

## Иновативен подход в обучението по стереометрия в училище с помощта на стереосистема *StereoMV*

### An innovative approach to teaching stereometry in school using the stereo system *StereoMV*

**Penio Lebamovski**

*Mathematics and Informatics Facility*

*St. Cyril and St. Methodius University of Veliko Turnovo*

**Mariana Nikolova**

*Mathematics and Informatics Facility*

*St. Cyril and St. Methodius University of Veliko Turnovo*

#### **Abstract**

*The report presents the technology of stereometry training, realized through the stereo system StereoMV. The system is proprietary, has a user-friendly interface and allows the learner easy navigation and interaction. StereoMV is the basis of a technological approach that supports the teaching of mathematics through the visualization of spatial figures, in order to easily master the concepts associated with them. StereoMV is part of a dissertation on "Creating a training software application running on a stereoscopic visualization system."*

**Keywords:** *stereometry, learning technology, software stereo system.*

#### **Въведение**

С навлизането на новите технологии, се налага необходимостта от нови подходи и методи на преподаване по различни учебни дисциплини, в зависимост от тяхната специфика, в т.ч. и в обучението по математика.

*StereoMV* е авторска софтуерна стереосистема, която успешно може да се използва в обучението по стереометрия, чрез визуализация на различни пространствени фигури като призма, куб, пирамида, конус, сфера и т.н. Това би улеснило усвояването на понятията, свързани с тях, като връх, ръб, стена, сечение, радиус и т.н., както и различни манипулации и задачи. *StereoMV* е част от дисертационен труд на тема "Създаване на софтуерно приложение за обучение, работещо на стереоскопична система за визуализация".

Геометрията като наука е част от математиката (от гръцки гео – земя и метрия измерване)[4]. Стереометрията е дял от геометрията (от гръцки стереос – твърд и метрия измерване). От гледна точка на училищното образование, подобно тълкование и определение на древногръцкия философ Аристотел се среща в четвърти век. В училище математическото образование включва изучаване на планиметрия и стереометрия, като два основни дяла, за които е необходимо учениците да имат силно развито тримерно и пространствено мислене. Предмет на геометрията в средното училище е изучаването на равнинни и пространствени фигури. При изучаването на първите не възникват особени затруднения, тъй като обектите на изучаване съвпадат със своя първоначален образ, което не се отнася за пространствените фигури.

Стереометрията е част от учебното съдържание в средното училище, т.е. след натрупани теоретични знания по планиметрия, които следва да имат учениците. С помощта на *StereoMV* много от проблемите при усвояване на свойствата и характеристиките на пространствените тела могат да бъдат решени, т.е. да отпаднат.

*StereoMV* подпомага усвояване на учебното съдържание по геометрия, включено в програмите за среден и горен курс, което е „добър помощник“ както на учениците, така и учителите. Приложението дава възможност на обучаемите да работят както самостоятелно, така и в екип, като в същото време са контролирани от учителя. Учениците имат възможност да изследват, наблюдават и откриват. В изложението са използвани примери и теми, включени в учебниците по математика на издателство “Архимед”.

### **Обзор на подготвителни знания по стереометрия**

Основните знания, свързани с изучаването на стереометрията в среден курс се въвеждат от 2 клас. Те са свързани с планиметрията и алгебрата. Учениците се запознават с тях преди конкретното изучаване на пространствените обекти.

Във втори клас учениците изучават видовете триъгълници. Измерват с линейка дължините на страните на триъгълник, квадрат и правоъгълник. Учат се да използват мерните единици (см, дм, м).

В трети клас се въвеждат единиците за дължина и понятието ъгъл – прав, остър и тъп. Обучаемите се учат да използват квадратната мрежа, която се явява пропедевтика на декартовата координатна система, която се въвежда в горен курс. Чрез измерване, те се учат да различават коя фигура е квадрат и коя е правоъгълник.

В четвърти клас се чертаят квадрат и правоъгълник върху квадратната мрежа. Въвежда се понятието лице на геометрична фигура и мерните единици за лице.

Важното за разглежданата тематика в пети клас започва от темата (Изобразяване на десетични дроби върху числов лъч, урок №54 [1]). Новите геометрични понятия на учениците в тази възраст са: прав паралелепипед, куб, връх, ръб, стена и т.н. Опитно се извеждат формулата за обем и мерните единици за обем. Едни от най-важните понятия в

планиметрията, които са основата на стереометрията при изучаването на правилна пирамида, са подобните триъгълници и подобните многоъгълници.

