиндричния елемент с дължина единица, V е обема на областта Ω, t_1 и t_2 са долната и горна граница на временния интервал, за който протича деформационния процес.

В сила е принципа на суперпозицията:

$$T = \sum_{\alpha=1}^{2} T_\alpha$$

(III 1,8)

$$W = \sum_{\alpha=1}^{2} W_\alpha$$

където с T_α и W_α – сме означили кинетичната и деформационна енергия на влакната и матрицата съответно при значения на индекса $\alpha = 1$ и $\alpha = 2$.

Потенциалната енергия на матрицата се получава от изразите:

$$W_2 = \frac{1}{2} \sigma_{ij}^{(2)} \epsilon_{ij}^{(2)}$$

(III 1,9) $$\epsilon_{ij}^{(2)} = \frac{1}{2}\left(u_{i,j}^{(2)} + u_{j,i}^{(2)}\right),$$

където $\sigma_{ij}^{(2)}$ и $\epsilon_{ij}^{(2)}$ са съответно тензорите на напрежение и деформация на матрицата, $u_i^{(2)}$ са преместванията на матрицата и $i, j = 1, 2, 3$. Тъй като приехме трансвезално – изотропна ефуктивна матрица, то компонентите на $\sigma_{ij}^{(2)}$ се вземат същите, както в (III 1,2).

Основната предпоставка на тази теория е, че преместването на матрицата с преместването на оста на влакната;

(III 1,10) $$u_{oi}^{(1)} \equiv u_i^{(2)} \equiv u_i$$

По този начин се отчита съгласуваното взаимодействие между влакната и матрицата, без да се отчитат граничните условия на фазовата повърхност.

Кинетичната енергия на К$^{-то}$ влакно T^{K}_{1} се определя като сума от енергията на линейните скорости $(T^{K}_{1})_{\dot{u}_i}$ и енергията на ъгловите скорости $(T^{K}_{1})_{\dot{\omega}_i}$:

$$T_1^k = (T_1^k)_{\dot{u}_i} + (T_1^k)_{\dot{\omega}_i} \qquad \text{(III 1,11)}$$

Явния израз на събираемите в (III 1,11) се определят с помощта на изразите, дадени в [72]

$$(T_1^k)_{\dot{u}_i} = \frac{1}{2}\rho_1 F_1 \dot{u}_i \dot{u}_i = \frac{1}{2}\rho_1 F_1 (\dot{u}_1^2 + \dot{u}_2^2 + \dot{u}_3^2)$$

$$(T_1^k)_{\dot{\omega}_i} = \frac{1}{2}\rho_1 I_i \dot{\omega}_i \dot{\omega}_i = \frac{1}{2}\rho_1 [(I_2\dot{\omega}_2^2 + I_3\dot{\omega}_3^2) + I_p\dot{\omega}_1^2] \qquad \text{(III 1,12)}$$

където с $I_1 = I_p$ сме означили полярния инерционен момент, с ρ_1 – плътността на влакното. По повтарящия се индекс $i = 1, 2, 3$ се сумира.

Тогава за относителната кинетична енергия на К$^{-то}$ влакно се получава:

$$T_1^k / F_1 = \frac{1}{2}\rho_1 [\dot{u}_1^2 + \dot{u}_2^2 + \dot{u}_3^2 + K^2(\dot{\omega}_2^2 + \dot{\omega}_3^2 + 2\dot{\omega}_1^2)] \qquad \text{(III 1.13)}$$

където K е инерционния радиус на напречното сечение на влакното $K^2 = I_2/F_1 = I_3/F_1 = a^2/4$

Деформационната енергия на К$^{-то}$ влакно се определя като сума от деформационната работа на вътрешните усилия (моменти и сили) [72].

$$2W_1^k = M_i^k \omega_{i,1}^k + N_1^k u_{1,1}^k + Q_2^k (u_{2,1}^k - \omega_3^k) + Q_3^k (u_{3,1}^k + \omega_2^k). \qquad \text{(III 1.14)}$$

В (III 1.12) и (III 1.14) се прилага основната предпоставка на метода (III 1.10). Като се заместят изразите за вътрешните усилия (III 1.4) в (III 1.14) се получава:

$$2W_1^k = G_1 I_p \omega_{1,1}^2 + E_1 I_2 \omega_{2,1}^2 + E_1 I_3 \omega_{3,1}^2 + E_1 F_1 u_{1,1}^2 + \\ + \varkappa G_1 F_1 \left[(u_{2,1} - \omega_3)^2 + (u_{3,1} + \omega_2)^2 \right].$$

За относителната деформационна енергия на К$^{-то}$ влакно се получава:

(III 1.15)
$$W_1^k / F_1 = \frac{1}{2} E_1 \left[u_{1,1}^2 + K^2 \left(\omega_{2,1}^2 + \omega_{3,1}^2 \right)^2 \right] + G_1 K^2 \omega_{1,1}^2 + \\ + \frac{1}{2} \varkappa G_1 \left[(u_{2,1} - \omega_3)^2 + (u_{3,1} + \omega_2)^2 \right]$$

За да се избегне двусмислието при въвеждането на индекси, по-нататък ще се изпускат индексите 0 и К.

Кинетичната енергия на матрицата е:

(III 1.16)
$$T_2 = \frac{1}{2} \rho_2 f_2 \left(\dot{u}_1^2 + \dot{u}_2^2 + \dot{u}_3^2 \right)$$

е относителната кинетична енергия на матрицата, f_1 е обемно съдържание на влакната в композита, ρ_2 е плътността на матрицата, $f_2 = 1 - f_1$, W_2 е деформационната енергия на матрицата, която се определя с помощта на изразите (III 1.9).

Тогава явния израз на Лагранжевата функция (T-W) след като заместим (III 1.13), (III 1.15), (III 1.16) и (III 1.9) в (III 1.8) се получава:

$$T - W = \frac{1}{2} f_1 \rho_1 \left[\dot{u}_1^2 + \dot{u}_2^2 + \dot{u}_3^2 + K^2 \left(2\dot{\omega}_1^2 + \dot{\omega}_2^2 + \dot{\omega}_3^2 \right) \right] + \\ + \frac{1}{2} f_2 \rho_2 \left(\dot{u}_1^2 + \dot{u}_2^2 + \dot{u}_3^2 \right) - \\ - \frac{1}{2} f_1 E_1 \left[u_{1,1}^2 + K^2 \left(\omega_{2,1}^2 + \omega_{3,1}^2 \right) \right] - \\ - \frac{1}{2} f_1 \varkappa G_1 \left[(u_{2,1} - \omega_3)^2 + (u_{3,1} + \omega_2)^2 \right] - f_1 G_1 K^2 \omega_{1,1}^2 -$$

$$-\frac{1}{2}\Big[(C_{11}u_{1,1}+C_{12}u_{2,2}+C_{12}u_{3,3})u_{1,1}+$$
$$+(C_{12}u_{1,1}+C_{22}u_{2,2}+C_{23}u_{3,3})u_{2,2}+$$
(III 1.17) $$+(C_{12}u_{1,1}+C_{23}u_{2,2}+C_{22}u_{3,3})u_{3,3}+$$
$$+\frac{1}{2}C_{44}(u_{1,2}+u_{2,1})^2+\frac{1}{2}C_{44}(u_{1,3}+u_{3,1})^2+$$
$$+\frac{1}{2}(C_{22}-C_{23})(u_{2,3}+u_{3,2})\Big]$$

$$\text{тук } C_{ijkl}=C^*_{ijkl}$$

Ойлеровата система уравнения, която се получава от минимизирането на функционала (III 1.7) по отношение на шестте неизвестни функции u_i и ω_i ; i = 1, 2, 3 се записва в следния вид:

(III 1.18) $$\frac{\partial}{\partial x_q}\left[\frac{\partial(T-W)}{\partial(f_{p,q})}\right]-\frac{\partial(T-W)}{\partial f_p}=0,$$

където: $q=1,2,3,4$; $p=1,2,3,4,5,6$;
$x_q(x_1,x_2,x_3,t)$ и
$f_p(u_1,u_2,u_3,\omega_1,\omega_2,\omega_3)$.

Окончателният вид на основната система на уравнение за движение в преместване се получава като заместим (III 1.17) в (III 1.18) и диференциране:

$$C_{11}u_{1,11}+C_{44}(u_{1,22}+u_{1,33})+C_{44}u_{2,12}+$$
$$(C_{12}+C_{44})u_{3,13}+\rho_1 E_1 u_{1,11}=\rho^*\ddot{u}_1$$
(III 1.19) $$(C_{44}+C_{12})u_{1,21}+C_{44}u_{2,11}+C_{22}u_{2,22}+\frac{1}{2}(C_{22}-C_{23})u_{2,33}$$
$$+\frac{1}{2}(C_{22}+C_{23})u_{3,23}+\rho_1 \varkappa G_1(u_{2,11}-\omega_{3,1})=\rho^*\ddot{u}_2$$
$$(C_{44}+C_{12})u_{1,31}+C_{44}u_{3,11}+C_{22}u_{3,33}+\frac{1}{2}(C_{22}-C_{23})u_{3,22}+$$
$$+\frac{1}{2}(C_{22}+C_{23})u_{2,32}+\rho_1 \varkappa G_1(u_{3,11}+\omega_{2,1})=\rho^*\ddot{u}_3$$

$$G_1 \omega_{1,11} = \rho_1 \ddot{\omega}_1$$

(III 1.19) (прод.)

$$E_1 K^2 \omega_{2,11} - \varkappa G_1 (u_{3,1} + \omega_2) = \rho_1 K^2 \ddot{\omega}_2$$

$$E_1 K^2 \omega_{3,11} + \varkappa G_1 (u_{2,1} - \omega_3) = \rho_1 K^2 \ddot{\omega}_3$$

където: $\rho^* = \rho_\alpha \cdot \beta_\alpha$ **е относителната ефективна плътност,** $\alpha = 1,2$.

С помощта на система (III 1.19) е изследвана дисперсията на вълни от вида (III 1.3), разпространяващи се във влакнесто-армирани едномерни композити. Резултатите от тези изследвания са дадени в таблица 10.

таблица 10

Вълнова нормала	Посока на движение на частиците	Вид на вълната	Фазова скорост
1	2	3	4
$n_1 = 1$ $n_2 = n_3 = 0$	x_1	$u_1 = U_1 \exp[jk(x_1 - c_L t)]$	$c_L = [(C_{11} + \beta_1 E_1)/\rho^*]^{1/2}$
	x_1	$\omega_1 = \Omega_1 \exp[jk(x_1 - c_T t)]$	$c_T = (G_1/\rho_1)^{1/2}$
	x_2 или x_3	$\omega_2 = \Omega_2 \exp[jk(x_1 - c_T t)]$	$(C_{44} + \varkappa \beta_1 G_1 - \rho^* c_T^2)(\rho_1 K^2 k^2 c_T^2 - E_1 K^2 k^2 - \varkappa G_1) + \beta_1 \varkappa^2 G_1^2 = 0$
	x_2 или x_3	$u_2 = U_2 \exp[jk(x_1 - c_T t)]$	$\lim_{k \to 0} c_T = (C_{44}/\rho^*)^{1/2}$
$n_2 = 1$ $n_1 = n_3 = 0$	x_1	$u_1 = U_1 \exp[jk(x_2 - c_T t)]$	$c_T = (C_{44}/\rho^*)^{1/2}$
	x_2	$u_2 = U_2 \exp[jk(x_2 - c_L t)]$	$c_L = (C_{22}/\rho^*)^{1/2}$
	x_3	$u_3 = U_3 \exp[jk(x_2 - c_T t)]$	$c_T = [\frac{1}{2}(C_{22} - C_{23})/\rho^*]^{1/2}$
	x_1 или x_3	$\omega_2 = \Omega_2 \exp[jk(x_2 - c_T t)]$	$c_T = (\varkappa G_1/\rho_1)^{1/2}$ / К.к

В таблица 10 вида на вълните на усукване (завъртане) ω_i е еднакъв с този на преместванията от (III 1.3), където Ω_i са амплитудните стойности, чиито индекси показват посоката на движение на частиците. Когато посоката на движение на частиците съвпада с посоката на разпространение на вълната (вълновата нормала), то вълната е надлъжна и фазовата й скорост се означава с c_L, а когато те не съвпадат, а са ортагонални, вълната е напречна (трансверзална) и се означава със C_T. Посоките на координатите X_i се наричат главни направления.

Системата (III 1.19) - това е система уравнения за движение в премествания, съставена за влакнест композитен материал в съответствие с теорията на ефективните коравини. Преимуществата на тази теория, както и недостатъците й могат да се видят в изследваната по-горе задача за разпространение на плоски хармонични вълни в трите главни направления.

2. ПРИБЛИЗИТЕЛЕН МЕТОД ЗА ИЗСЛЕДВАНЕ ДИСПЕРСИЯТА НА ВЪЛНИ, РАЗПРОСТРАНЯВАЩИ СЕ ВЪВ ВЛАКНЕСТО-АРМИРАНИ ПРЪТИ С КВАДРАТНА АПРАКСИМАЦИЯ НА ПРЕМЕСТВАНЕ

Квадратичната апроксимация на преместването, приложена в [98] към слоисти материали дава по-добри резултати при изследване на къси хармонични вълни (малка дължина на вълната), отколкото линейната апроксимация, приложена за същия материал в [125]. Тук теорията на активните коравини е

развита с цел да бъде приложена за решаване с висока точност на динамични задачи във влакнесто-армирани едномерни композити, включително определянето на преместванията и напреженията на фазовата граница (повърхност), която при този вид двуфазна среда съществува реално и е точно определена. При този метод отсъствува основното допускане от предишната точка, като са запазени независими вектори на премествания на средата като цяло.

2.1. НЕПРЕКЪСНАТА ТЕОРИЯ С КВАДРАТИЧНА АПРОКСИМАЦИЯ НА ПРЕМЕСТВАНЕТО

Прието е правоъгълно разположение на влакната в напречното сечение на едномерния композит, както това е показано на фиг. 16а. На фиг. 16б са показани приетите координатни системи в граничащи композитни елемента. Грешката, която се допуска от приемането, че разстоянието между центровете на два граничащи композитни елемента е 2b вместо точното 2δ е около 13 %.

Квадратичната апроксимация на преместването на влакното и матрицата има следния вид:

$$u_i^{(1)} = u_{oi}^{(1)} + rE_i^{(1)} + r^2\Gamma_i^{(1)}$$

(III 2.1)

$$u_i^{(2)} = u_{oi}^{(2)} + (r-\beta)E_i^{(2)} + (r-\beta)^2\Gamma_i^{(2)}$$

където "r" е радиусвектора, "β" радиуса на композитния елемент, $u_i^{(1)}$, $u_i^{(2)}$ са преместванията на влакното и матрицата, $u_{oi}^{(1)}$ и $u_{oi}^{(2)}$ са относителните премествания на началото на координатната система и величините E_i и Γ_i се определят от изразите:

$$E_i = C\omega_{1i} + S\omega_{2i}$$
$$\Gamma_i = C^2\theta_{11i} + S^2\theta_{22i} + SC\theta_{12i}\,, \qquad \text{(III 2.2)}$$

където ω_{2i}, $\theta_{\alpha\beta i}$ – са ротации от първи и втори ред съответно. Гръцките индекси α и β приемат стойности $\alpha,\beta = 1,2$, $S = \sin\varphi$, $C = \cos\varphi$, $i = 1,2,3$. Стойността на индекса $\alpha = 1$ се отнася за влакното, а $\alpha = 2$ – за матрицата. Величините $E_i^{(1)}$ и $\Gamma_i^{(1)}$ се отнасят за влакното, а $E_i^{(2)}$ и $\Gamma_i^{(2)}$ – за матрицата. Неизвестните функции $U_{oi}^{(\alpha)}$, $\omega_{\alpha i}$, $\theta_{\alpha\beta i}$ на брой 21 зависят от координатите X_1, X_{02}, X_{03} и времето t. Променливите $E_i^{(\alpha)}$ и $\Gamma_i^{(\alpha)}$, независящи от радиусвектора се определят от условието на непрекъснатост на преместването на фазовата граница, които за точките 4 и 5 от фиг. 16 в с полярни координати (a,φ) и $(2b-a,\varphi)$ са следните:

$$^4U_i^{(1)} = {}^4U_i^{(2)} \qquad \text{(III 2.3)}$$

$$^5U_i^{(1)} = {}^5U_i^{(2)} \qquad \text{(III 2.4)}$$

Индекса горе в ляво на променливите $U_i^{(\alpha)}$ показва за коя точка са пресметнати.

Като се замести (III 2.1) в (III 2.3) и (III 2.4) и се извърши почленно събиране и изваждане се получават двете неизвестни величини $^1E_i^{(2)}$ и $^1\Gamma_i^{(2)}$ за матрицата, отнасящи се за точка 1 от фиг. 16 в.

$$^1E_i^{(2)} = \left[{}^1U_{oi}^{(1)} - {}^3U_{oi}^{(1)} + a\left({}^1E_i^{(1)} + {}^3E_i^{(1)}\right) + a^2\left({}^1\Gamma_i^{(1)} - {}^3\Gamma_i^{(1)}\right)\right]/2(a-b) \qquad \text{(III 2.5)}$$

$$^1\Gamma_i^{(2)} = \left[{}^1U_{oi}^{(1)} + {}^3U_{oi}^{(1)} - 2{}^2U_{oi}^{(2)} + a\left({}^1E_i^{(1)} + {}^3E_i^{(1)}\right) + a^2\left({}^1\Gamma_i^{(1)} + {}^3\Gamma_i^{(1)}\right)\right]/2(a-b)^2 \qquad \text{(III 2.6)}$$

Променливите $u_{oi}^{(\alpha)}$, $E_i^{(\alpha)}$ и $\Gamma_i^{(\alpha)}$ са определени единствено в оста на влакната. Целта е да ги представим като непрекъснати по цялата област на напречното сечение на композита. Тъй-като всеки композитен елемент е обграден с четири граничащи елемента, то условия (III 2.3) и (III 2.4) са валидни за четири стойности на ъгъла φ : φ_0, $\varphi_0+\pi/2$, $\varphi_0+\pi$, $\varphi_0+3\pi/2$ (φ е полярния ъгъл, заключен между радиусвектора и хоризонталната ос). От макроскопична гледна точка ъгъла φ_0 е произволно избран и следователно (III 2.3) и (III 2.4) ще са валидни за всички φ. От същата гледна точка двете фази и фазовата граница между тях съществуват едновременно, следователно уравнения (III 2.1), (III 2.2), (III 2.3), (III 2.4), (III 2.5) и (III 2.6) трябва да са в сила за всяка точка от областта. Ако с "Π" са означени броя на точките X_{02}, X_{03} (броя на влакната в областа), то след горните разсъждения функциите определени в "Π" дискретни точки могат да се заместят с непрекъснати функции на променливите X_2, X_3. Следователно могат да се развият в Тейлоров ред функциите $u_{oi}^{(\alpha)}$, $\omega_{\alpha i}$ и $\theta_{\alpha\beta i}$ в в една малка околност на точка 1 от фиг. 17. Развитието на една функция $u(X_2, X_3)$ на две променливи има вида:

(III 2.7) $$u(x_2,x_3)=u(0,0)+\left(\frac{\partial}{\partial x_2}k+\frac{\partial}{\partial x_3}h\right)u+$$
$$+\frac{1}{2}\left(\frac{\partial}{\partial x_2}k+\frac{\partial}{\partial x_3}h\right)^2u+O(h^3,k^3),$$

където k и h са нарастванията по X_2 и X_3 и $O(h^3, k^3)$ е малка величина от порядък (h^3, k^3). От

направените пресмятания най-добро приближение се получава, когато за функциите на преместването $^{3}U_{0i}^{(1)}$, $^{2}U_{0i}^{(2)}$ се вземат членовете до вторите производни включително, за функциите на ротация от първи ред ω_{2i} до първите производни включително, а функциите на ротация от втори ред $\vartheta_{2\beta i}$ се приемат постоянни в цялата околност на т.1.

Освен условията за непрекъснатост на преместването трябва да бъдат удовлетворени и условията за непрекъснатост на напреженията на фазовата граница. В [98] е доказано, че за слоисти материали ефекта от граничните условия за напреженията влияе силно на формата на движение, но не влияе значително на дисперсионните зависимости, което ни интересува и за това ще ги пренебрегнем.

В техниката като правило влакната имат многократно по-голяма коравина, отколкото матрицата. За стъкловлакно с диаметър 10 μм коравината (EJ) е 35 пъти по-голяма от коравината на полиестерна смола със същите размери.

В [63] е доказано, че за надлъжни вълни разпространяващи се в равнината на слоевете при слоисти материали, преместването на частиците зависи от гъстотата на армиращите слоеве (от коравините им), но не зависи съществено от коравините на ротации от втори ред. Следователно за влакнесто армиран едномерен композит с много корави влакна може да се пренебрегнат коравините от втори ред.

(III 2.8) $$\Gamma_i^{(\alpha)} = 0 \Longrightarrow \Theta_{\alpha\beta i} = 0$$

Като се вземе предвид (III 2.8) при разглеждането само на движение успоредно на влакната (X_1), то (III 2.1) има следния вид:

$$u_i^{(1)} = u_{oi}^{(1)} + r(C\omega_{1i} + S\omega_{2i})$$

(III 2.9) $$u_i^{(2)} = u_{oi}^{(2)} + (r-\beta)(C\Omega_{1i} + S\Omega_{2i}) + (r-\beta)^2 U_i^{(2)},$$

където са въведени означенията:

$$U_i^{(2)} = (u_{oi}^{(1)} - u_{oi}^{(2)})/(\beta-\alpha)^2, \quad \Omega_{\alpha i} = -(\gamma_1/\gamma_2)\omega_{\alpha i}$$

$$\gamma_1 = \alpha/\beta, \quad \gamma_2 = 1-\gamma_1, \quad S = \sin\varphi, \quad C = \cos\varphi,$$

$$\alpha = 1,2 \; ; \; i = 1,2,3$$

Променливите величини $U_i^{(2)}$ зависят от относителното преместване на влакното и матрицата спрямо точка 1. Уравнения (III 2.9) съдържат дванадесет неизвестни $u_{oi}^{(1)}$, $u_{oi}^{(2)}$, ω_{1i}, ω_{2i}.

2.2. ЕНЕРГЕТИЧНИ ЗАВИСИМОСТИ. ОСНОВНИ УРАВНЕНИЯ ЗА ДВИЖЕНИЕ В ПРЕМЕСТВАНИЯ

Ако Ω е регулярна област на цилиндричен композитен елемент с дължина единица и напречно сечение S, както на фиг. , тогава може да се приложи принципа на Хамилтон, като се запише минимизиращата Ойлерова система:

(III 2.10) $$\left[\frac{\partial(T-W)}{\partial(f_{p,q})}\right]_{,q} - \frac{\partial(T-W)}{\partial f_p} = 0$$

където:

$$x_q = (x_1, t) \; ; \; q = 1,2$$

$$f_p = u_{01}^{(1)}, u_{02}^{(1)}, u_{03}^{(1)}, u_{01}^{(2)}, u_{02}^{(2)}, u_{03}^{(2)}, \omega_{11}, \omega_{12},$$

p = 1,2,3,..., 12 $\omega_{13}, \omega_{21}, \omega_{22}, \omega_{23}$

Тъй-като беше прието само движение по посока на влакната (X_1), то и неизвестните функции $u_{oi}^{(\alpha)}$, $\omega_{\alpha i}$ ще зависят само от координатата X_1 и времето t .

Относителната кинетична и потенциална енергия на влакната и матрицата се определят от изразите:

(III 2.11) $$T^{(\alpha)} = \frac{1}{\pi R^2} \iint_{F^{(\alpha)}} \frac{1}{2} \rho_\alpha \dot{u}_i^{(\alpha)} \dot{u}_i^{(\alpha)} dS$$

(III 2.12) $$W^{(\alpha)} = \frac{1}{\pi R^2} \iint_{F^{(\alpha)}} \frac{1}{2} \sigma_{ij}^{(\alpha)} \epsilon_{ij}^{(\alpha)} dS,$$

където: $$\epsilon_{ij}^{(\alpha)} = \frac{1}{2}\left(u_{i,j}^{(\alpha)} + u_{j,i}^{(\alpha)}\right)$$

$$\sigma_{ij}^{(\alpha)} = \lambda_\alpha \epsilon_{ii}^{(\alpha)} + 2\mu_\alpha \epsilon_{ij}^{(\alpha)}$$

$F^{(\alpha)}$ е частта от напречното сечение S на композитния цилиндричен елемент за влакната ($\alpha = 1$) и за матрицата ($\alpha = 2$). Константите λ_α и μ_α са коефициентите на Ламé за влакната и матрицата. Преместванията $u_i^{(\alpha)}$ (съответно скоростите $\dot{u}_i^{(\alpha)}$) се заместват от (III 2.9).

След като се приложи теоремата за средните стойности към интегрите (III 2.11) и (III 2.12) и резултатите заместим в (III 2.10) се получава следната основна система уравнения за движение в преместване:

$$L_1\left[u_{01}^{(1)}, u_{01}^{(2)}\right] + \left(\mu_1 \beta_1^2 \lambda_1 - \frac{1}{2}\mu_2 N\right)\left(\omega_{13,1} + \omega_{22,1}\right) = D_1\left[u_{01}^{(1)}, u_{01}^{(2)}\right]$$

$$L_2\left[u_{02}^{(1)}, u_{02}^{(2)}\right] + \left(\mu_1 \beta_1^2 + \frac{\mu_2}{2} R - \frac{\lambda_2}{2} N\right)\omega_{21,1} = D_2\left[u_{02}^{(1)}, u_{02}^{(2)}\right]$$

(III 2.13)
$$L_3\left[u_{03}^{(1)}, u_{03}^{(2)}\right] + \left(\mu_1 \beta_1^2 + \frac{\mu_2}{2} R - \frac{\lambda_2}{2} N\right)\omega_{11,1} = D_3\left[u_{03}^{(1)}, u_{03}^{(2)}\right]$$

$$L_4\left[u_{01}^{(2)}, u_{01}^{(1)}\right] + \left(\lambda_1 \beta_1^2 - \frac{\mu_2}{2} N\right)\left(\omega_{13,1} + \omega_{22,1}\right) = D_4\left[u_{01}^{(2)}, u_{01}^{(1)}\right]$$

$$L_5[u_{02}^{(2)}, u_{02}^{(1)}] + (\mu_2 \gamma_1^2 + \frac{\mu_2}{2} R - \frac{\lambda_2}{2} N)\omega_{21,1} = D_5[u_{02}^{(2)}, u_{02}^{(1)}]$$

$$L_6[u_{03}^{(2)}, u_{03}^{(1)}] + (\mu_2 \gamma_1^2 + \frac{\mu_2}{2}\gamma_1^2 - \frac{\lambda_2}{2} N)\omega_{11,1} = D_6[u_{03}^{(2)}, u_{03}^{(1)}]$$

$$L_7[\omega_{11}] - \mu_1 \gamma_1^2 u_{03,1}^{(1)} + \mu_2 \gamma_1^2 u_{03,1}^{(2)} + \frac{1}{2}(\lambda_2 N - \mu_2 R) U_{3,1} = I\ddot{\omega}_{11}$$

(III 2.13) (прод.)

$$L_8[\omega_{12}, \omega_{23}] - \frac{\lambda_2}{2} V = I\ddot{\omega}_{12}$$

$$L_9[\omega_{13}, \omega_{22}] + \lambda_2 \gamma_1^2 u_{01,1}^{(2)} - \lambda_1 \gamma_1^2 u_{01,1}^{(1)} + \frac{\mu_2}{2} N U_{1,1} = I\ddot{\omega}_{13}$$

$$L_{10}[\omega_{21}] - \mu_1 \gamma_1^2 u_{02}^{(1)} + \mu_2 \gamma_1^2 u_{02,1}^{(2)} + \frac{1}{2}(\lambda_2 N - \mu_2 R) U_{2,1} = I\ddot{\omega}_{21}$$

$$L_{11}[\omega_{22}, \omega_{13}] + \lambda_2 \gamma_1^2 u_{01,1}^{(2)} - \gamma_1^2 \lambda_1 u_{01,1}^{(2)} + \frac{\mu_2}{2} N U_{1,1} = I\ddot{\omega}_{22}$$

$$L_{12}[\omega_{23}, \omega_{12}] - \frac{\lambda_2}{2} V = I\ddot{\omega}_{23}$$

където,

$$L_1[u_{01}^{(1)}, u_{01}^{(2)}] = (\lambda_1 \gamma_1^2 + 2\mu_1 \gamma_1^2 + 2\mu_2 Q) u_{01,11}^{(1)} + \mu_2 P u_{01,11}^{(2)} - 3\mu_2 Z U_1$$

$$L_2[u_{02}^{(1)}, u_{02}^{(2)}] = (\mu_1 \gamma_1^2 + \mu_2 Q) u_{02,11}^{(1)} + (\frac{\mu_2}{2} P - \mu_2 Q) u_{02,11}^{(2)} - (\lambda_2 Z + 3\mu_2 Z) U_2$$

$$L_4[u_{01}^{(2)}, u_{01}^{(1)}] = [-\lambda_2(1-\gamma_1^2) - 2\mu_2(1-\gamma_1^2) + \mu_2 P - 2\mu_2 Q] u_{01,11}^{(2)} +$$
$$+ (-\mu_2 P + 2\mu_2 Q) u_{01,11}^{(1)} - 3\mu_2 Z U_1$$

$$L_5[u_{02}^{(2)}, u_{02}^{(1)}] = [-\mu_2(1-\gamma_1^2) + \mu_2 P - \mu_2 Q] u_{02,11}^{(2)} + (\mu_2 Q - \frac{\mu_2}{2} P) u_{02,11}^{(1)} -$$
$$- (3\mu_2 Z + \lambda_2 Z) U_2$$

$$L_7[\omega_{11}] = (\lambda_1 \gamma_1^2 \frac{a^4}{4} + \mu_1 \gamma_1^2 \frac{a^4}{2} + \lambda_2 Y + 2\mu_2 Y)\omega_{11,11} +$$
$$+ [-\mu_1 \gamma_1^2 + \mu_2(\gamma_1^2 - 4V)]\omega_{11}$$

$$L_8[\omega_{12},\omega_{23}]=\left(\mu_1\beta_1^2\frac{a^4}{4}+\mu_2 V\right)\omega_{12,11}+\left[\mu_2(\beta_1^2-5V)+\mu_1\beta_1^2\right]\omega_{12}+$$

$$+\left(\mu_2\beta_1^2-\mu_1\beta_1^2-\mu_2 V\right)\omega_{23}$$

$$L_9[\omega_{13},\omega_{22}]=\left(\mu_1\beta_1^2\frac{a^4}{4}+\mu_2 V\right)\omega_{13,11}+\left[\lambda_2(\beta_1^2-3V)+\right.$$

$$\left.\mu_2(\beta_1^2-3V)-2\mu_1\beta_1^2\right]\omega_{13}-(\lambda_1\beta_1^2+\mu_2 V)(\omega_{13}+\omega_{22})+$$

$$+\frac{\lambda_2}{2}(\beta_1^2-2V)\omega_{22}$$

$$L_{11}[\omega_{22},\omega_{13}]=\left(\mu_1\beta_1^2\frac{a^4}{4}+\mu_2 V\right)\omega_{22,11}+\left[\lambda_2(\beta_1^2-3V)+\right.$$

$$\left.\mu_2(\beta_1^2-4V)-\lambda_1\beta_1^2-2\mu_1\beta_1^2\right]\omega_{22}+$$

$$\left[(\beta_1^2-2V)\frac{\lambda_2}{2}-\lambda_1\beta_1^2-\mu_2 V\right]\omega_{13}$$

Операторите $L_3[\dots], L_6[\dots] \text{ и } L_{10}[\dots]$ се получават съответно от $L_2[\dots], L_5[\dots] \text{ и } L_7[\dots]$ като в променливите величини $u_{oi}^{(2)}$ и ω_{2i} се заменят съответно индекси (2)→(3), (2)→(3), (1)→(2); Оператора $L_2[\dots]$ се получава от $L_8[\dots]$, като заменим групата (12)→(23) и обратно (23)→(12).

Операторите от дясната страна на система (III 2.13) са: $D_1[u_{01}^{(1)}, u_{01}^{(2)}]=\rho_1\beta_1^2\ddot{u}_{01}^{(1)}+\frac{1}{2}\rho_2 P\ddot{u}_{01}^{(2)}+\rho_2 Q\ddot{U}_1$

$$D_4[u_{01}^{(2)}, u_{01}^{(1)}]=\left[\rho_2 P-\rho_2(1-\beta_1^2)\right]\ddot{u}_{01}^{(2)}-\frac{1}{2}\rho_2 P\ddot{u}_{01}^{(1)}+\rho_2 Q\ddot{U}_1$$

Останалите оператори $D_2[\dots], D_3[\dots], D_5[\dots], D_6[\dots]$ се получават от $D_1[\dots] \text{ и } D_2[\dots]$, като заменим (1)→(2) за $D_2[\dots] \text{ и } D_5[\dots]$ (2)→(3) за $D_3[\dots] \text{ и } D_6[\dots]$.

Въведени са следните означения:

$$N=-\frac{1}{3}\gamma_1(1+3\gamma_1),\ P=\frac{1}{3}\gamma_2(1+3\gamma_1),\ Q=\frac{1}{15}\gamma_2(1+5\gamma_1),$$

$$R=\frac{1}{3}\gamma_1(1-3\gamma_1),\ V=\frac{1}{4}(\gamma_1^2/\gamma_2^2)\ln\frac{1}{\gamma_1},\ Y=a^2\gamma_2^2(1+3\gamma_1)/12,$$

$$Z=(1+3\gamma_1)\gamma_1^2/3\gamma_2 a^2,\ I=a^2[\rho_1\gamma_1^2+\rho_2\gamma_2(1+3\gamma_1)/3]/4$$

$U_i=u_{oi}^{(1)}-u_{oi}^{(2)}$ е относителното преместване на матрицата и влакното спрямо началото на координатната система,

$\gamma_1=a/b$, $\gamma_2=1-\gamma_1$, , a и b са съответно радиусите на влакното и на обвиващия влакното цилиндър от свързващо вещество, ρ_1 и ρ_2 са плътностите на влакното и свързващото вещество; $\lambda_1,\mu_1;\lambda_2$ и μ_2 са константите на Ламé.

2.3. РАЗПРОСТРАНЕНИЕ НА ХАРМОНИЧНИ ВЪЛНИ В ПОСОКА УСПОРЕДНА НА ВЛАКНАТА. ИЗСЛЕДВАНЕ НА ДИСПЕРСИЯТА. РЕЗУЛТАТИ.

Приети са решения на система (III 2.13) от вида:

(III 2.14) $$u_{oi}^{(\alpha)}=U_i^{(\alpha)}\exp[jk(x_1-ct)]$$

$$\omega_{\alpha i}=\Omega_{\alpha i}\exp[jk(x_1-ct)],$$

където $U_i^{(\alpha)}$ и $\Omega_{\alpha i}$ са постоянни амплитуди на преместванията и на ротациите, $j=\sqrt{-1}$ е имагинерната единица,

k е вълновото число, C – фазова скорост.

Като се замести (III 2.14) в (III 2.13) се получава линейна хомогенна система алгебрични уравнения по отношение на дванадесетте амплитуди $U_i^{(\alpha)}$ и $\Omega_{\alpha i}$. Условието за нулеви решения изисква детерминантата на коефициентите на системата да бъде равна на нула. Така се получават дисперсионните зависимости между фазовите скорости и вълновите числа. Получената система уравнения може да се групира по следните четири независими подсистеми:

I-ва – $U_3^{(1)}, U_3^{(2)}, \Omega_{31}$

II-ра – $U_2^{(1)}, U_2^{(2)}, \Omega_{21}$

III-та – $U_1^{(1)}, U_1^{(2)}, \Omega_{33}$ и Ω_{22}

IV-та – Ω_{32} и Ω_{23}

Първите две подсистеми описват напречните вълни, разпространяващи се по посока на влакната X_1, когато частиците на средата трептят по X_2 или X_3, третата подсистема описва надлъжните вълни, разпространяващи се успоредно на влакната и четвъртата описва усукващите вълни.

Резултатите от числените пресмятания на ЕИМ за стъклополиестерен композит са дадени на фиг. 18 а,б.

ГЛАВА IV

ТЕОРЕТИЧНО ИЗСЛЕДВАНЕ РАЗПРОСТРАНЕНИЕТО НА ИМПУЛСНИ ВИСКОЗОЕЛАСТИЧНИ ВЪЛНИ В ЕДНОМЕРНИ КОМПОЗИТИ СЪСТАВЕНИ ОТ ВИСКОЗОЕЛАСТИЧНА МАТРИЦА И ЕЛАСТИЧЕН АРМИРАЩ ПЪЛНИТЕЛ, НА ОСНОВАТА НА ЕКВИВАЛЕНТНИ МЕХАНИЧЕСКИ МОДУЛИ

Представянето и тълкуването на динамичните механични свойства на ориентирани влакнесто-армирани едномерни композити могат да се разглеждат от гледна точка на еквивалентните механични модели и вискозоеластичната форма на конститутивни уравнения.

Въпросът за разпространение на импулсни вискозоеластични вълни в едномерни композити под действието на различно външно натоварване на основата на еквивалентни механични модели е изследван твърде малко. Намерено е решение в затворен вид само за най-простите реологични модели, като тези на Келвин - Фойгт, Масквел (114), (116), (4) и на стандартното линейно тяло. Трудността в намирането на точно решение се увеличава с увеличаването на броя на параметрите (еластични и вискозни) в реологичните модели. За това изследователите се насочват към приблизителни методи, които да се доближават максимално до търсеното решение (126). Тук се предлага един приблизителен метод за изследване на импулсни вълни в реални композиционни материали на основата на еквивалентен модел на Takayanagi (128).

1. РАЗПРОСТРАНЕНИЕ НА ЕДНОМЕРНИ ВЪЛНИ В РЕАЛНИ ВИСКОЗОЕЛАСТИЧНИ МАТЕРИАЛИ НА ОСНОВАТА НА ОБОБЩЕНИЯ МОДЕЛ НА ТАКАЯМАГИ

Изследването разпространението на вълни в твърди тела обикновено е свързано с две различни задачи. Първата се състои в написване на диференциалното уравнение на движение за разглеждания материал при зададена геометрия и втората по-трудна задача - в решаване на това уравнение. Вълновите ефекти във вискозоеластичните материали илюстрират това достатъчно ясно, защото свойствата им зависят от времето.

Метода на преобразуване на Лаплас, който е удобен в задачи отнасящи се до нестационарни явления, е основа на това изследване. Във вискозоеластичните тела в сравнение със случая на еластичното тяло възникват две допълнителни трудности; в представянето на свойствата, зависящи от времето, и след това в обръщане на преобразуваните уравнения за движение, съдържащи това допълнително усложнение. Обикновено се използува разложението в ред близо до фронта на вълната или асимптотическото решение за големи времена (когато честотата $\omega \to 0$). В последното десетилетие широко разпространение получи метода на използуване на моделите. Болшинството от изследователите стигнаха до извода, че представянето на свойствата на реалния материал е в сила в интервал приблизително $\sqrt{10}$ порядъка на времето t от спектъра на релаксация. Това води до изчислителна задача с изключителна трудност, в резултат на което те използуват по-прости

модели, съдържащи от два до четири еластични и вискозни елемента. Простите модели, които са прилагани в (114), (116) са адекватни в интервала на един-два (8) порядъка на времето и се оказват неудовлетворителни за по-широк интервал от времето (или съответно честотата). За да се преодолее това ограничение, тук се предлага метод, позволяващ да се решат някои задачи от разпространение на вълни в широк диапазон на времето. Той се основава на метода за определяне на характеристиките на материала, в който се използува операторното представяне на комплексния модул във вид на специални редове. След това се прилага числено обръщане, основано на метода на колокацията за онази част от решението, която зависи от времето.