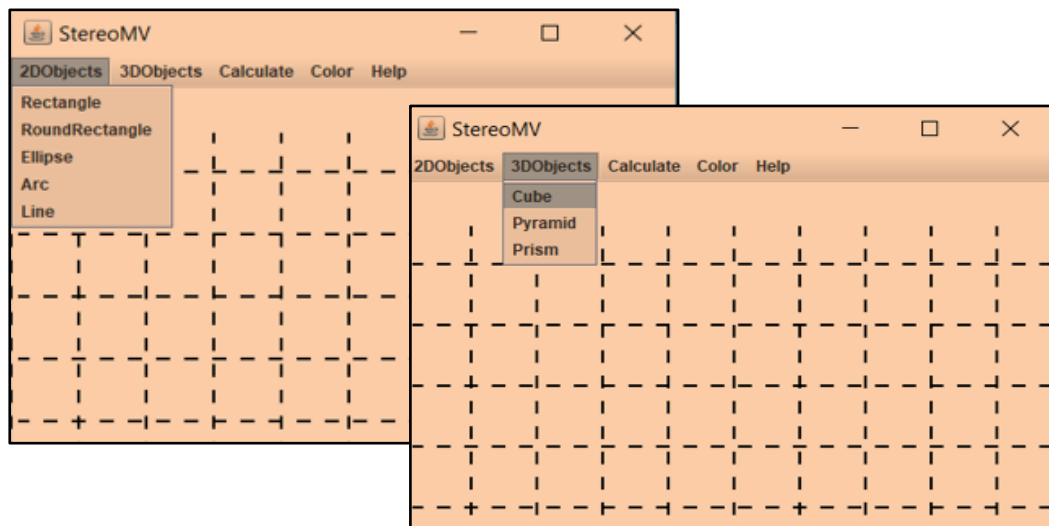
В българските училища първо се разглеждат подобните триъгълници и признаците за подобие им. След това се въвежда какво е това подобен многоъгълник. Както е известно два триъгълника са подобни, когато между техните върхове има съответствие, т.е. съответните им ъгли са равни, а страните им са пропорционални.

Теоремата за подобни многоъгълници гласи следното: „Ако два многоъгълника биват разделени от диагоналите им на подобни триъгълници то те също са подобни.“ Тук се въвежда и теоремата за зависимост между периметрите и съответните им страни. Формулата за обем на пирамида може да се получи чрез метода на неделимите на италианския математик Кавалиери. Височината на пирамидата се разделя на определен брой от части, след което се прекарват сечения успоредни на основата. Има зависимост между лицето на основата и нейното успоредно сечение. Сечение на многостен с равнина се нарича многоъгълник със страни, пресечници на стените на многостенна с равнината[4].

### ***StereoMV* като софтуерна стереосистема**

*StereoMV* е авторско приложение, което е част от софтуерно приложение за обучение, работещо като стереоскопична система за визуализация.

За реализацията на *StereoMV* е използван обектно ориентирания език JAVA, който дава възможност за стереоскопична визуализация. Този тип технология, реализирана в приложението, бива пасивна и активна. Чрез анаглифната проекция се предлага не лош 3D ефект.



**Фигура. 1.** Интерфейс на *StereoMV*

Системата има удобен интерфейс, който позволява на обучаемия да взаимодейства със *StereoMV* посредством менюта, бутони, таблици, плъзгачи и др. Има и документация, която улеснява работа с програмата.

*StereoMV* подпомага обучението по математика за визуализация на пространствените фигури, като призма, куб, пирамида, конус, сфера и т.н. с цел изясняване на техните елементи - връх, ръб, стена, сечение, радиус и т.н.

Тази система предлага използване на 3D технологиите като образователен подход за наблюдаване, изследване и разбиране на учебния материал по геометрия.

## Приложение на стереосистема *StereoMV* в обучението

**Тема: Пирамида, пресечена пирамида (XI клас)**

Опорни знания, свързани с урока[3]:

- ✓ Многоъгълник
- ✓ Правилен многоъгълник
- ✓ Успоредни равнини
- ✓ От 6 клас – правилна пирамида и елементи

Нови понятия:

- ✓ Успоредно сечение на пирамида
- ✓ Свойства на успоредното сечение
- ✓ Пресечена пирамида/Правилна пресечена пирамида
- ✓ Елементи на пресечена пирамида
- ✓ Околна повърхнина
- ✓ Пълна повърхнина

Стереосистемата дава възможност за параметрично представяне на правилна пирамида с основа правилен многоъгълник, като триъгълна, четириъгълна, петоъгълна, шестоъгълна.