1.1. МАТЕМАТИЧЕСКА ФОРМУЛИРОВКА НА ЗАДАЧАТА

Системата даваща постановка на задачата, е следната:

- уравнения за движение

(IV 1.1) $$\sigma_{ij,j} + b_i = \rho \ddot{u}_i$$

- уравнения за геометрията

(IV 1.2) $$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i})$$

(IV 1.3) $$\dot{\epsilon}_{ij} = \frac{1}{2}(\dot{u}_{i,j} + \dot{u}_{j,i})$$

- гранични условия

(IV 1.4) $$\sigma_{ij}(x_k,t)\, n_i(x_k)\big|_\Gamma = t_i^{(n)}(x_k,t)\big|_\Gamma$$

(IV 1.5) $$u_i(x_k,t)\big|_\Gamma = g_i(x_k,t)\big|_\Gamma$$

– начални условия:

(IV 1.6) $u_i(X_к,0) = u_o$

(IV 1.7) $v_i(X_к,0) = v_o$

– определящи (конститутивни) уравнения:

а/ в линейно диференциална операторна форма

(IV 1.8) $\{P\}s_{ij} = 2\{Q\}e_{ij}$

(IV 1.9) $\sigma_{ii} = 3K\varepsilon_{ii}$

в/ чрез комплексните модули:

(IV 1.10) $s^*_{ij} = 2G^*(i\omega)e^*_{ij} = 2(G_1+iG_2)e^*_{ij}$

(IV 1.11) $\sigma^*_{ii} = 3K^*(i\omega)\varepsilon^*_{ii} = 3(K_1+iK_2)\varepsilon^*_{ii}$

Приети са следните означения:

σ_{ij}, ϵ_{ij} са тензора на напрежение и тензора на малките деформации, u_i – преместванията на средата, $\dot{u}_i$ – скоростите, $\hat{n}$ (n_i) – външната нормала към повърхността Γ на разглежданото тяло, b_i – обемни сили, $X_к$ – Декартовите координати, $t_i^{(\hat{n})}(X_к,t)$ и $g_i(X_к,t)$ са зададени функции съответно на повърхностните напрежения и на преместванията върху повърхността Γ, u_o и v_o са съответно дадени начални значения на преместването и скоростта. Напрегнатото и деформирано състояние се разделя на две части: девиаторна част за напреженията s_{ij} и за малките деформации e_{ij}, изотропна част за напреженията σ_{ii} и за малките деформации ε_{ii}. K и K^* са съответно обемния статичен и комплексен модул и G и G^* са хлъзгащите статичен

и комплексен модули. Линейните диференциални оператори $\{P\}$ и $\{Q\}$ имат следния вид:

(IV 1.12) $$\{P\}=\sum_{i=0}^{m} P_i \frac{\partial^i}{\partial t^i}\,,\quad \{Q\}=\sum_{i=1}^{n} q_i \frac{\partial^i}{\partial t^i},$$

където P_i и q_i представляват комбинации от модулите на еластичност G и от коефициентите на вискозитета ζ и зависят начина на съединяване на елементите в модела.

За едномерната задача уравнението за движения се опростява:

(IV 1.13) $$\sigma_x = \rho u_{tt}$$

където $\sigma(X,t)$ е чисто осово опънно (натисково) напрежение при едномерно напрегнато състояние, ρ е ефективната плътност на материала, $u(X,t)$ е преместването по ос X. С индекс долу на променливите се означава частно диференциране по координата X и времето t.

Прието е стъпаловидно импулсно натоварване в началото на пръта:

(IV 1.14) $$\sigma(0,t) = \sigma_0 H(t)$$

(IV 1.15) $$u(0,t) = u_0 H(t)$$

където $H(t)$ е единичната импулстна функция на Хевисайд.

Използува се Лапласова трансформация, която има следния вид:

(IV 1.16) $$\bar{f}(p) = \int_0^\infty f(t)\exp(-pt)dt,$$

където p е комплексната променлива, съответстваща на времето t, $\bar{f}(p)$ е трансформантата (образа) на оригинала $f(t)$.

За елементарния модел на Такаянаги представен на фигура 19 конститутивното уравнение има вида:

(IV 1.17) $$(\eta/E_1)\dot{\sigma} + (1+E_2/E_1)\sigma = (\eta^2/E_1)\ddot{\varepsilon} + 2\eta(1+E_2/E_1)\dot{\varepsilon} + (2E_2 + E_2^2/E_1)\varepsilon,$$

където E_1, E_2 са еластичните модули на пружините, η е коефициента на вискозитет. С точка над променливата се означава диференциране по времето t.

От уравнение (IV 1.17) лесно се преминава в уравнение за движение в преместване, като се повишава реда на уравнението:

(IV 1.18) $$(\rho\eta/E_1)u_{tt} + \rho(1+E_2/E_1)u_{tt} = (\eta^2/E_1)u_{xxtt} + 2\eta(1+E_2/E_1)u_{xxt} + (2E_2 + E_2^2/E_1)u_{xx}$$

Въвеждат се безразмерните променливи:

(IV 1.19) $$\xi = [(\rho E_1)^{1/2}/\eta]\cdot x$$
$$\tau = (E_1/\eta)t$$
$$\tau' = \tau - \xi/c_H$$

където τ' е време отчитано от момента на преместване на предния фронт на вълната, c_H – безразмерна скорост на вълната при мигновено натоварване $t \to 0$ $(\omega \to \infty)$.

Тогава уравнение (IV 1.18) се преобразува, относно безразмерното преместване $U = u(X,t)/u_0$ така:

(IV 1.20) $$U_{\xi\xi\tau} + (1+K)U_{\tau\tau} = U_{\xi\xi\tau\tau} + 2(1+K)U_{\xi\xi\tau} + (2K+K^2)U_{\xi\xi}$$

където $K = E_2/E_1$.

При $K = 1$ се получава:

(IV 1.21) $$U_{\xi\xi\tau} + 2U_{\tau\tau} = U_{\xi\xi\tau\tau} + 4U_{\xi\xi\tau} + 3U_{\xi\xi}$$

След прилагането на Лапласовата трансформация над уравнения (IV 1.21) и (IV 1.13) се получава решението за преместването и напрежението в трансформиран вид.

(IV 1.22) $$U(\xi,p) = \frac{1}{p}\exp\left\{-\xi p(2+p)^{1/2}/[(p+1)(p+3)]^{1/2}\right\}$$

(IV 1.23) $$\sigma^*(\xi,p) = \frac{[(p+1)(p+3)]^{1/2}}{p(p+2)^{1/2}}\exp\left\{\frac{-\xi p(2+p)^{1/2}}{[(p+1)(p+3)]^{1/2}}\right\}$$

където $U(\xi,p)$ и $\sigma^*(\xi,p)$ са Лапласовите трансформанти на безразмерното преместване $U(X,t)$ и безразмерното напрежение $\sigma^*(X,t) = \frac{\sigma(x,t)}{\sigma_0}$

p е комплексната променлива съответствуваща на времето t.

За обобщения модел на Такаянаги, показан на фиг. 20 реалната част $J'(\omega)$ на комплексната податливост $J(i\omega)$ се получава като безкраен ред:

(IV 1.24) $$J'(\omega) = 1/H + Re[J(i\omega)] = J_H + \sum_{r=1}^{n} \frac{J_r(6+2\tau_r^2)}{\tau_r^4\omega^4 + 10\tau_r^2\omega^2 + 9J_r},$$

където $J(i\omega) = J'(\omega) + i J''(\omega) = 1/E(i\omega)$

$E(i\omega)$ – комплексен модул,

H – мигновен еластичен модул на пружината, непосредствено свързана с приложеното натоварване.

$J_H = 1/H$ – мигновена (високочестотна) податливост на пружината.

J_r – податливост в $r^{-ия}$ елемент от обобщения модел.

$T_r = \zeta_r J_r$ – време на релаксация в $r^{-ия}$ елемент.

се пресмята по формулата от (129).

(IV 1.25) $$J_r = \left\{ \lambda \left[\varphi / G_f^{(r)} + \lambda / G_m^{(r)} \right] + \varphi G_m^{(r)} \right\},$$

където,

G_f и G_m са хлъзгащите модули на еластичния пълнител и матрицата,

λ и φ са обемните съотношения съответно на пълнителя и матрицата в композита: $\lambda = 1 - \varphi$.

По този начин уравненията (IV 1.22), (IV 1.23) и (IV 1.24) се съгласуват с модела от фиг. 20, който представлява последователно свързани еластични пружини ($E_м$) с V на брой елементарни модели.

1.2. МЕТОД НА КОЛОКАЦИЯТА ЗА ОБРЪЩАНЕ ТРАНСФОРМАЦИЯТА НА ЛАПЛАС

За обръщането на уравнение (IV 1.22) и (IV 1.23) се прилага приблизителен метод на колокацията, при който

нестационарната част на решението $\Delta\sigma_D^*(\tau')$ и $\Delta U_D(\tau')$ се представя в ред на Дирихле́ (126) по затихващи експоненти:

$$\Delta\sigma_D^*(\tau') = \sum_{i=1}^{n} S_i \exp(-\tau'/\beta_i) \qquad \text{(IV 1.26)}$$

$$\Delta U_D(\tau') = \sum_{j=1}^{n} S_j' \exp(-\tau'/\beta_j'), \qquad \text{(IV 1.27)}$$

където β_i и β_j' са положителни постоянни, които се избират така, че да осигурят еднакво представяне на целия спектър на времето. S_i и S_j' са неопределени постоянни, които се определят от условието за минимизация на средно квадратичната грешка между действителните и приблизителните стойности зад̆адени в ред

Този процес на минимизация води до следната линейна система алгебрични уравнения, относно S_i (S_i') за n различни значения на P.

$$\sum_{j=1}^{n} \frac{S_j}{1+\beta_i/\beta_j} = \left[p\,\Delta\sigma^*(p)\right]_{p=\frac{1}{\beta_i}}; \quad i=1,2,\ldots,n \qquad \text{(IV 1.28)}$$

$$\sum_{j=1}^{n} \frac{S_j'}{1+\beta_i'/\beta_j'} = \left[p\,\Delta U(p)\right]_{p=\frac{1}{\beta_i}}; \quad i=1,2,\ldots,n \qquad \text{(IV 1.29)}$$

Решението по метода на колокацията е изпълнено за 10 члена на реда. Алгебричните системи (IV 1.28) и (IV 1.29) се получават с десет неизвестни S_i (S_i').

Пълното решение за безразмерното напрежение $\sigma^*(\tau')$ и преместване $U(\tau')$ се получава като сума от стационарната

и нестационарната част (зависяща от времето τ').

$$\sigma^*(\tau') = \sigma_0 + \sum_{i=1}^{10} S_i \exp(-\tau'/\gamma_i) \quad \text{(IV 1.30)}$$

$$U(\tau') = U_0 + \sum_{i=1}^{10} S_i' \exp(-\tau'/\gamma_i'), \quad \text{(IV 1.31)}$$

където σ_0 и U_0 се получават при $P \to 0$ (т.е. при големи времена $t \to \infty$).

На фиг. 21 са представени зависимостите на $\sigma^*(\tau')$ и $U(\tau')$ от $\log \tau'$. Решението по метода на колокациите е изпълнено на миникомпютър "COMPUCORP" за десет и двадесет члена на редовете. Изследването на грешката от метода на колокациите показва, че двадесет членния ред дава много близки резултати (разлика 1 ÷ 2 %), както и десетчленния, което показва високата степен на точност на получените резултати. Тези сравнения говорят за полезността и точността на приложения метод на обръщане. За това той може да се приложи за случай на реален материал, какъвто е стъклопластиковия композит.

Фронта на вълната е показан на фиг. 21 с хоризонталната асимптота $\sigma^*(\tau') = 0{,}70$, която преминава при $\tau' = \tau - \zeta/C_н = 0$;. Пълното възстановяване на реакцията на материала, както се вижда от фиг. 21 става приблизително за четири порядъка на логаритмичното време (стръмната част на графиката). Този резултат показва, че описаните механически свойства на средата с фиктивен обобщен модел са по-реални, отколкото с простите модели, където имаме най-много два порядъка на времето.

Зависимостта от фиг. 21 е трансформирана на фиг. 22 в зависимост от действителното време τ, отчитано от момента на прилагане на натоварването $\sigma = \sigma_0 H(t)$.

1.3. РЕАЛЕН СТЪКЛОПЛАСТИКОВ КОМПОЗИТ

При изследване на реален композит се появява ново обстоятелство, което се заключава в представянето на свойствата му. Понеже няма аналитичен израз за зависимостта напрежение-деформация, то реалната част на динамическата податливост $J'(\omega) = 1/E'(\omega)$ е определена експериментално в глава II на дисертацията. (фиг. 23)

От експерименталната крива се вижда, че диапазона се явява около десет порядъка на логаритмичното време (или логаритмичната честота) между максималното и минимално значение на податливостта. Следователно, представянето във вид на прости модели е неприемливо. Тъй-като един елементарен модел работи достатъчно добре при изменение от един порядък на времето, то необходимото представяне трябва да бъде сума от такива прости модели, всеки от които реагира при различен порядък на честотата (времето). За обобщения модел реалната част на динамичния еластичен модул (податливостта) се дава с уравнение (IV 1.24). Окончателните решения за три сечения в пръта (X_1 = 0,001см, X_2 = 1 см. и X_3 = 10 см) са дадени на фиг. 24а. В сечения X_2 и X_3 се появява дисперсия в реакцията на материала с наслагващите се колебания. Това се обяснява с факта, че

при прилагане на натоварване с различни честота всичките компоненти ще се наслагват и ще се получи натисково напрежение при X = 0, а далеч от началото на пръта те ще диспергират, като в някои места ще се усилват, в други ще отслабват така, че ще създават опън. Такова явление не се забелязва при простите модели, защото там не настъпва изменение на модула при изменение на честотата от минималната до максималната й стойност.

Зависимостта от действителното време t за сечение X_2 = 1 cm. е показана на фиг. 24 б.

ГЛАВА V.

ОСНОВНИ РЕЗУЛТАТИ. ИЗВОДИ. ЗАКЛЮЧЕНИЕ.

В настоящата работа е проведено теоретично и експериментално изследване разпространението на вълни на напрежение във влакнесто-армирани едномерни композити на полимерна основа.

За експериментално изследване разпространението на вълни на напрежения в стъкло-пластикови пръти са решени следните задачи:

- избран е режим на втвърдяване на ненаситената полиестерна смола "Виналкид 550-П";

- определени са еластичните и релаксационни характеристики на "Виналкид 550-П" и на стъклополиестерен композит при статическо натоварване по стандартни методики;

- разработена е методика за високо-честотни ултразвукови изследвания на скоростта на разпространение на вълните и на еластичните характеристики на материала;

- разработена е методика за високочестотно ултразвуково изследване затихването и дисперсията на вълните;

- разработена е методика за нискочестотно акустическо измерване на загубите (Q^{-1}) и динамическия еластичен модул на материала;

- разработена е методика за нискочестотни измервания на динамическите еластични характеристики (модул на Юнг,

коефициент на Поасон и хлъзгащия модул) на дълги пръти работещи в условия близки до тези, които се срещат в практиката;

– разработена е методика за изследване на ударни импулсни вълни в дълги стъклопластикови пръти, като за целта е създадено захватно безинерционно устройство и специални устройства за регистриране и възбуждане на ударен импулс в пръта. По разработената методика са изследвани петдесет стъклопластикови пръти на основата на ненаситена полиестерна смола "Виналкид 550–П" и двадесет стъклопластикови пръти (производство ФРГ и САЩ) с неизяснени характеристики на свързващото вещество;

– разработена е ефективна теория за изследване разпространението на вълни с висока честота. Получена е система частни диференциални уравнения в премествания (от шест и от дванадесет уравнения), удобни за програмиране на ЕИМ с автоматизирано изчертаване на графиките на дисперсионните зависимости;

– с помощта на получената система уравнения е изследвано влиянието на граничните условия на фазовата повърхност за непрекъснатост на напреженията и преместванията, като е показано, че за високи честоти влиянието на граничните условия за напреженията е несъществено;

– показано е, че влиянието на коравината на ротация от втори ред на влакното е съществено само върху изменение

формата на трептение на частиците, но не и върху дисперсионните зависимости. За честоти > 4MHz дисперсията силно нараства, както за надлъжните, така и за напречните вълни. Квадратичната апроксимация на преместването дава по-добри резултати за дисперсията на къси хармонични вълни, отколкото линейната апроксимация;

– проведено е теоретично изследване на импулсни вълни в пръти съставени от еластичен пълнител и вискозоеластична матрица на основата на реологичните модели;

– реализиран е числен метод на колокацията за обръщане на Лапласовата трансформация на вискозоеластичната форма на уравненията в напрежения и преместване и е съставена програма на Фортран IV;

– изследването на разпространение на импулса на напрежение (или преместване) е проведено за десет порядъка на времето от спектъра на релаксация и е доказана сходимостта на процеса на представяне в ред по затихващи експоненти (ред на Дирахле́) за $n \geq 10$ (n е броя на членовете на реда).

На базата на проведените изследвания могат да се направят следните изводи:

1. Сравняването на теоретичните и опитни резултати за стъклопластикови пръти показват добро съвпадение в значително широк интервал на времето на преминаване на импулса през материала.

2. Както теоретичните, така и експерименталното изследване показват, че разпространението на вълни във вискозоеластични стъклопластикови пръти е процес силно зависящ от времето, макар, че изследвания интервал от времето през който протича процеса е от порядъка на микросекунди.

3. Всяко теоретично изследване на разпространението на вълни на напрежение в композитни пръти трябва да бъде предшествувано от експеримент.

4. Показана е възможността и преимуществото на използването на коефициента на затихване α и коефициента на загубите Q^{-1} за индиректен неразрушаващ контрол на физико-механическите качества на стъклопластиците.

5. Изследването на поглъщането на ултразвуковите вълни в честотен диапазон 1 ÷ 10MHz в стъклополиестерен композит на основата на ненаситена полиестерна смола показва, че затихването се явява линейно-квадратична функция на честотата.

6. Количествено са охарактеризирани свойствата на отделните компоненти на композита при изменение в широки граници на обемното им съотношение, режима на втвърдяване на смолата и посоката на армиране.

7. Изследвана е възможността за прогнозиране и нормиране на динамичните характеристики на стъклопластиците. Дадени са насоки за практическо използуване на получените резултати.

В процеса на изпълнение на дисертационната работа беше разработена следната апаратура:

- Апаратура за измерване на коефициента на затихване α на високочестотни ултразвукови вълни.

- Апаратура за измерване на загубите в материала (Q^{-1}) и еластичните характеристики (скорост на разпространение на еластичните вълни, еластичния модул на Юнг) при огъващи колебания на изследваните образци по метода на свободните трептения.

- Апаратура за измерване на еластичните характеристики (хлъзгащия модул G, коефициента на Поасон ν) при огъващи, усукващи и надлъжни колебания на пръти с размери близки до тези използувани в практиката.

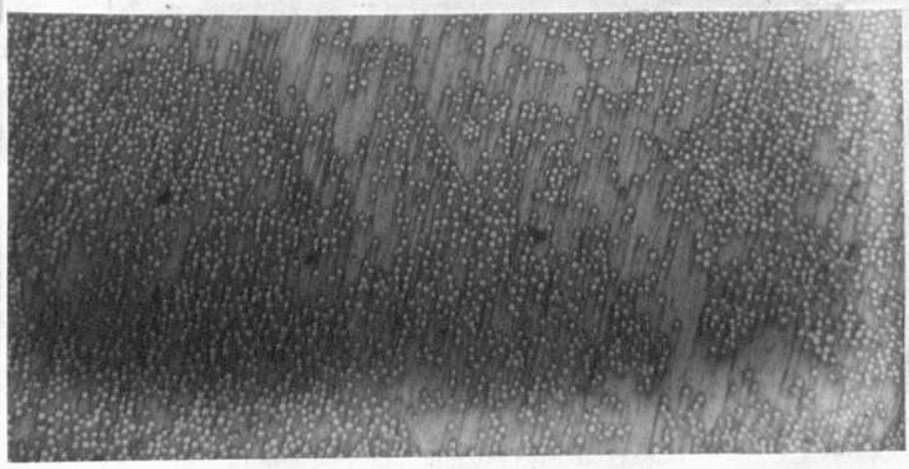
- Апаратура за измерване на скоростта на фронта на ударна импулсна вълна (Со) в дълги стъклопластикови пръти. Към тази апаратура бяха конструирани специално безинерционно захватно устройство и устройства за регистриране и възбуждане на ударен импулс.

Резултатите от дисертационната работа са използувани при лабораторни и промишлени изследвания на стъклопластикови материали проведени в ИМБ-БАН, завод "Народна република" - София, завод "Ив.Бонов" - гр.Кнежа и машиностроителни заводи - гр.Карлово.

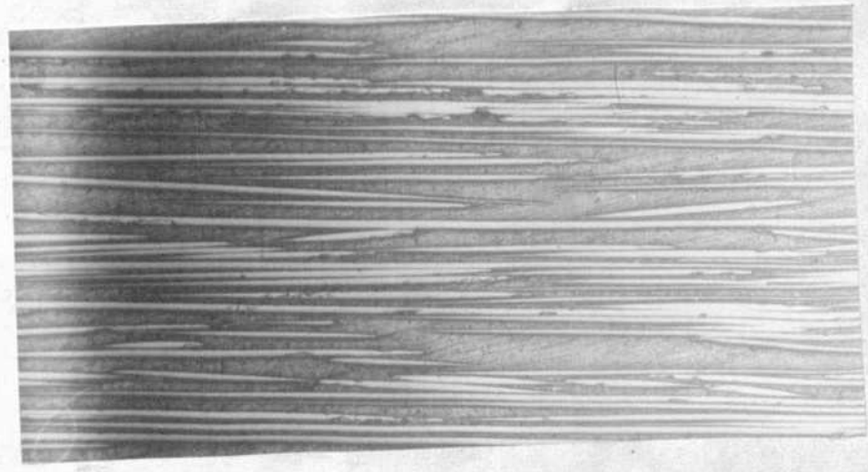
Считам за свой приятен дълг да изразя дълбока благодарност към моят научен ръководител ст.н.с.д.т.н.инж.П.Маринов за ръководството на работата, обсъждане на получените резултати, постоянното внимание и подръжка, оказани при нейното изпълнение.

Използувам случая да благодаря на ръководителя на лаборатория към сектор "Механика на непрекъснатите среди" - ст.н.с.к.т.н. инж.М.Миховски за предоставената ми възможност и неоценима помощ при провеждане на експериментите.

Изказвам благодарност на доц.К.Марков, доц.Ц.Иванов, ст.н.с.Ж.Желязков, ст.н.с.П.Сотиров за помощта им оказана при съгласуване на резултатите и оформяне на работата.



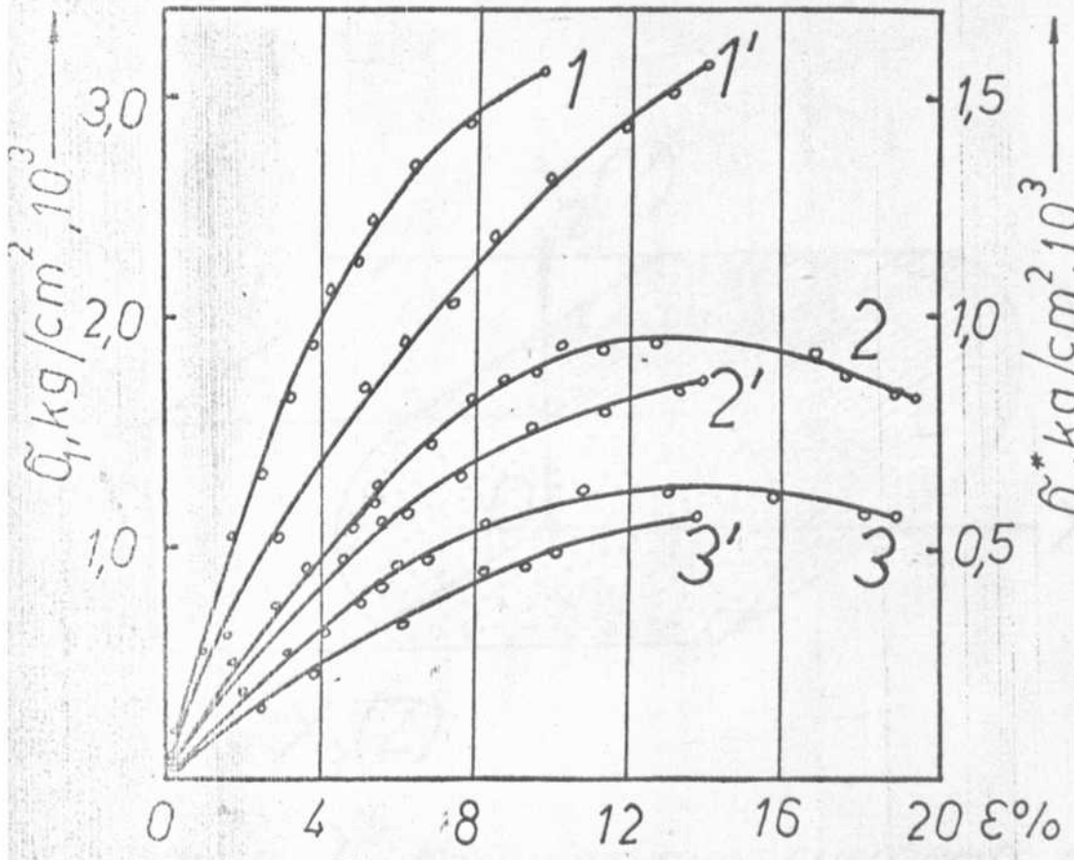
а.



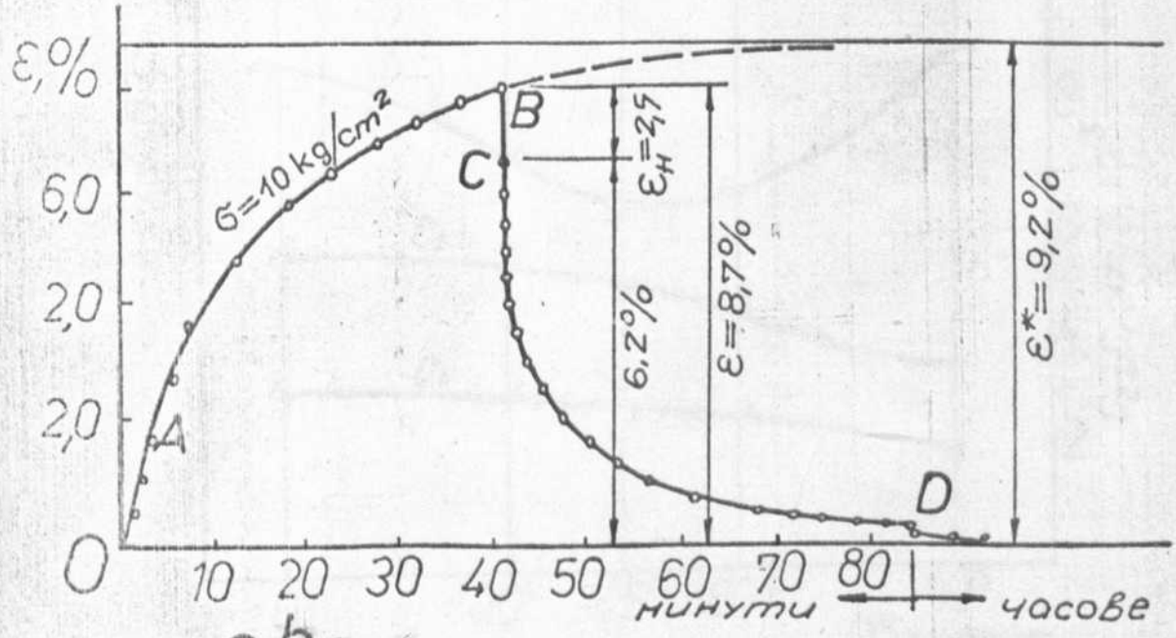
б.

в.

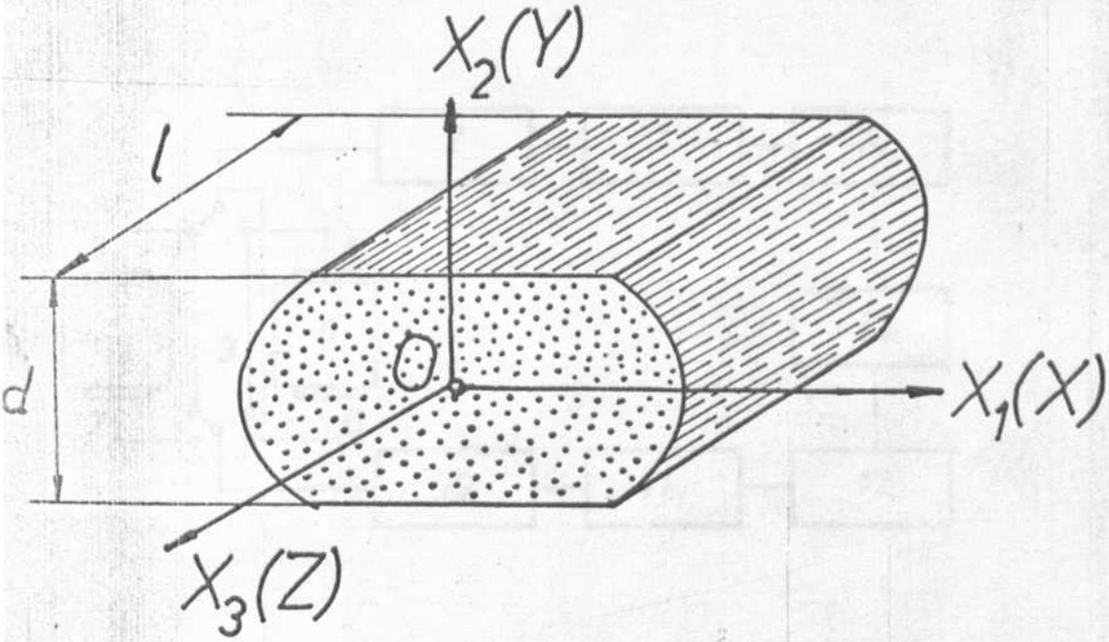
фиг. 1 Микроструктура на изследвания материали. Увеличение x 100
а)-материал I напречен срез, б) материал II надлъжен срез, в) материал III напречен срез



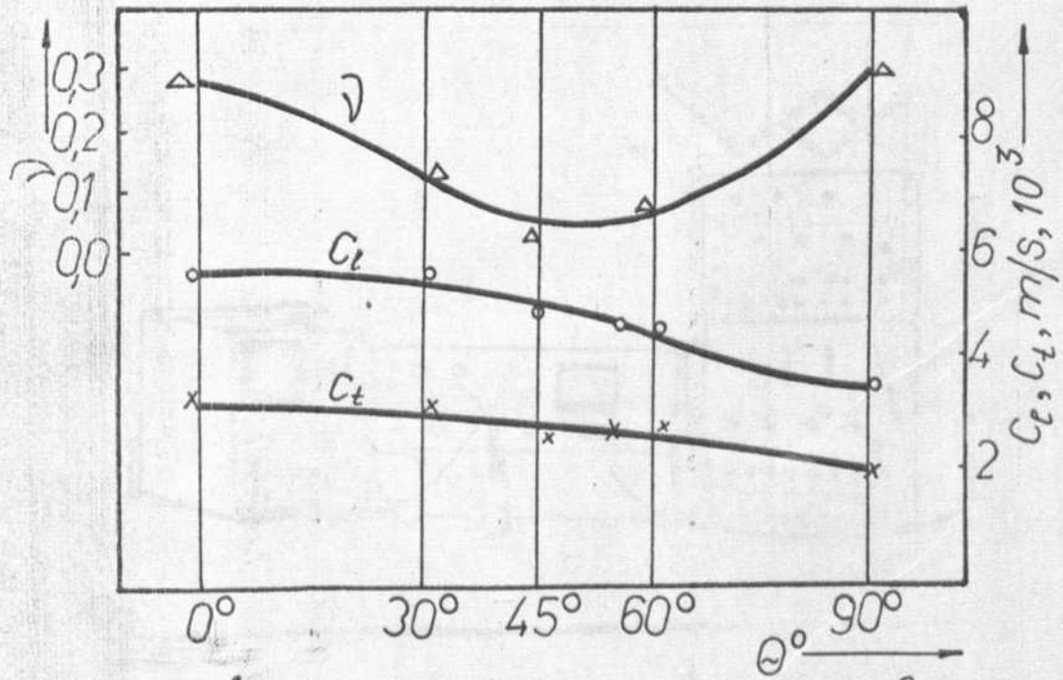
фиг. 2a Диаграма σ–ε на опън при различна скорост на деформация:
1, 1' – 20 и 12,5 %/min; 2, 2' – 10 и 3,15; 3, 3' – 10 и 3,15



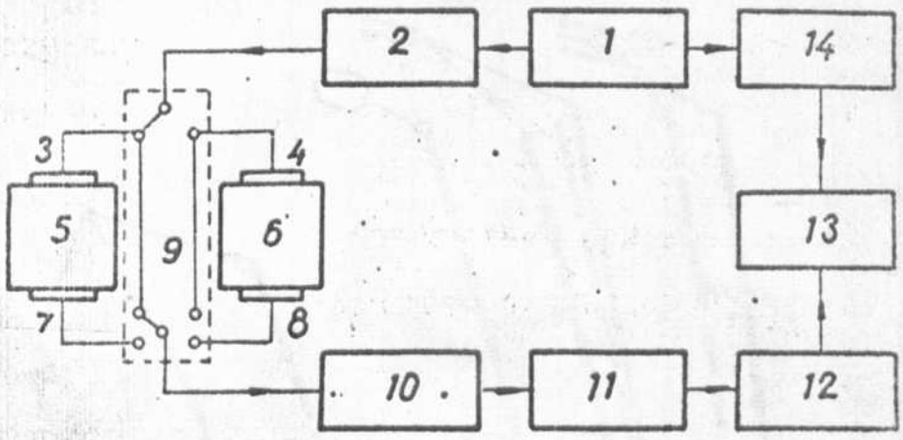
фиг. 2b Диаграма на пълзене при
σ = 10 kg/cm² = const.
АВ – пълзене, В – мигновено разтоварване



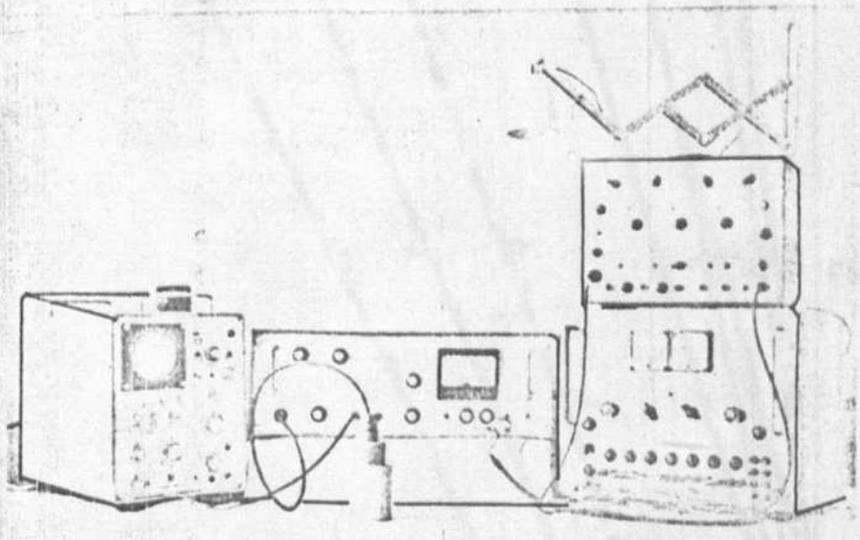
фиг. 3 Координатна система и ориентация на влакната: l и d измервателни дебелини.



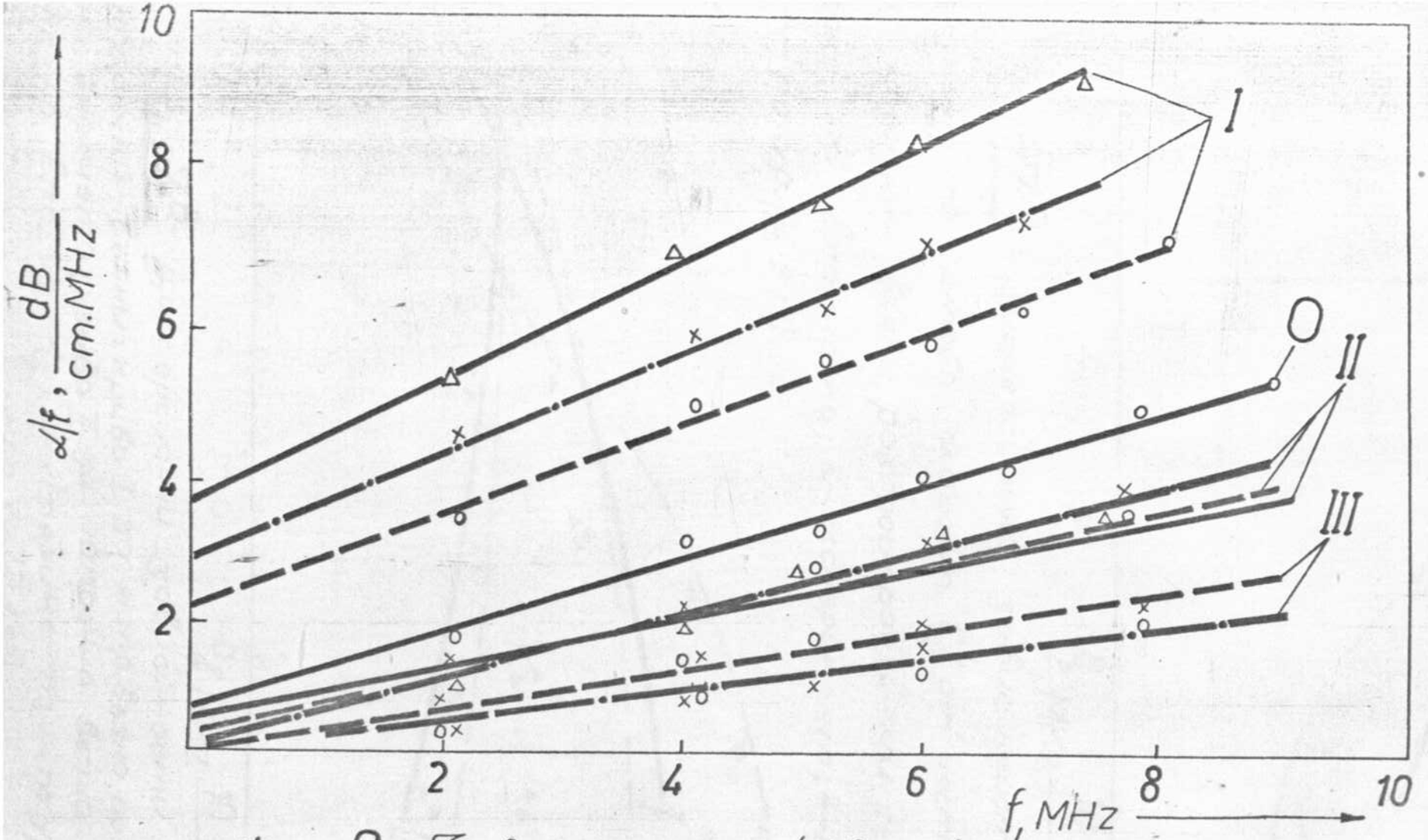
фиг. 4 Експериментална зависимост на коефициента на Поасон, надлъжните c_l, и скоростта c_t на напречните вълни в зависимост от ориентацията на влакната Θ°



фиг. 5а Структурна схема на апаратурата за високочестотни измервания.



фиг. 5в Външен вид на апаратурата за високочестотни измервания.