Чрез интерфейса на *StereoMV*, потребителят въвежда основния ръб на пирамидата и височината, след което системата автоматично изчислява върховете на пирамидата с цел визуализация. По подразбиране при задаване на върховете, те се указват в следната последователност: абсциса, ордината и апликата, съответно за  $x$ ,  $y$ ,  $z$ . В програмирането има два вида координатна ос - дясно и ляво ориентирани. В *StereoMV* се използва дясно ориентирана по подразбиране. Височината се въвежда по ординатата. Ако при въвеждането на височина се въведат стойности за абсциса и апликата число различно от нула, крайният резултат ще бъде наклонена пирамида.

Програмата дава възможност за успоредно сечение на пирамида, чрез две успоредни равнини. Тази възможност изяснява визуално какво е това пресечена пирамида.

С цел изясняване на това какво е пресечена пирамида, се въвеждат съответно дължина на основен ръб и височина на пирамидата. Като трети параметър се въвежда височината на пресечената пирамида, което е число по – малко от височината, ако се въведе стойност по–голяма от височината на пирамидата, ще излезе съобщение за грешка.

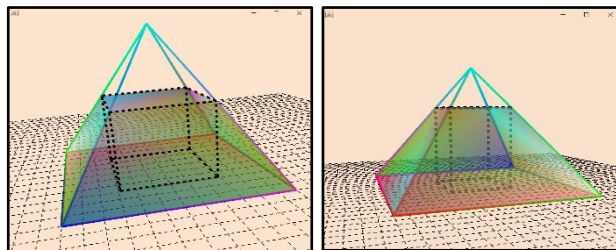
**StereoMV** представя елементите на пресечената пирамида по следния начин:

- ✓ Основите и стените в различен цвят
- ✓ Основните ръбове – АВ, А1В1, и т.н
- ✓ Височината е с пунктирна линия
- ✓ Програмата дава възможност за изчисление на околната и пълна повърхнина.

### Задача1.

*В правилна четириъгълна пирамида с основен ръб  $a$  и височина  $h$  е вписан куб така, че долната му основа лежи на основата на пирамидата, а горната му основа е нейното успоредно сечение. Намерете ръба на куба.*

По зададена височина и основен ръб на правилна четириъгълна пирамида се вписва паралелепипед, като горната му основа се явява успоредно сечение, а долната лежи на основата на пирамидата. Околния ръб на паралелепипеда се явява височина на пресечената пирамида. Чрез въвеждане различни стойности на височината, паралелепипедът може да се видоизменя до куб и обратното. Стереосистемата може да изчисли дължината на ръба по зададена формула. Чрез това параметрично представяне учениците се учат да експериментират, изследват и обобщават. Ако околния ръб на паралелепипеда е число по–голямо или равно на височината на пирамидата, ще излезе съобщение за грешка.



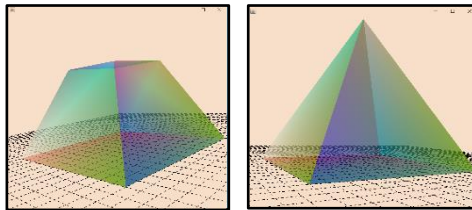
**Фигура. 2.** *Различни изгледи, в зависимост от стойностите на височината*

### Задача2.

*Основните ръбове на правилна четириъгълна пресечена пирамида са  $a$ ,  $b(a>b)$ , Намерете обема на пирамидата, ако:*

- ✓ Ъгълът между околната стена и голямата основа е  $60$  градуса
- ✓ Пълната повърхнина е два пъти по – голяма от околната повърхнина

При зададеното условие следва да се пресече правилна четириъгълна пирамида по дадени основни ръбове. Въвеждат се стойности за малката и голямата основи на пирамидата, след което програмата автоматично създава пресечената пирамида и в същото време я визуализира и изчислява обема на геометричния обект. Учениците могат да проследят изменението на пресечената пирамида чрез въвеждането на основните ръбове  $a$  и  $b$ .