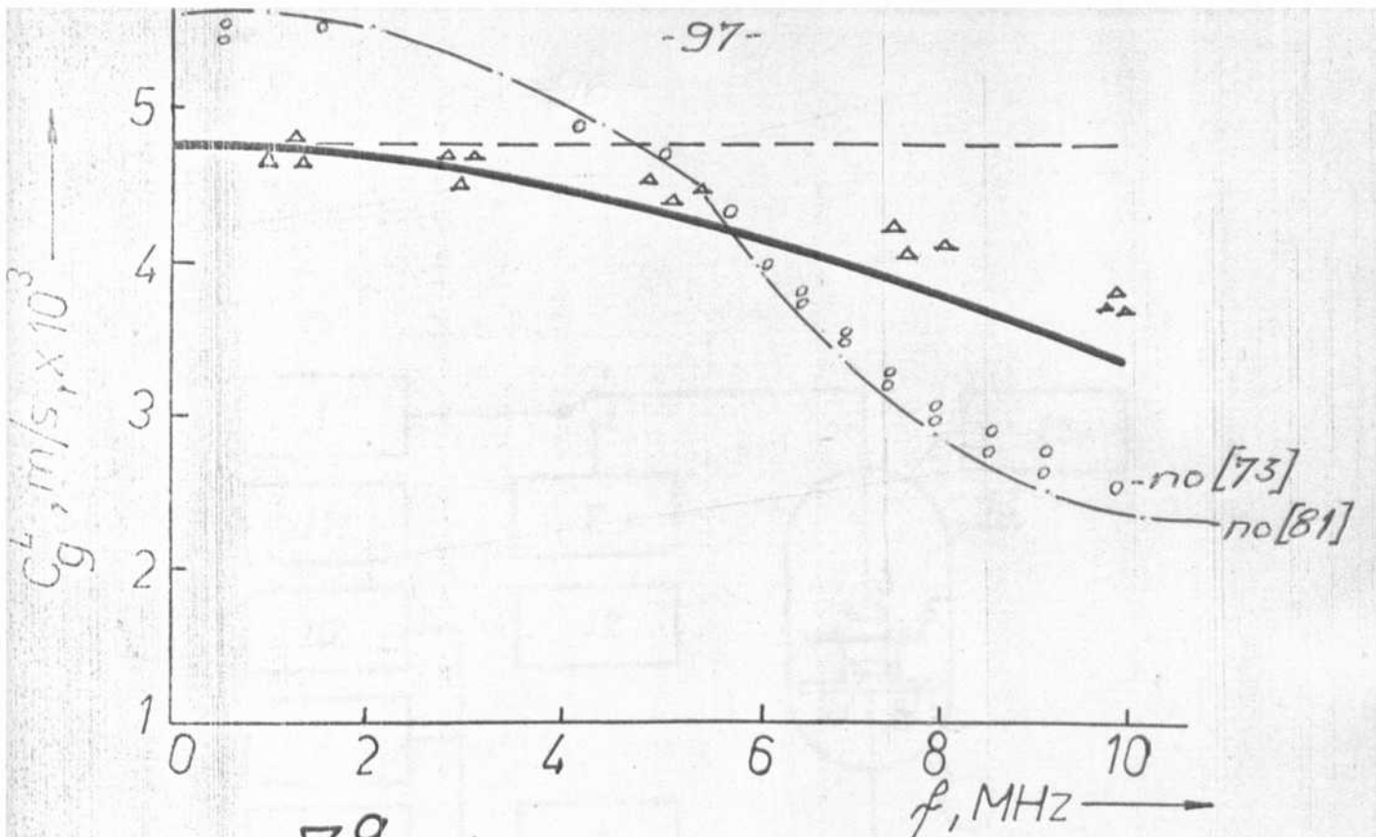


фиг. 6 Зависимост $\Delta/f - f$ по формула [III 3.7]

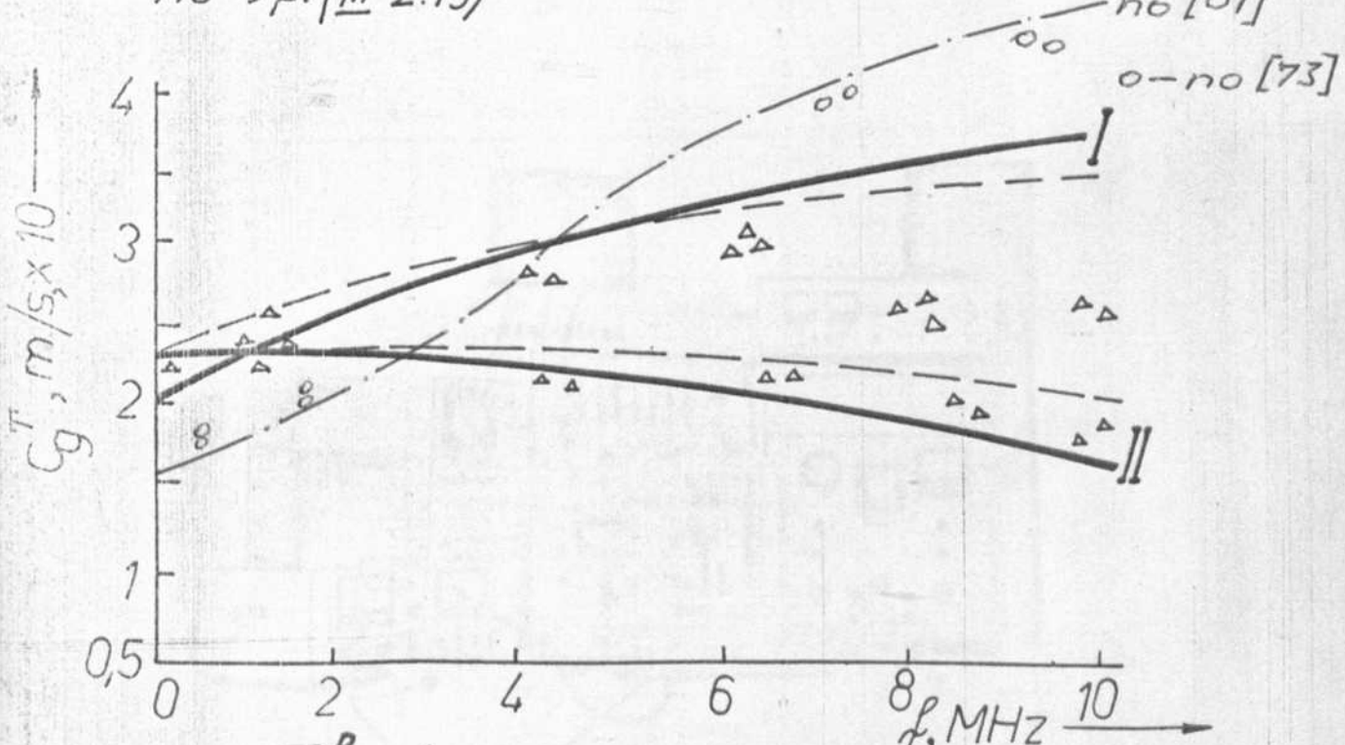
$\Delta - \theta = 90°$

$\times - \theta = 45°$

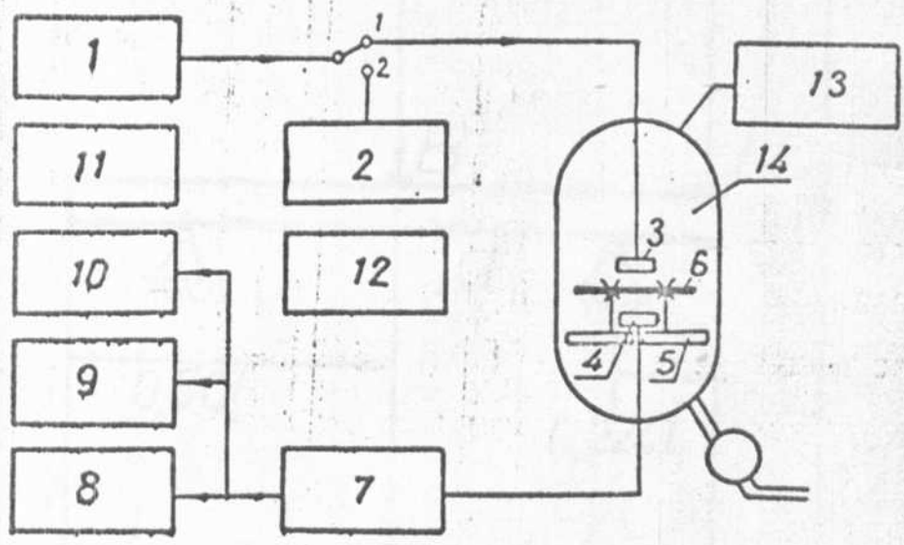
$\circ - \theta = 0°$



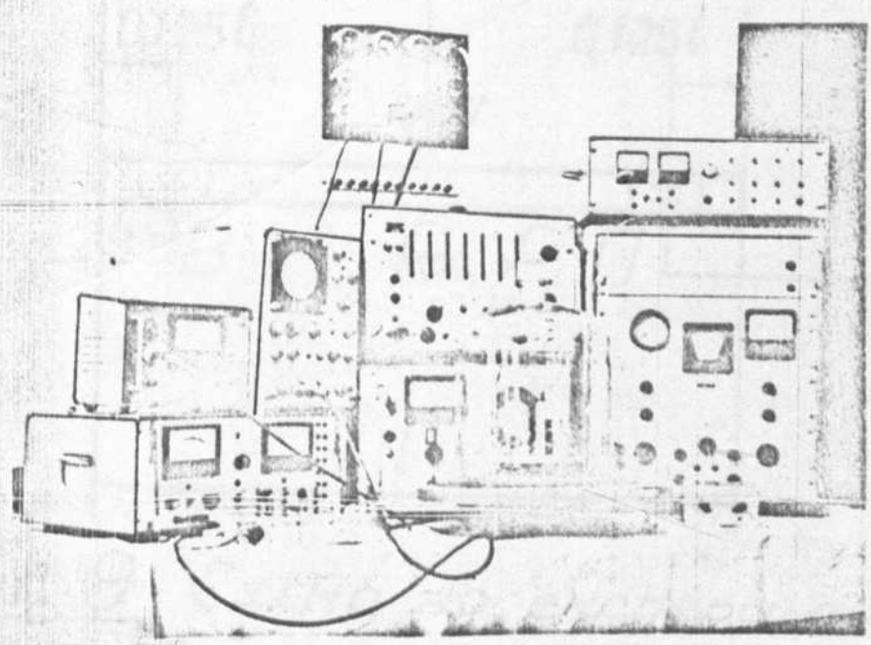
фиг. 7а Дисперсионна зависимост на надлъжната групова скорост C_g^L от честотата f за надлъжни вълни разпространяващи се по посока на влакната: Δ-експеримент; --по ур. (III 1.19) — по ур. (III 2.13)



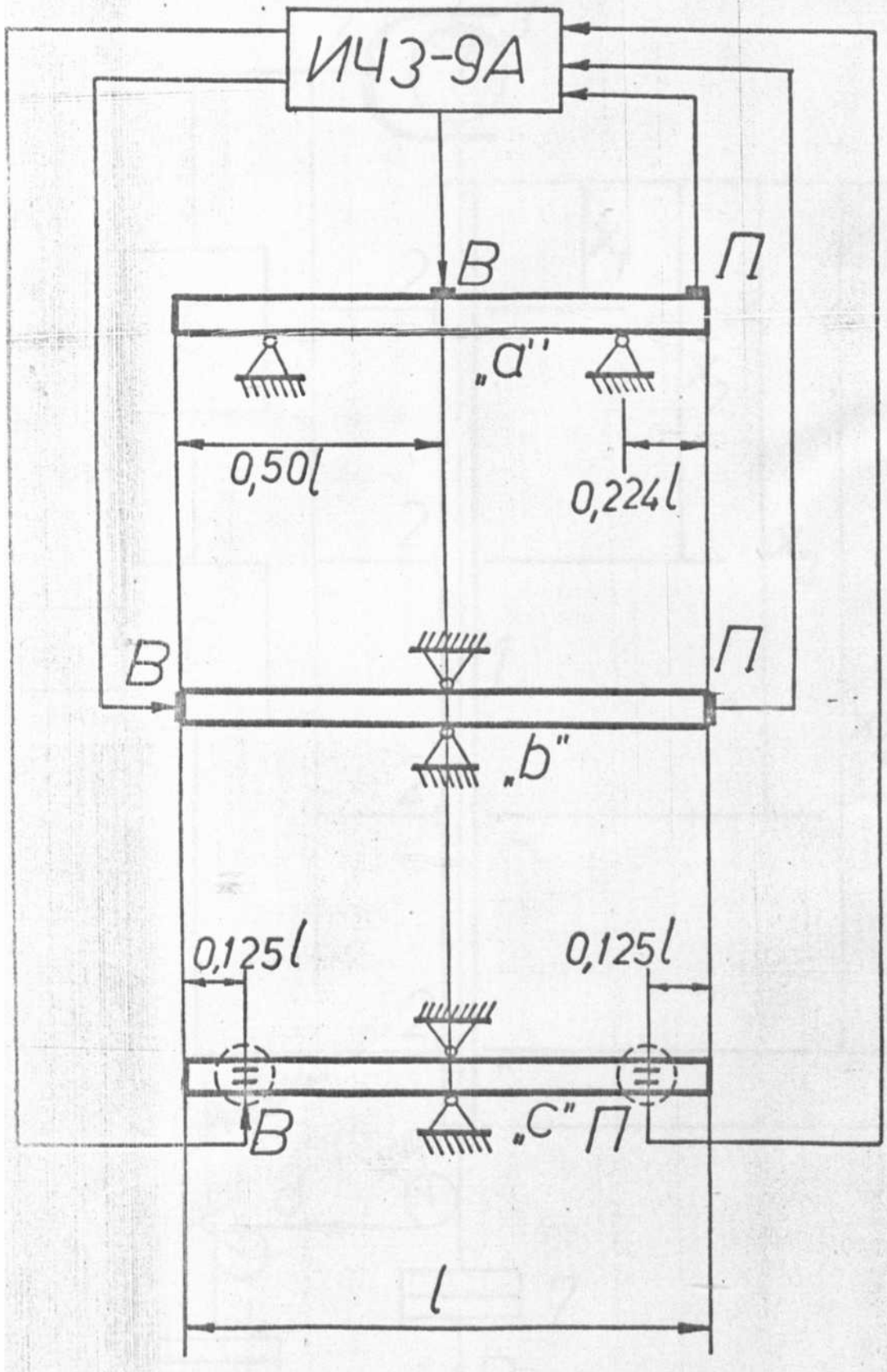
фиг. 7в Дисперсионни зависимости за напречни вълни: крива I за напр. вълна по посока на влакната; крива II за напречна вълна напречно на влакната; Δ-експеримент; — по ур. (III 2.13) -- по ур. (III 1.19).



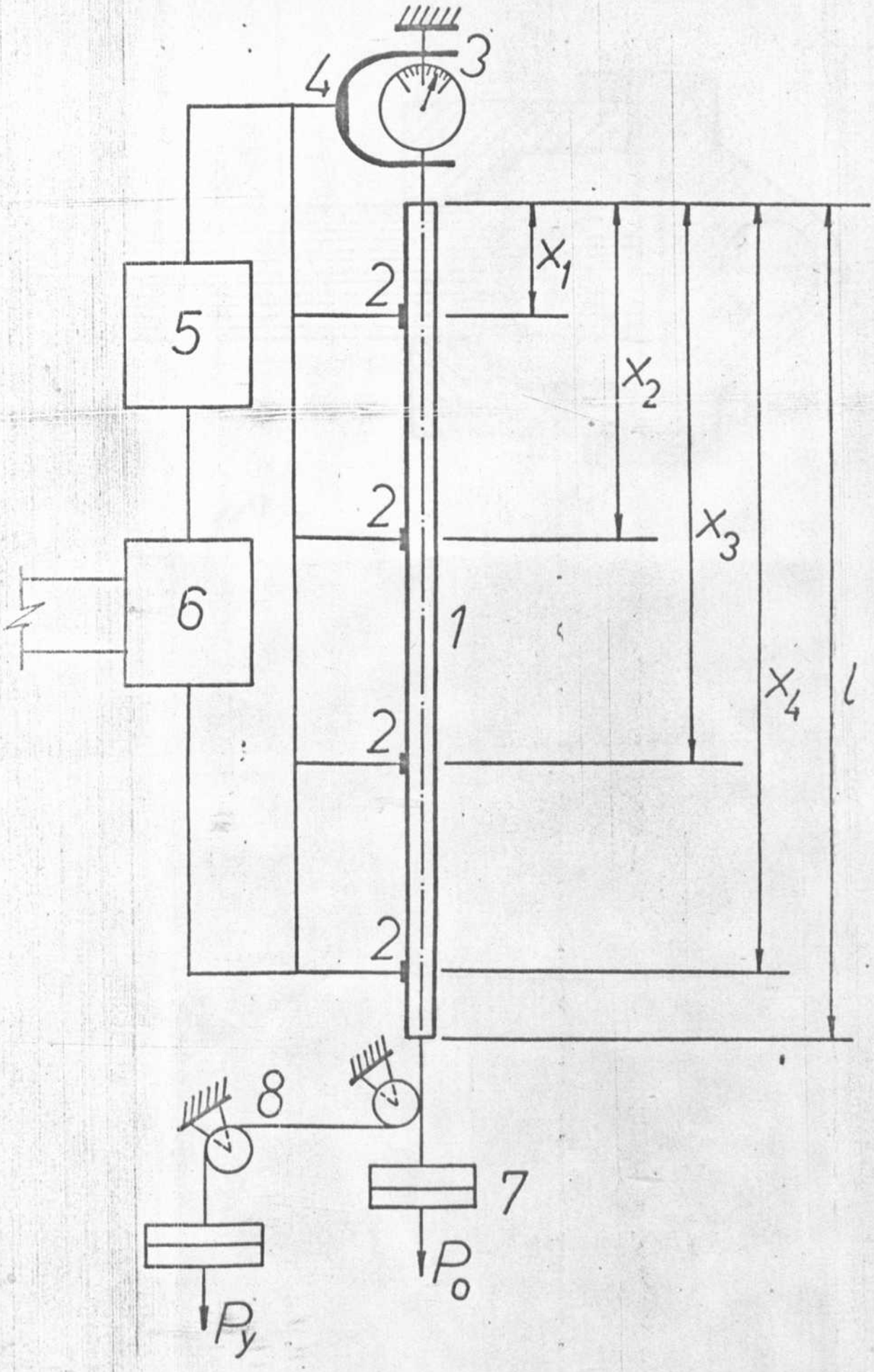
фиг. 8а Структурна схема на апаратурата за нискочестотни измервания.



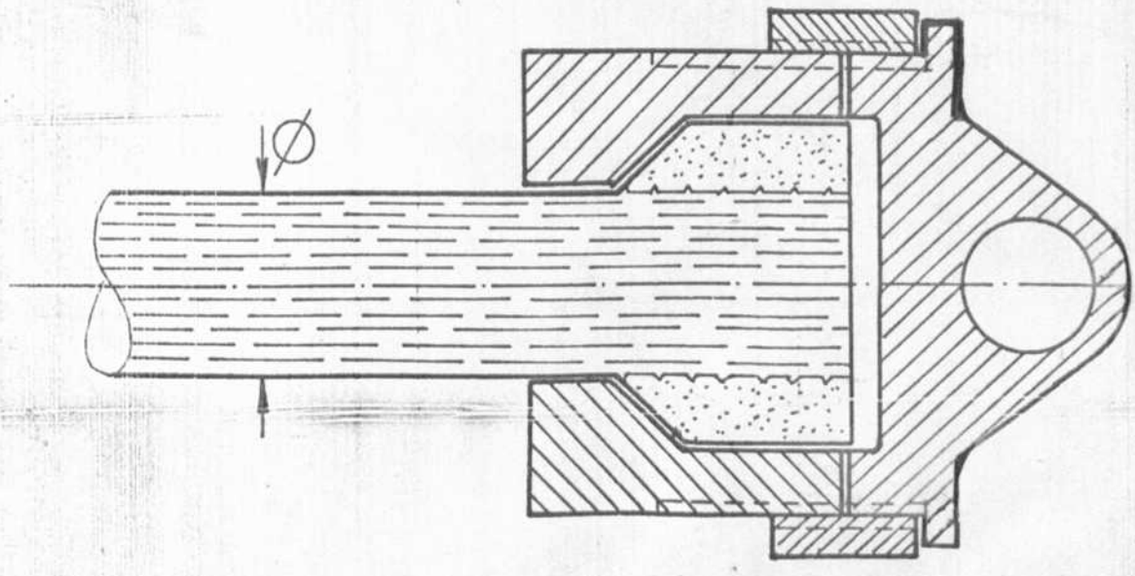
фиг. 8в Външен вид на апаратурата за нискочестотни измервания.



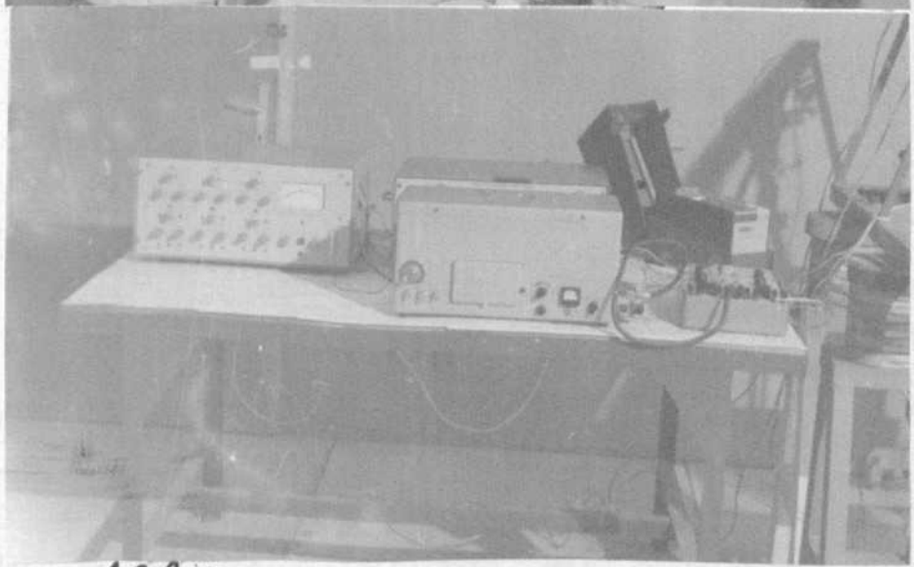
фиг. 9 Схема на експеримента за нискочестотни измервания.