**Фигура. 3.** Визуализира и изчислява обема на геометричния обект

### Задача3.

Триъгълна пресечена пирамида с лица на основите  $B$  и  $B1$  и височина  $h$  е пресечена с равнина, която минава през един от върховете на малката основа и е успоредна на околна стена на пирамидата. Намерете обемите на телата, на които тази равнина разделя пресечената пирамида.

*StereoMV* дава възможност ученика да създаде правилна триъгълна пресечена пирамида с височина  $h$ , след което я визуализира и изчислява обема на телата по зададена формула.

### Тема: Куб. Елементи. Повърхнина (V клас)

Опорни знания свързани с урока[1]:

- ✓ Какво е това точка?
- ✓ Какво е отсечка?
- ✓ Какво е квадрат и лице на квадрат?
- ✓ Припомня се квадратната мрежа и точка от нея

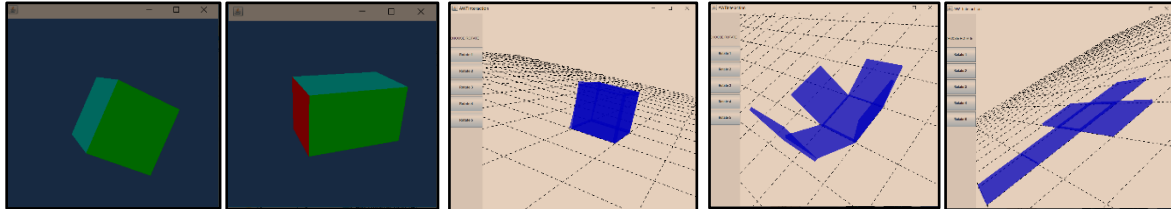
Нови понятия:

- ✓ Стена, връх, ръб на пространственото тяло куб
- ✓ Развивка на куб
- ✓ С помощта на развивката се уточнява как е конструиран самия куб и как се намира лицето на повърхнината му.

Стереосистемата дава възможност за представяне на 3D модел на куб, стените на който са в различен цвят. Върховете са съответно означени с буквите:  $A, B, C, D...$  Следва учениците сами да открият елементите на кубчето.

Софтуера дава възможност учениците да разберат структура на куб посредством две развивки. Те трябва сами, с помощта на интерфейса, да разгънат куба до фигура, която

може да легне върху квадратната мрежа и обратното. Това им дава възможност визуално да разбират, че обекта се състои от 6 квадрата. Системата може да изчислява лице на повърхнина. Най – важното е, че с нея се вижда точно основата на куба, като квадрат, а не успоредник.



*Фигура. 4. Развивка на куб до фигура, която „ляга“ върху квадратната мрежа*

### Тема: Призма. Правилна призма (VI клас)

Опорни знания свързани с урока[2]:

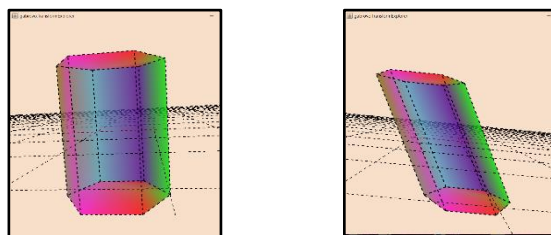
- ✓ Правилен многоъгълник
- ✓ Паралелепипед

Нови понятия:

- ✓ Призма – триъгълна, четириъгълна, петоъгълна и шестоъгълна
- ✓ Елементи на призмата
- ✓ Правилна призма

Стереосистемата дава възможност за преминаване от 2D към 3D чрез помощта на полигони. Учениците първо ще начертаят многоъгълник в двумерното пространство, след което програмата го преобразува в триизмерен обект.

Следва обучаемите да въведат височината на призмата и сами да си изяснят елементите на тялото. Другият начин за визуализация на правилна призма е чрез основния тримерен прозорец на *StereoMV*. От менюто на програмата се избира вида на тялото по типа на основата, който е правилен многоъгълник. Представянето бива параметрично, зависещо от дължината на основата, като в същото време може да се зададат стойности, така че резултатът да бъде наклонена призма.