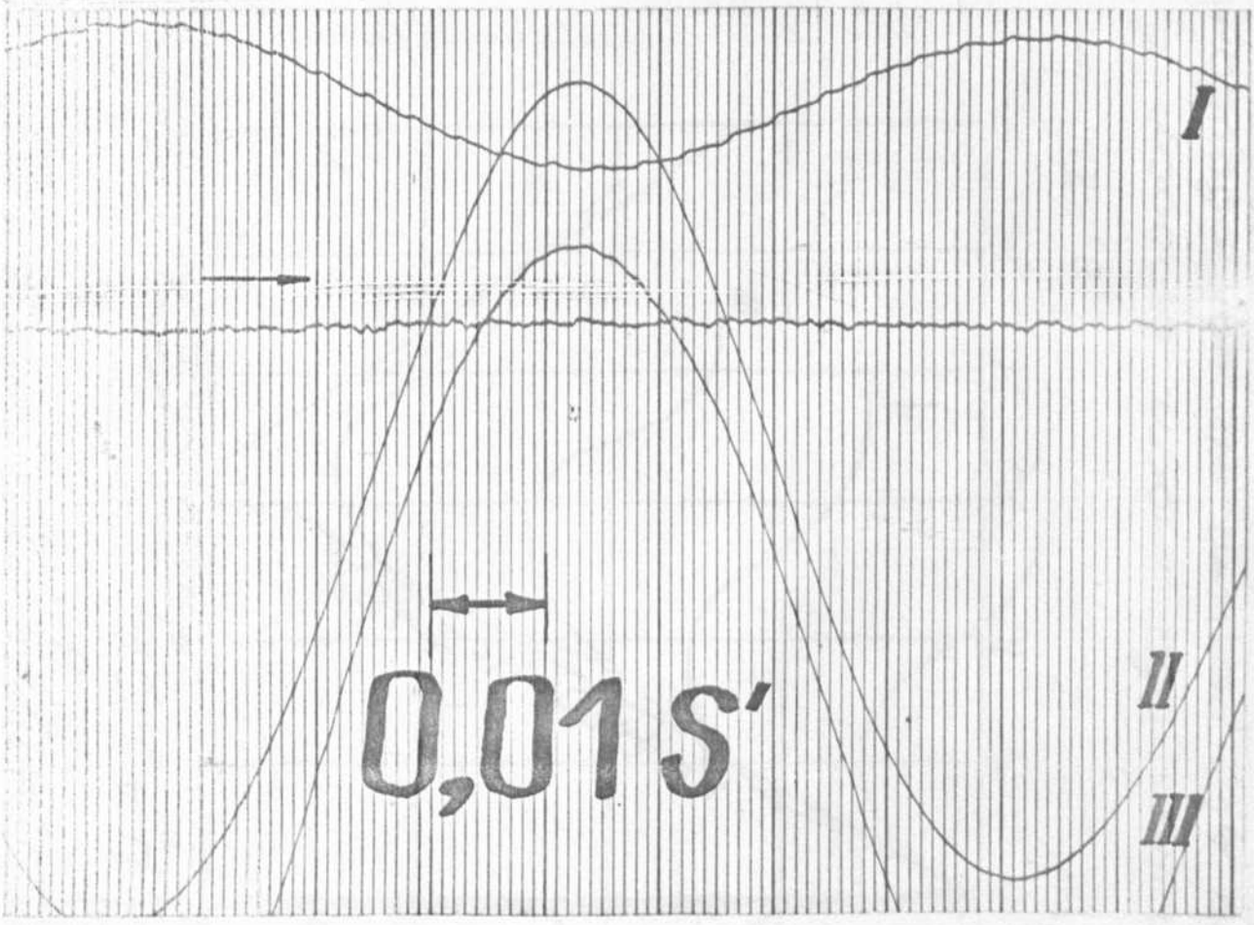
фиг. 10 Схема на експеримента за ударни изпитвания.



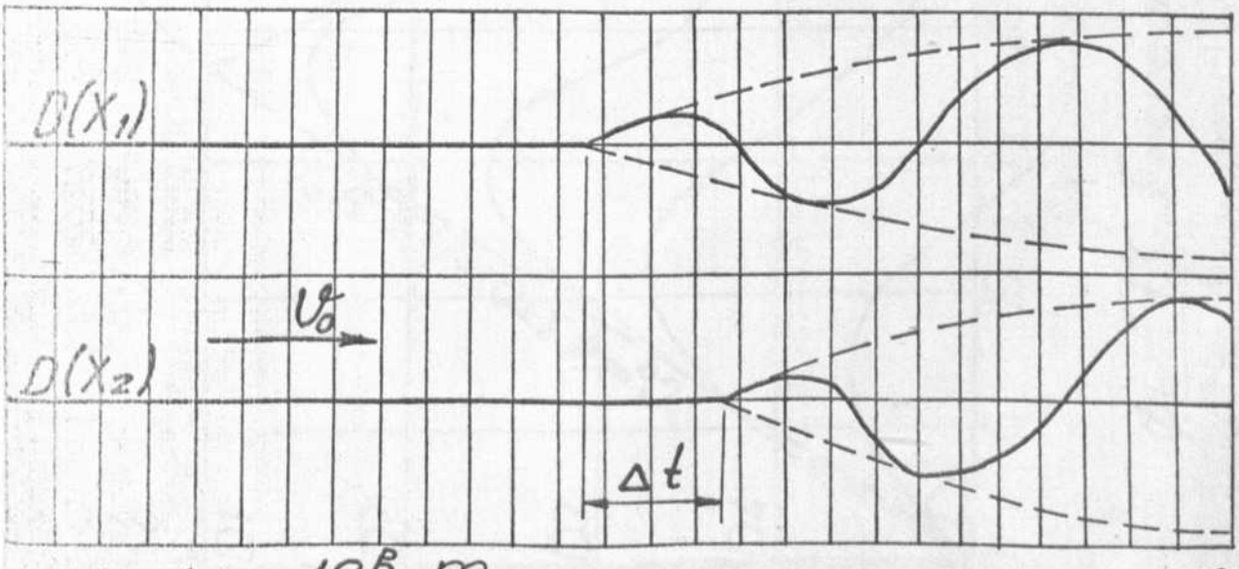
фиг. 11а Захватно устройство



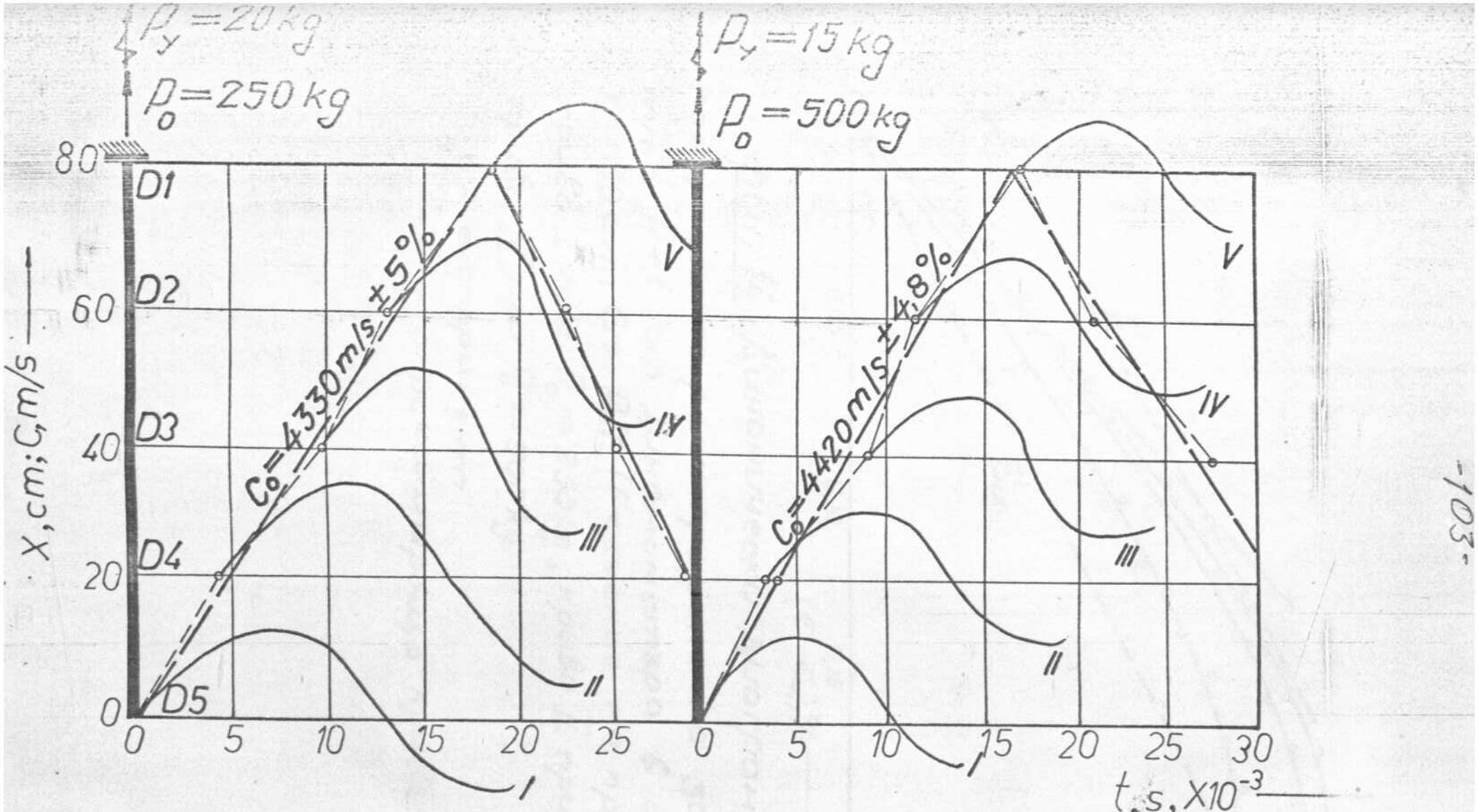
фиг. 11в Общ вид на апаратурата за ударни измервания.



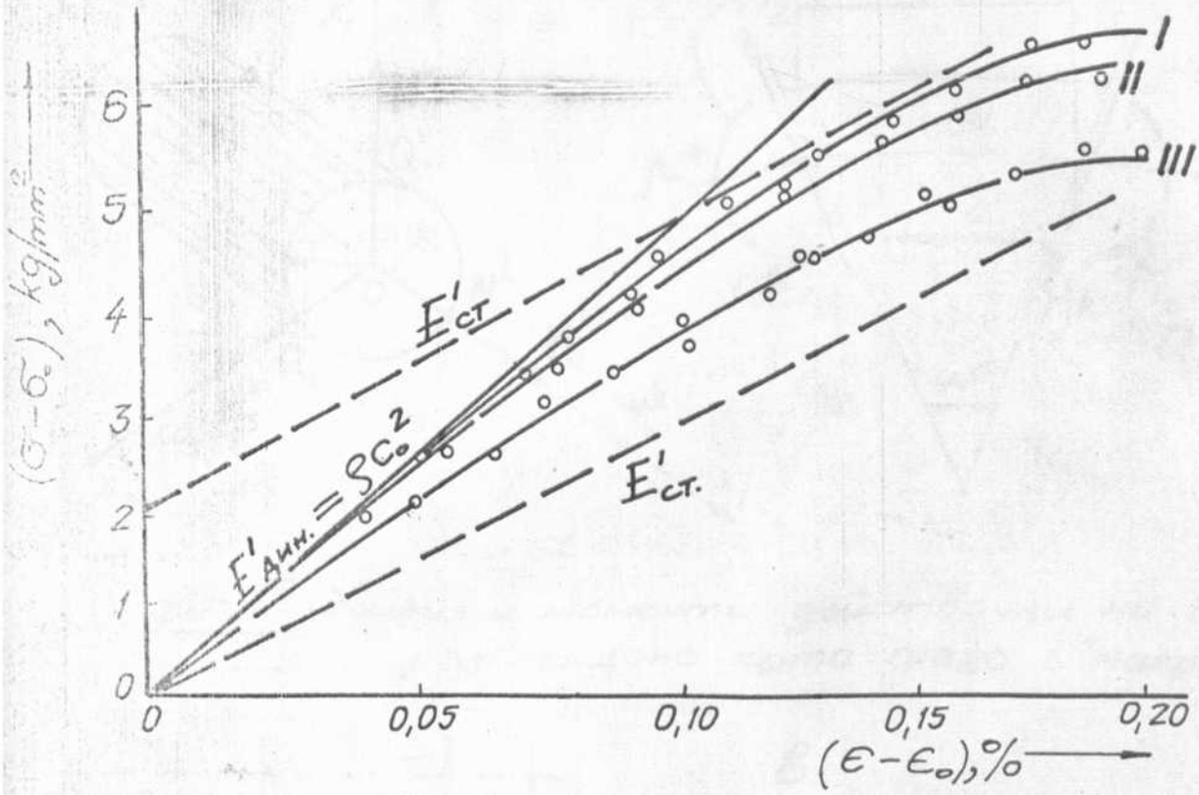
фиг. 12а Типична диаграма сила-време (лъч I) и скорост-време (лъчи II и III).



фиг. 12в Типична диаграма скорост-време при силно изтегляне на хоризонталната координата t. Скорост на лентата $V_0 = 1500 mm/s$. Предварителен опън $P_0 = 250 kg$.. Големина на удара $P_y = 20 kg$.. Скорост на фронта на вълната $c_0 = \Delta x/\Delta t = 4330 mm/s, \times 10^3$.



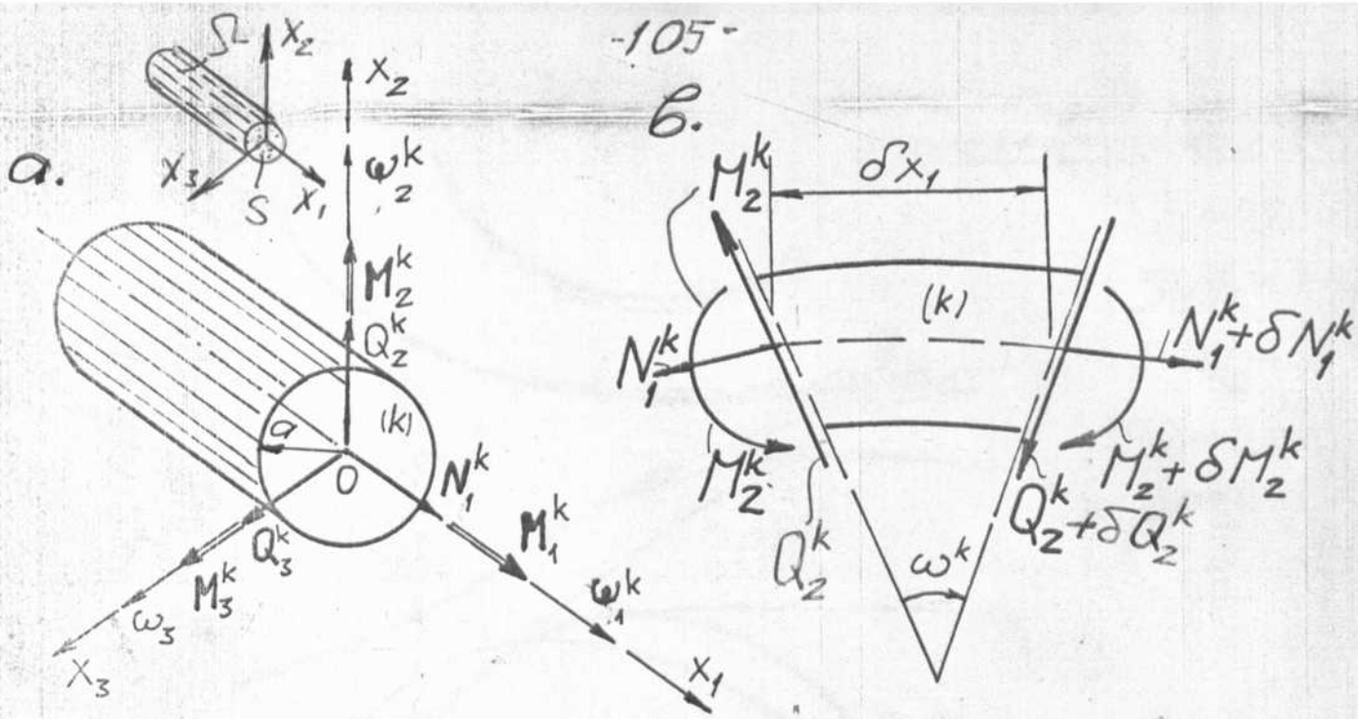
фиг. 13 Експериментална зависимост скорост-време върху равнината (X-t) при два режима на натоварване: o-експеримент; ——— фронт на вълната след осредняване.



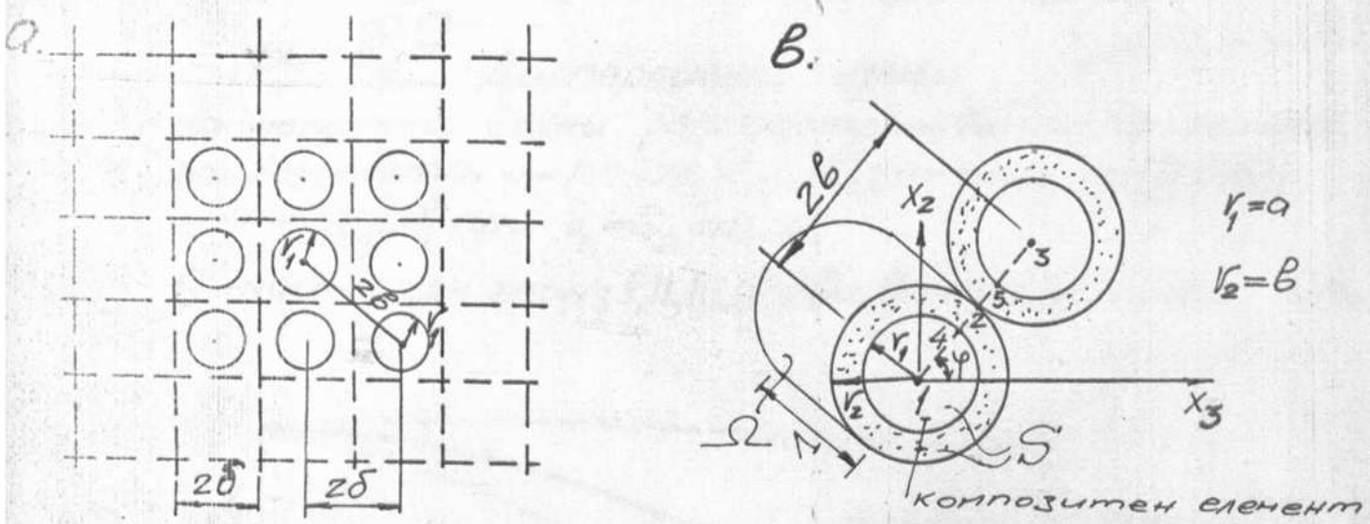
фиг. 14 Динамически диаграми σ–ε построени по регистриране на зависимостта P–t от динамометъра в сечение X = 80 cm.: σ = P/F (F сечение на пръта в cm.) крива I при P_0 = 250kg, крива II при P_0 = 350kg крива III при P_0 = 500kg.

o — експеримент

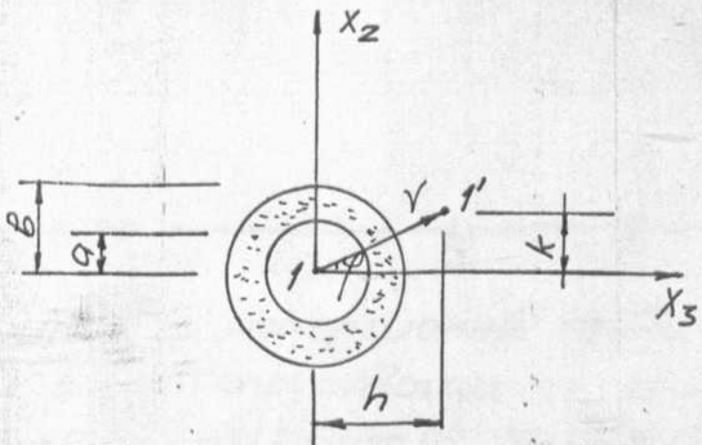
—— —— апроксимираща крива



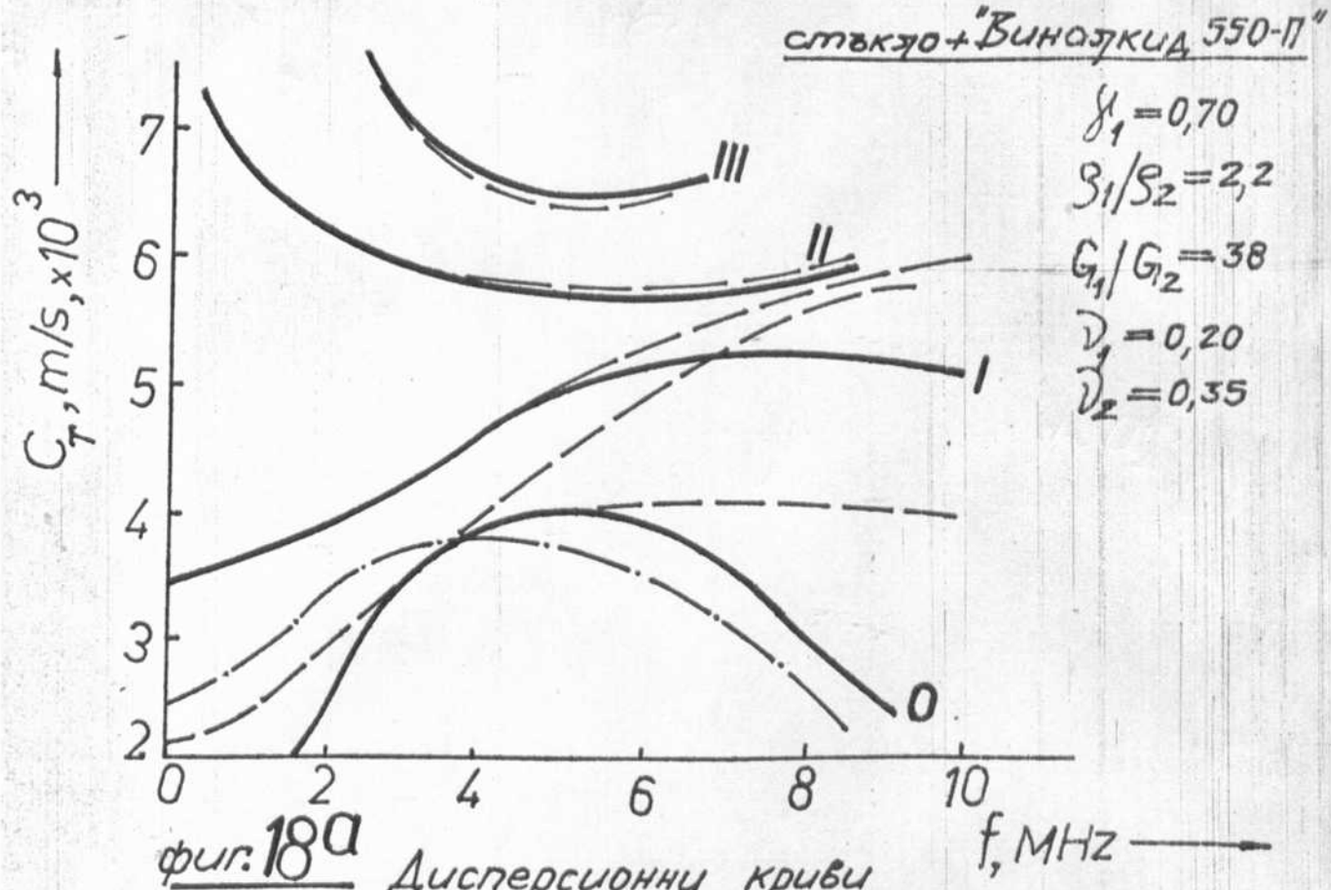
фиг. 15 Усилия и моменти действащи на влакно "k", разглеждано като греда в "макромащаб.



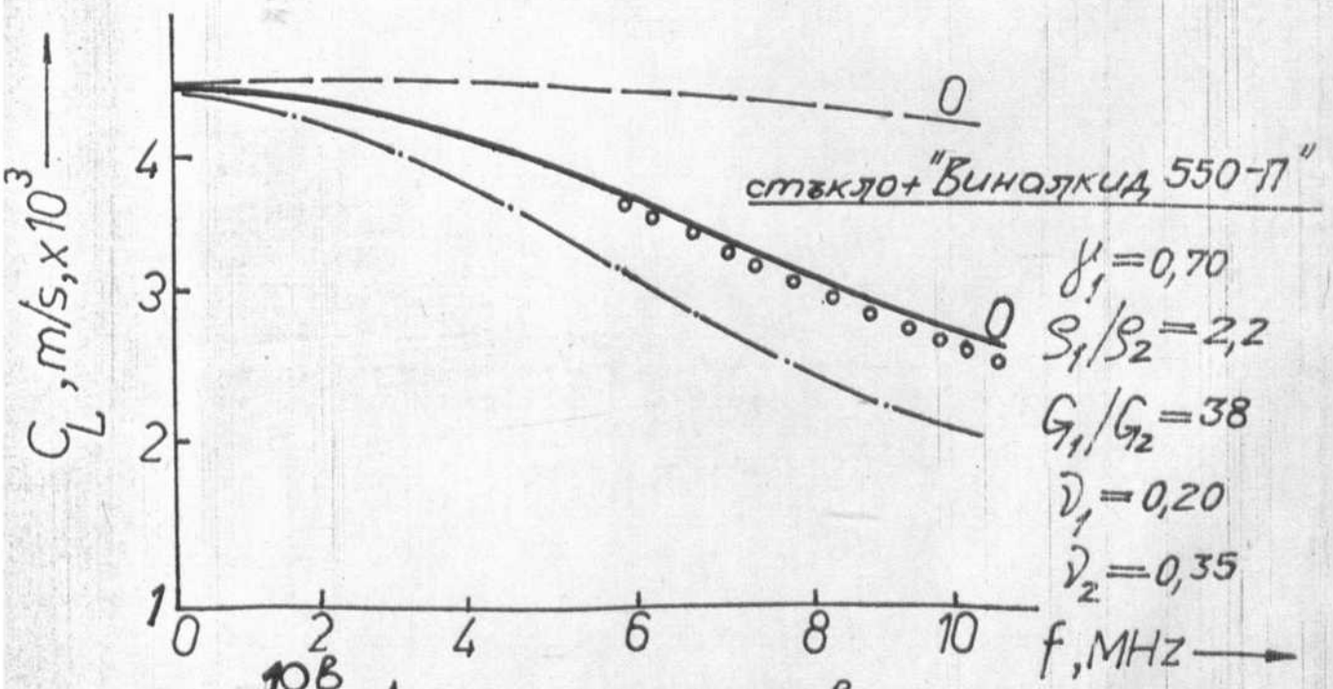
фиг. 16 а,в Схема на разположение на влакната в композита(а). Приета координатна система (в).



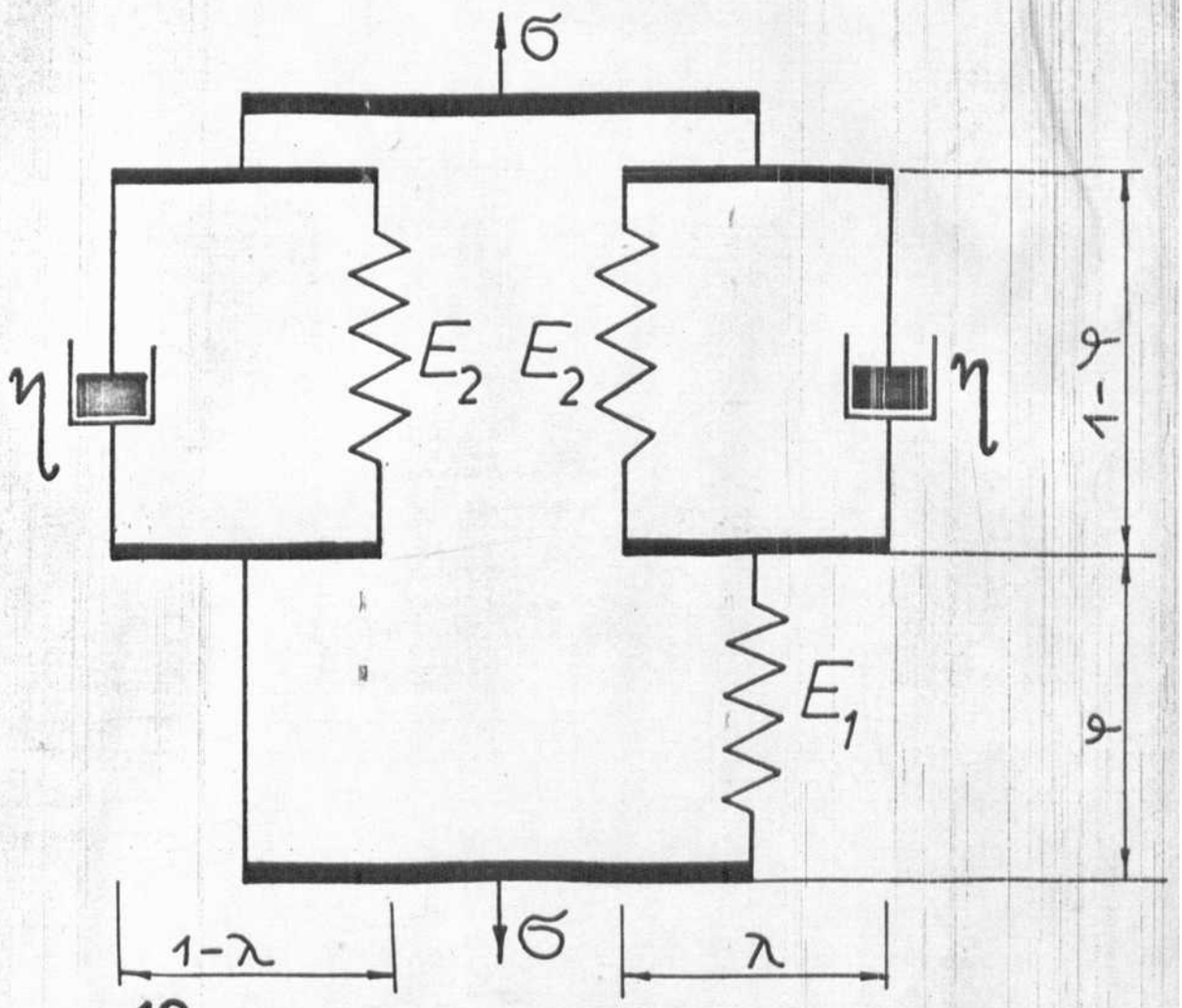
фиг. 17 Околност на т.1 свизмерима с действителните размери на влакното(ф10мт.) в "микромащаб."



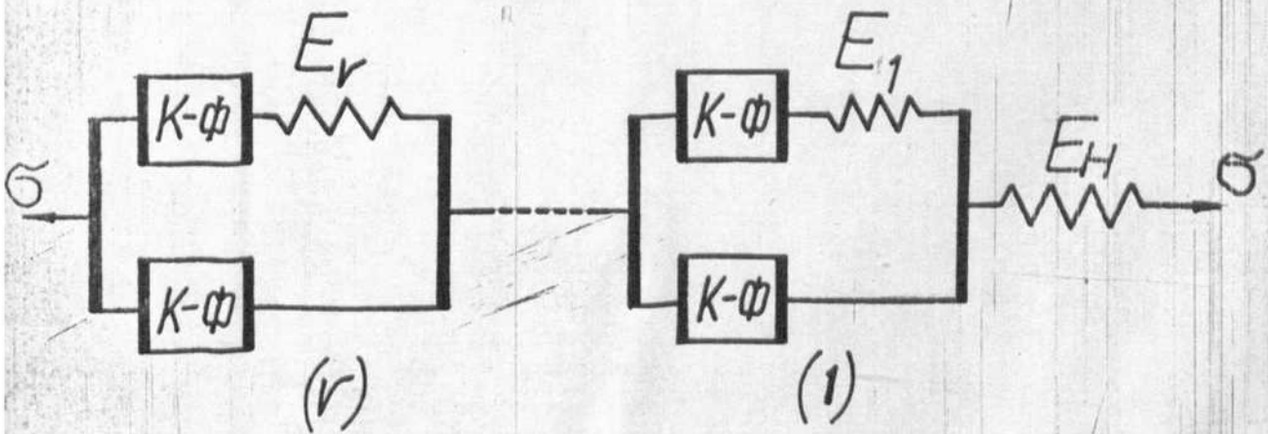
фиг. 18а Дисперсионни криви за напречни вълни разпространяващи се по посока на влакната. — по ур. (III 2.13); — — по ур. (III 1.19); — · — по [130] при $\nu_1 = \nu_2 = 0,30$; 0-най-нисък тон; I, II, III първи, втори и трети тон.



фиг. 18в Дисперсионни криви за надлъжни вълни разпространяващи се по посока на влакната. — по ур. (III 2.13); — — по ур. (III 1.19); — · — по [130]; ∘ — по [81]; 0-най-нисък тон.

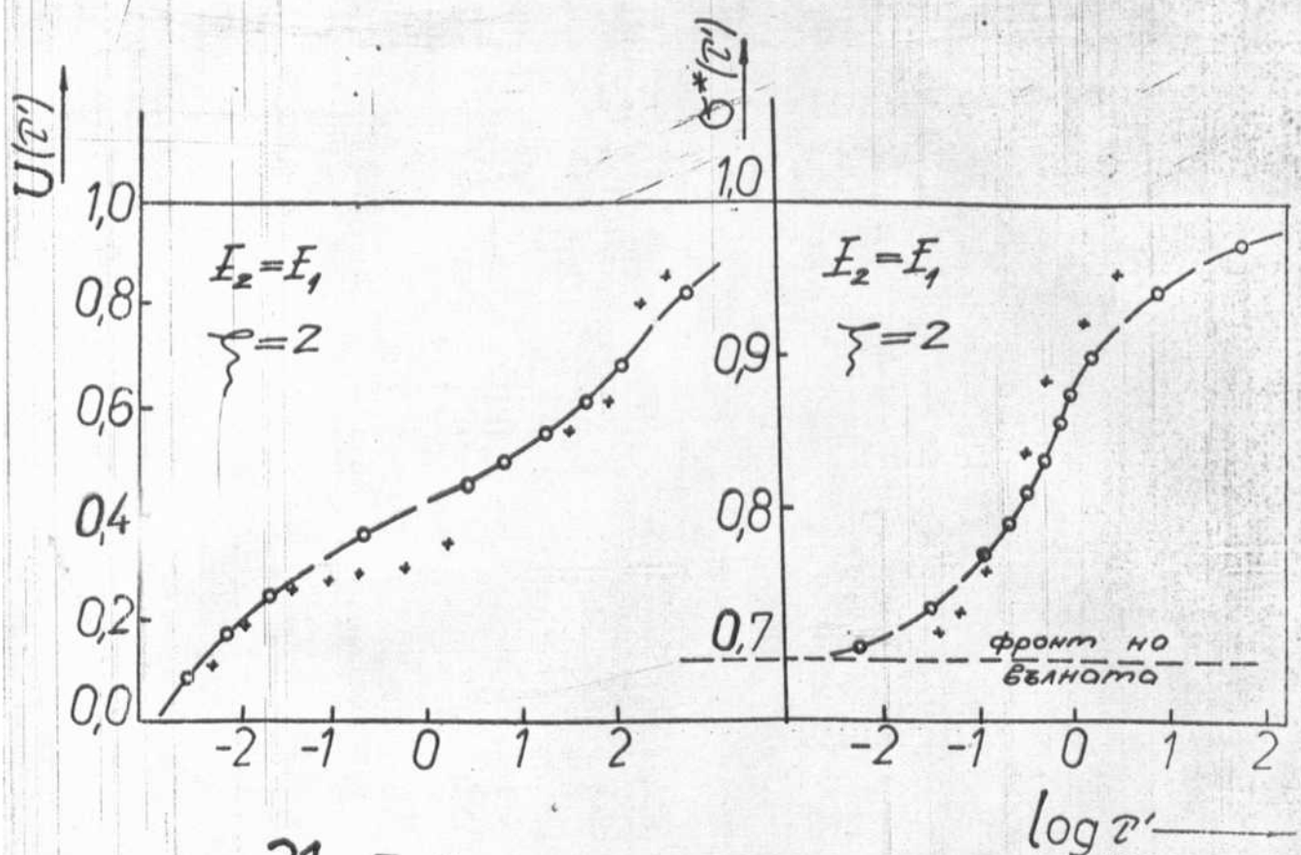


фиг. 19 Елементарен вискозоеластичен модел.



фиг. 20 Обобщен модел от r на брой последователно свързани елементарни модели и пружина $E_н$ непосредствено свързана с натоварването σ.

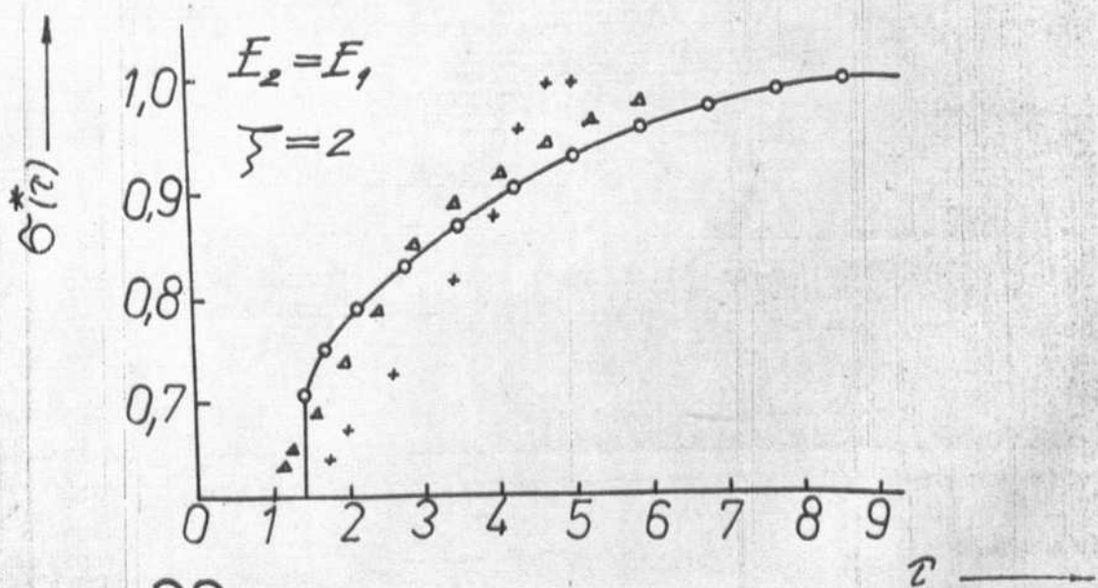
К-Ф-модел на Келвин-Фойгт.



фиг. 21 Зависимости преместване U и напрежение σ^* от логаритмичното време $\log \tau'$ в безразмерен вид по ур. (IV 1.30) и (IV 1.31):

o — по числен метод на колокацията за обобщения модел.

\+ — решение по [14] в отделни точки за петпараметричен модел.