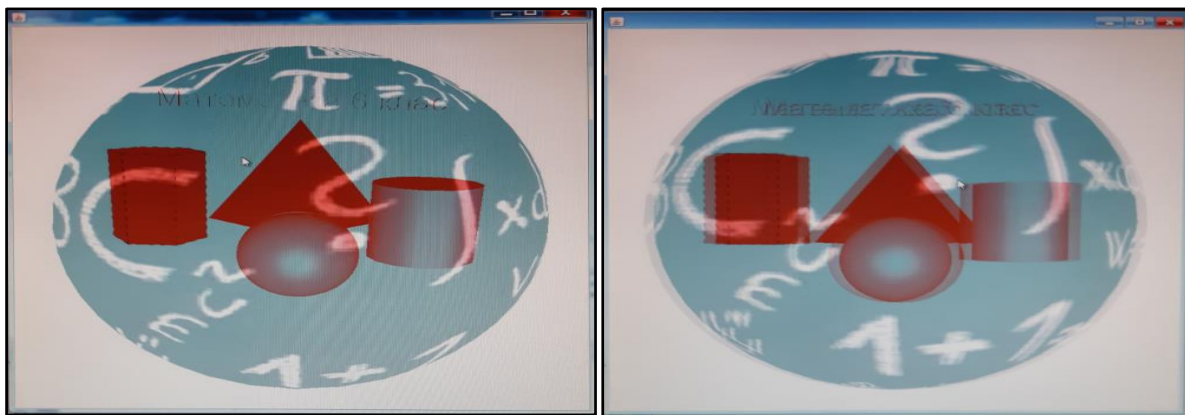
*Фигура. 5. Права и наклонена призми*

## Системи за виртуална реалност

Системите за виртуална реалност биват: с потапяне и без потапяне. Всяка от тях се различава по специфичен начин една от друга. Системите с потапяне изискват големи средства за оборудване и техника. Такива системи са: Cave Automatic Virtual Environment (CAVE), Cyber Stage, Collaborative Responsive Workbench (CRWB) и Head Mounted Display (HMD). Системите без потапяне, като 3D мониторите и очилата за виртуална

реалност, са сравнително евтини и също така предлагат не по-малко въздействащи преживявания в сравнение с тези с потапяне.

При тях потапянето във виртуалния свят е значително по-малко от системите с потапяне. За сметка на това обаче, те са по-достъпни, защото са сравнително евтини. Те успешно могат да намерят приложение в обучението. За реализацията на системата, изискванията към обучаемите е да разполагат с настолен компютър или лаптоп. В същото време ако искат да използват възможността за реализация на стерео режим е необходимо да имат монитор и видео карта с необходимите изисквания.



Фигура. 6. Традиционна и стереоскопична визуализации

### Бъдещи планове

- ✓ Създаване на мобилна версия на *StereoMV*
- ✓ Разширяване на функционалността и подобряване на интерфейса на приложението.
- ✓ Тестване в реална учебна среда за ефективността и технологичната роля на стереоскопичната система за визуализация.



## Заклучение

Много смятат, че математиката е сложна и скучна, но днес е възможно да се преобърнат тези виждания с помощта на технологиите.

Предлаганата система дава възможност чрез тях учениците да експериментират, дискутират и обобщават, което им позволява визуализиране на различни модели и обекти по-лесно да се представят.

Учителя не трябва да дава готови отговори, а да насочва учениците сами да ги търсят. Така този иновативен подход по математика може да направи обучението значимо по – интересно, мотивиращо и ефективно.

Това може да се осъществи чрез системата *StereoMV*, която предлага по – голяма активност на учащите в процеса на обучение. Без активната мисловна дейност не може да се постигне съзнателно усвояване на знанията.

## Литература:

- [1.] Zdravka Paskaleva, Maya Alashka, Raina Alashka. 2016. Mathematics 5th grade, Archimedes Publishing House. (Математика 5. Клас, Здравка Паскалева, Мая Алашка, Райна Алашка. Издателство Архимед 2016г.)
- [2.] Zdravka Paskaleva, Maya Alashka, Raina Alashka. 2017. Mathematics 5th grade, Archimedes Publishing House. (Математика 6. Клас, Здравка Паскалева, Мая Алашка, Райна Алашка. Издателство Архимед 2017г.)
- [3.] Georgi Paskalev, Zdravka Paskaleva, 2001. Mathematics for 11th grade, Archimedes Publishing House. (Методика на обучението по математика, Петко Иванов, издателство. Издателство наука и изкуство – София 1965 година)
- [4.] Petko Ivanov, 1965. Methodology of teaching mathematics, publishing house. Science and Art Publishing House – Sofia. (Методика на обучението по математика, Петко Иванов, издателство. Издателство наука и изкуство – София 1965 година)