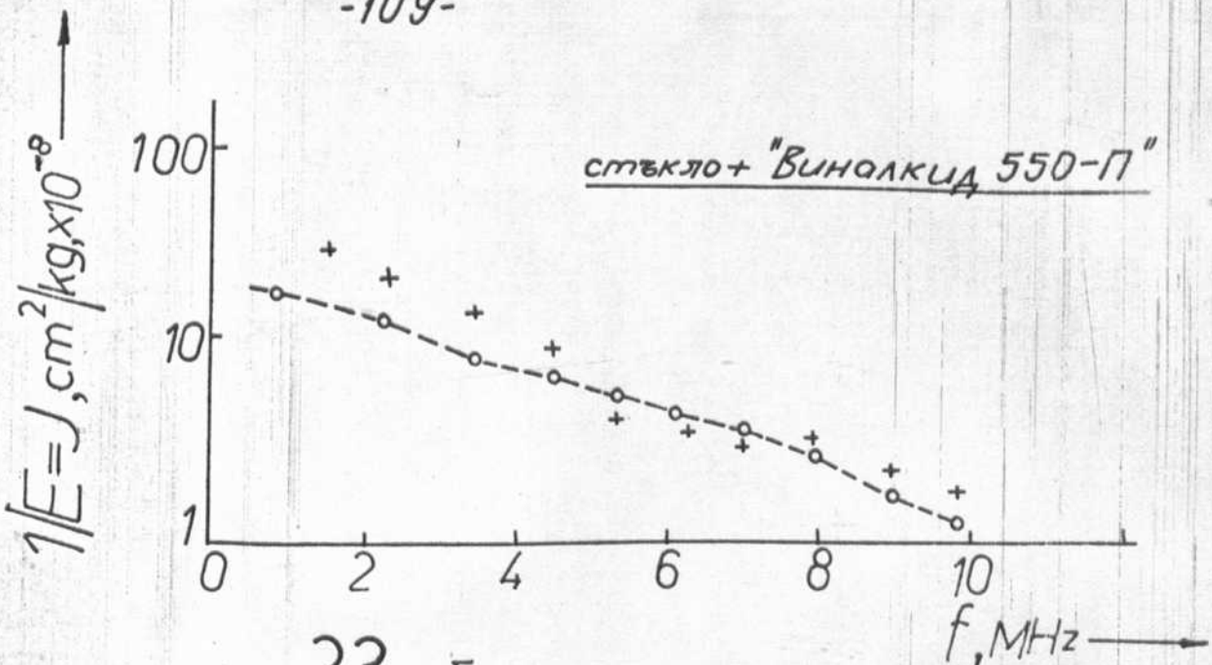


фиг. 22 Зависимост напрежение σ^* от времето τ в безразмерен вид.

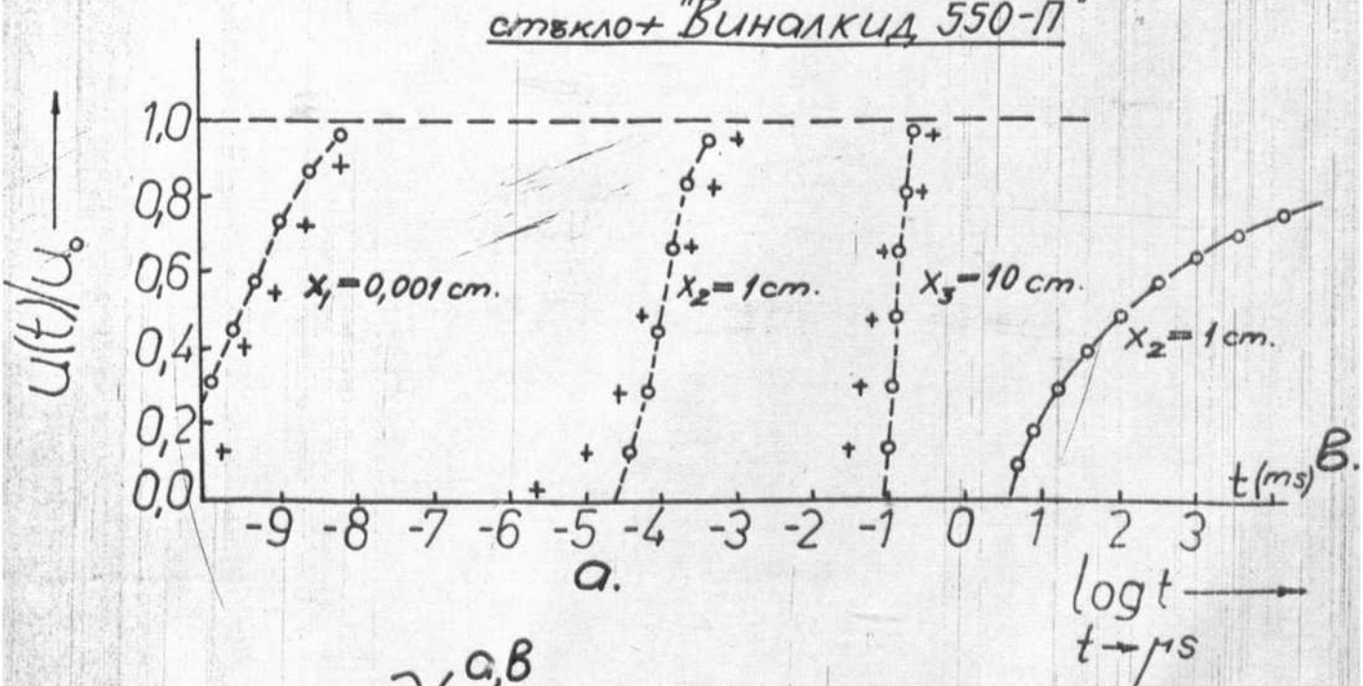
o — по метода на колокацията от ур. (IV 1.30)

\+ — решение по [14] за петпараметричен модел.

Δ — експеримент



фиг. 23 Експериментална зависимост на еластичния модул (податливостта $J=1/E$) от честотата:
∘ – високочестотни измервания
\+ – по ур. (IV 1.24)



фиг. 24 а,в Зависимост на безразмерното пренестване от логаритмичното реално време.
∘ – по ур. (IV 1.31)
\+ – експеримент (по т. 4 от гл. II).

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Батуев Г.С., и др., Инженерные методы исследования ударных процессов, Машиностроение, 1977.

2. Бурдин Г.Д. и др., Международна система измерителни единици "СИ", Техника, 1966.

3. Бейтмен Г.Эрдеий А., Высшие трансцедентные функции, М.1974

4. Бленд, Д.: Линейная теория възкоупругости. М., с."Мир", 1965, 200 с.

5. Богданович А.Е., Мех.полимеров., № 5, 1976.

6. Бугосков И.И., Ползучест полимерных материалов, М., "Наука" 1943

7. Болотин В.В., Теория армированных материалов, Изв.АН СССР, Механика, т.1, 1965, стр.74.

8. Бончева Х., Радованов Ив., Изв.на ИТМ, БАН, т.VII, 1970.

9. Бончева Х., Радованов Ив., Първи нац.конгрес по ТПМ, 4–6. XI.1969 г., доклади кн.1, БАН, 1971.

10. Бончева Х., Радованов Ив., Изв.на ИТМ, БАН, т.VIII.1971.

11. Бреховскис Л.М., Волны в слоистых средах. М., Изд. АН СССР, 1957, 520 с.

12. Бранков Г.Й., Сачански С., Основи на сеизмичната механика и противоземетръсното инженерство, изд.БАН, 1973.

13. Бранков Г.Й., Основи на теорията на вискозно–еластичността, изд.БАН, 1972.

14. Бранков Г., Петров Н., Теоретична и приложна механика, год.III, № 4, 1972.

15. Гершберг М.В., Илюшин С.В., Смирнов В.И., Неразрушающие методы контроля судостроительных стеклопластиков, Л., "Судостроение", 1971.

16. Дейвис Р., Волны напряжений в твердых телах. М. 1961.

17. Давидов В.В., Механика полимеров, № 6, 976–983 (ноември декември 1973).

18. Желязков Ж., Изследване на физико-механическите свойства на полиестерна смола ПН-1, Техническа мисъл, год.5, 1968, № 3.

19. Желязков Ж., Бернацкий Ал., Техническа мисъл, год.8, 1971, № 3.

20. Желязков, Бернацкий Ал., Техническа мисъл, № 6, 1969.

21. Зверев И.Н., ПММ, том XIV вып.3, 1950.

22. Захариев Г., Маринов П., Хаджиков Л., Изв.на ИТМ, том IX, 1972.

23. Ишлинский А.Ю. Продольные колебания стерния при наличии линейного закона последействия и релаксации. ПММ. 1940. том IV, вып.1.

24. Иванов Ц.И. Кандидатска дисертация, ВИСИ, 1974.

25. Илюшин А.А. и др., Задачи и упражнения по механике сплошной среды, изд.МУ, 1979.

26. Латишенко В.А., Диагностика жесткости и проученности материаллов. Рига, 1968.

27. Кристенсен Р., Введение в теорию вязкоупругости, Мир, 1974.

28. Колский Г., Волны напряжения в твердых телах, М., 1955.

29. Кокошвили С.М., Механика полимеров, 1966, 4, 565–543.

30. Кокошвили С.М., Механика полимеров, 1966,2, 253–262.

31. Кокошвили С.М., Калнинь П.П., Мех.полимеров, 1970, 1, 59–64.

32. Кукуджянов В.Н., Инж.журнал., 1963, 11, 472.

33. Квасников Е.Н., Потапов А.И., Перспективы развития акустических методов контроля качества полимерных материалов, Доклады XXIV научной конференции ЛИСИ, 27 ян. 1966, Ленинград.

34. Квасников Е.М., Потапов А.И. Исследования упругих характеристики ориентированных стеклопластиков импулссным акустическим методом. В кн. Физико-химия и механика ориентированных стеклопластиков. М., Наука, 1964, с.172–177.

35. Ляв А., Математическая теория упругости, ОНТИ, М. 1935.

36. Лехницкий С.Г., Теория упругости анизотропного тела. ОНТИ, НКТП, 1950.

37. Константинов А.В., Стреляев В.С. Заводская лаборатория, 1969, № 7, 867.

38. Крицук А.А., Емельянов Р.Р., Заводская лаборатория, 1969, № 11, 1390.

39. Кокошвили С.М., Методы динамических испытаний жестких полимерных материалов, Рига, 1978.

40. "Композиционные материалы", ред.Сендецкий Дж.в 8 тома, изд.Мир, М. 1978.

41. Карапетян Б.К., Карапетян Н.К, Сейсмическое воздействие на здания и сооружения, изд. "Наука", М. 1978.

42. Малышев Л.К. Экспериментальное исследование расспространения продольных волн напряжений в стержнях из полимерных, оптически активных пластмасс. Механика полимеров, 1970, 1, 68–75.

43. Малышев Л.К., Механика полимеров, 1967, 6, 1117.

44. Маринов П., Вълева В., Разпространение на хармонични надлъжни вълни на свиване в еластичен двуслоест композит, III-ти нац-конгрес по ТПМ, Варна, 13-16.IX.1977.

45. Маринов П., Теорет и прил.механика, БАН, кн. 2, 3; год. VI, 1975.

46. Михайлов А.М., Динамика едномерных стеклопластики, ПМТФ, 15, 4, 139-145 (VII-VIII.1979).

47. Миховски М. Кандидатская дисертация. ТРТИ, Таганрог, 1973.

48. Марков Т., Опитно изследване на строителни конструкции, Техника, 1965.

49. Новацкий К.В. Волновые задачи теории пластичности, изд.Мир Москва, 1978.

50. Новичков Ю.Н. Механика твердого тела, 1971, № 6, 65.

51. Никифоренко Н.Г., С.В.Веремеенко: В сб. Проблемы неразрушающего контроля. Кишинев, 1973, 207.

52. Попов Г. Приблизителен метод за изследване дисперсията на вълни във влакнесто-армирани пръти I. Метод на ефективните коравини - ТПМ (под печат).

53. Попов Г., Маринов П., III-ти нац.к-с по ТПМ, Варна - 13-16. IX.1977, кн.1.

54.) Попов Г., Миховски М., Изследване на еластичните характе-
55.) ристики на стъклопластикови пръти, Техническа мисъл, год.XVI, 1979, № 2.

56. Попов Г., Приблизителен метод за изследване на дисперсията на вълни във влакнесто-армирани пръти - II Приблизителен метод с квадратична апроксимация на преместването. ТПМ (под печат).

57. Потапов А.И., Доклады ЛИСИ, XXIV нац.конференция 27.I. 1966, Ленинград

58. Потапов А.И., Соловьев Р.В., Доклады ЛИСИ, Ленинград,1966

59. Потапов А.И., Пеккер Ф.П., Неразрушающий контроль конструкции из композиционных материалов, Ленинград, 1977.

60. Потапов А.И., Новые материалы в технике и науке. Прошлое, настоящее, будущее, М., Наука, 1966.

61. Петушков В.Г., Степанов Г.В., Некоторые закономерности продольных упругих волн напряжений в стержнях. – Проблемы прочности, 1971, № 1, 78–81.

62. Петушков В.Г., Фот Н.А. Об измерении динамических напряжений с помощью тензорезисторов. – Проблемы прочности, № 4, с.113–115, 1971.

63. Рытов С.М., Акустические свойства мелкослостой среды, Акустический журнал, том II, 1956, вып 1.

64. Рахматулин Х.А., О распространение волны разгрузни. ПММ, 1945. том IX., вып 1.

65. Рабинович, А.Л., Введение в механику армированных полимеров. М., 1970.

66. Румшиский Л.З., Математическая обработка результатов эксперимента, М., Наука, 1971.

67. Справочник по динамике сооружений, Стройиздат, 1972.

68. Соколовский В.В., Распространение упруговязко–пластических волн в стержнях, Прикладная математика и механика, том XII, 1948.

69. Савицкий Г.М., О методике динамических испытании стеклопластиков, Доклады ЛИСИ, I научной конференции молодых ученых–строителей,7–21 юни 1965. Ленинград.

70. Сидорин Я.С. Заводская лаборатория, 1964, № 5, 597.

71. Справочник по номенклатурата, свойствата и областта на приложение стъклените влакна и изделията от тях. Център за научно-изследователска и развойна дейност по стъкло и фина керамика, Техника, 1973.

72. Тимошенко С.П., Колебание в инженерном деле, М., Физматгиз, 1959.

73. Тошер Т.Р., Гузелсу А.Н., Експериментално изследване на дисперсията на вълна във влакнесто-композиционен материал, ТАИМ т.39, кн.1, стр.98, 1972.

74. Труэл Р.,Эльбаум Ч., Чик Б., Ультразвуковые методы в физике твердого тела, Москва, Мир, 1972.

75. Филиппов И.Г., Егорычев О.А., Нестационарные колебания и дифракция волн в акустических и упругих средах, Машиностроене, 1977, Москва.

76. Хаджиков Л., Сотиров П. Експериментално определяне на еластичния модул на епоксидна смола АП1 по честотен метод, Физико-химическа механика, кн.3, 1977.

77. Харитонов А.В., Акустически журнал, 1961, 7, 1, 104-106.

78. Харитонов А.В., Кандидатская дисертация, ЛЭТИ, Ленинград, 1963.

79. Arenz R.J., Uniaxial Wave propagation on realistic viscoelastic materials, J. Appl. Mech., 31, 1, 117, 1964.
80. Achenbach J.D., Generalized continuum theories for directionally reinforced solids, Archiwum Mechaniki Stosowanej, 28, 3, Warszawa, 1976.
81. Achenbach J.D., Sun C.T. and Herrmann G., On the Vibrations of a Laminated Body., J. Appl. Mech. 35, 689 (1968).
82. Adams D.S. and Tsai S.W., The Influence of random filament packing on the transverse stiffness of uni-directional composites., J. Comp. Mat., 3, 368 (1969).
83. Armenakas A.E., J. Acoust. Soc. Amer., 47, 1970.
84. Armenakas A.E., J. Acoust. Soc. Amer., 48, 1970.
85. Abbott, B.W., and Broutman, L., J. Exp. Mech., 6, 383, 1966.
86. Anderson D.L., J. Geophys. Res., 66, 9, 1961.
87. Berry D.S., Hunter S.C., J. Mech. Phys. Sol., 4, 1955.
88. Bose S.K. and Mal A.K., Elastic waves in a fiber-reinforced composite., J. Mech. Phys. Sol., 22, 217 (1974).
89. Bedford A., Stern M., On wave propagation in fiber-reinforced viscoelastic materials, Trans. ASME, E 37, № 4, 1970.
90. Bartholomew R.A., Torvik P.J., Int. J. Sol. Struct. 8, 1389 (1972).
91 Biot M.A., J. Appl. Phys., 25, 1385 (1954).

92. Biot M.A., Proc. U.S. Nat. Congr. Appl. Mech., ASME, 3rd, 1, 1958.
93. Cooper H.F., Jr., and E.L. Reiss. J. Acoust. Soc. Amer. 38, 24 (1965).
94. Chree C., Quart. J. Math., 24, 340 (1890).
95. Dietz A.G.H., J. Eng. Mech. Div. Proc. ASCE 87 (EM3), 31, 1961.
96. Datta A.N., Indian J. Theor. Phys., 4, 43 (1956).
97. Dickie, R.A., J. Appl. Polym. sci., 17, 45-63 (1973).
98. Drumheller D.S. and Bedford A., J. Appl. Mech., 40, 527 (1973).
99. Eason G., Acta Mech. 7, 137 (1969).
100. Friedlander F.G., Proc. Cambridge Philos. Soc. 43, 360 (1946).
101. Glauz R., Lee E., J. Appl. Phys., 25, 1954.
102. Gradowczyk M.H., Moavenzadeh F., Trans. Soc. Rheol., 13, 2, 173 (1969).
103. Hlaváček M., A continuum theory for fibre-reinforced composites. Int. J. Sol. Struct. 11, 1975.
104. Hlaváček M., Int. J. Sol. Struct. 11, 1137 (1975).
105. Hashin Z. and Rosen B.W., J. Appl. Mech. 31, 1964.
106. Hashin Z., Complex moduli of viscoelastic composites II., Int. J. Sol. Struct., 6, 797, 1970.
107. Hunter A.R., Soc. for Exp. Stress Anal., Oct. 18-22, Paper 1708, 1970.
108. Karal, F.C. and Keller, J.B., J. Acoust. Soc. Amer. 31, 694 (1970).

109. Kerner E.H., Proc. Phys. Soc., B69, 808 (1956).
110. Krautkrämer J., Krautkrämer H., Werkstoffprüfung mit Ultraschall, Springer-Verlag, Berlin 1966.
111. Luneburg, R.K., The mathematical theory of optics. Berkeley. 1964.
112. Lee, E.H. and Kanter, I, 1953. J. Appl. Phys. 24, 1115
113. Lindholm U.S. and K.D. Doshi: J. Appl. Mech., 32E, 135 (1965).
114. Lee E., Morrison A., J. Polym. Sci., 19, 1956.
115. Moodie T.B., and Barclay D.W., Acta Mech. 23, 199-217 (1975).
116. Morrison J., Quart. Appl. Math., 14, 1956, p. 153.
117. Mindlin R.D., Dereslewicz H., Proc. of the second U.S. national conf. of appl. mech., 1954, p. 175.
118. Park I.K. and Reiss, E.L., J. Acoust. Soc. Amer., 47, 870 (1970).
119. Papoulis A., Quart. of Appl. Math., 14, 1957.
120. Pochhammer L., J. reine ang. Math. 81, 1876.
121. Postma G.W., Geophysics, vol. 20, 1955.
122. Pottinger M.G., Aerospace Res. Lab. ARL-TR-70--0064. (1970a).
123. Pottinger M.G., Aerospace Res. Lab. ARL 70--0096 (1970b).
124. Reiss, E.L., J. Appl. Mech., 36, 803, 1969.
125. Sun C.T., etc., J. Appl. Mech., 35, 647 (1968).
126. Shapery R.A., J. Appl. Phys., 35, 1451 (1964).

127. Schopery R.A., J. Compos. Mater., 1, 228 (1967).
128. Takayanagi M., Proc. 4th Int. Congr. of Rheology, part 1, Intersience, New York, 1965, p. 161.
129. Usmura S., Takayanagi M., J. Appl. Polym. sci. vol. 10, pp. 113–125 (1966).
130. Wheeler P., Mura T., J. Appl. Mech., 40, 1973.

Основното съдържание на дисертационната работа е публикувано в следните работи:

1. Попов Г., Миховски М. – Изследване на еластичните характеристики на стъклопластови пръти, Техническа мисъл, год.XVI, 1979, № 2.

2. Попов Г., Маринов П. – Разпространение на импулсна едномерна вълна във вискозо-еластичен композит, III конгрес по теоретична и приложна механика, Варна 13–16.IX.1977, кн.1, стр.580.

3. Попов Г. – Експериментално изследване дисперсията на вълни, разпространяващи се във влакнесто-армирани композити, Теоретична и приложна механика, под печат.

4. Попов Г. – Приблизителен метод за изследване дисперсията на вълни във влакнесто-армирани пръти – I Метод на ефективните коравини, Теоретична и приложна механика, под печат.

5. Попов г. – Приблизителен метод за изследване дисперсията на вълни във влакнесто-армирани пръти – II Приблизителен метод с квадратична апроксимация на преместването, Теоретична и приложна механика, под печат.

Отделни резултати от дисертацията са докладвани:

1. На трети конгрес по теоретична и приложна механика, Варна 13–16.IX.1977.

2. На конференцията "Математическо програмиране в механиката на непрекъснати среди", Враца, март 1977.

3. На националната конференция "Физика–производство", април 1978.