

ИЗСЛЕДВАНИЯ С ШЕСТОЪГЪЛНИЦИ С ПЕРПЕНДИКУЛЯРНИ СЪСЕДНИ СТРАНИ ВЪВ ВИРТУАЛНИ УЧЕБНИ СРЕДИ

ст.н.с. д-р Тони Чехларова

Институт по математика и информатика при БАН,
Пловдивски университет „Паисий Хилендарски“
tchehlarova@mail.bg

Абстракт: Представен е вариант на методика за организиране на изследвания в 6 клас с шестоъгълник с перпендикулярни съседни страни, чиито дължини са цели числа. Описани са виртуални учебни среди, подходящи за реализиране на целите. Предложени са идеи за усъвършенстването им.

Ключови думи: изследване, компютърна среда

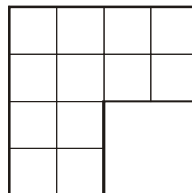
Разкриването на възможности за целесъобразно използване на нови технологии е постоянна задача на методиката на обучението. Известни са различни по характер компютърни учебни среди за обучението по математика. Когато задачи се задават в такава среда, учениците я използват и за решаването им, както и за описание на отговора. Когато задачите се задават чрез хартиен носител, компютърът е удобно да се използва като средство за изследване. За целта учителите трябва системно да се информират за наличните или усъвършенствани компютърни учебни среди и запознават учениците с тях. Идеята е да познават достатъчно такива и правят избор за оптимално справяне с проблем.

Представяме вариант на методика за организиране на изследвания с шестоъгълник с перпендикулярни съседни страни, чиито дължини са целочислени. Подходящо е за реализиране в избираема подготовка по математика в 6. клас. Ще отбележим, че в задължителното обучение до 6. клас не се изучават вдлъбнати фигури, но още в началното училище в избираема подготовка учениците се докосват до тях, а квадратната мрежа е основно средство при усвояване на геометричните знания до 6. клас.

1. Поставяме условие за извършване на посочваните действия, **без нарушаване на единично квадратче.**

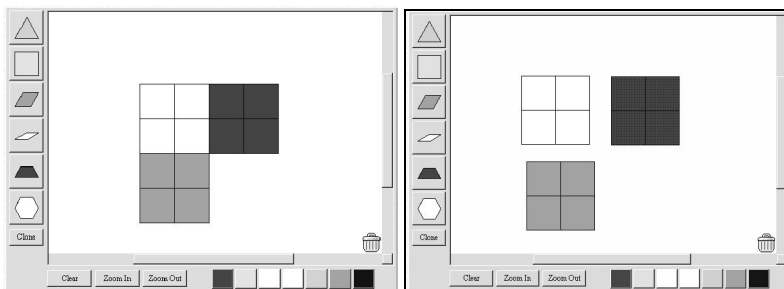
Задача 1.1. Разделете фигурата на:

- а) три еднакви части;
- б) четири еднакви части.



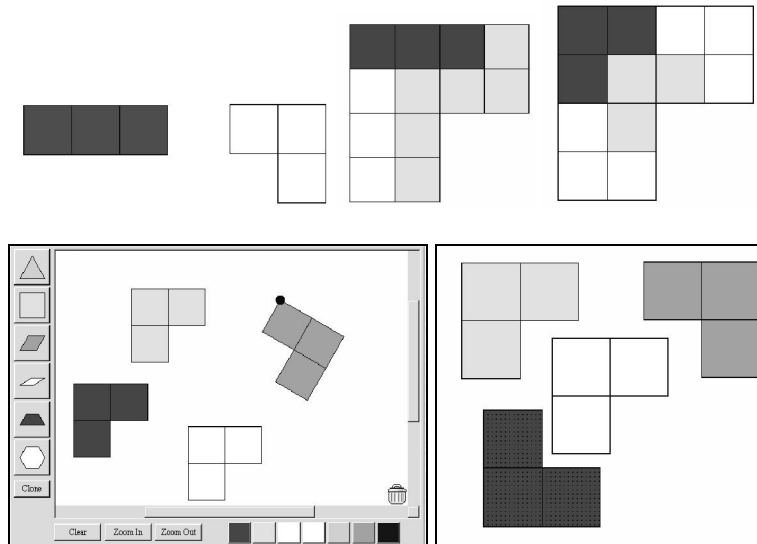
Това е класическа задача от занимателната математика. Една от целите на обучението е развитие на пространствената интелигентност [1]. Затова учениците първо в умствен план извършат част от действията, а при неуспех или за самопроверка се насочват към програма <http://nlvm.usu.edu/> [2]. В тази учебна среда те имат възможност да построят единични квадратчета и фигури с тях, да променят цвета на квадратчетата, да завъртат и преместват получените фигури, да ги групират и „клонират“.

Действеният подход в обучението е доказал своите предимства, възможността за използване на виртуален конструктор позволява за кратко време да се извършват прецизни манипулации и достигне до резултат. Така за кратко време учениците получават натрупвания от различни фигури и връзки между тях.



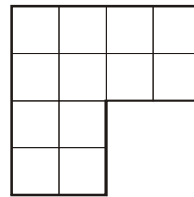
Обясненията на учителя трябва да са синтез от различни подходи за решаване на задачата. Цел е не само развитие на пространствената интелигентност, а осигуряване на възможност за синхронизиране с другите интелигентности, например с математическата. В случая се изисква разделяне на 3 (съответно 4) еднакви части. Следователно всяка част ще съдържа равен брой единични квадратчета: $12 : 3 = 4$ (съответно $12 : 4 = 3$). Тези разсъждения позволяват да се намали броят на проверките. Фигурите от 3

единични квадратчета са два вида. С непосредствена проверка се установява, че с фигури от единия вид не може да се конструира дадената фигура.

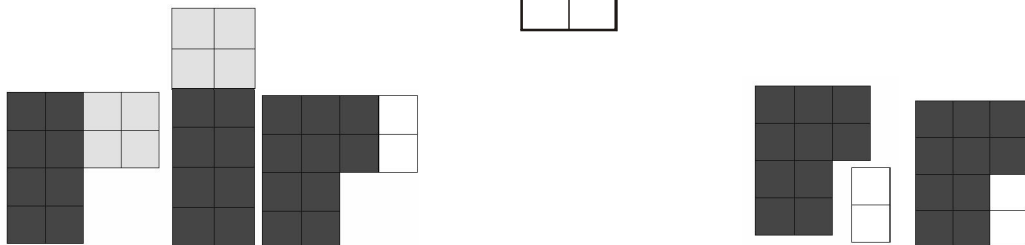


Задача 1.2. Разрежете фигурата на две части, от които може да се построи правоъгълник.

Посочения горе софтуер за експеримент и за оценено от учениците – всички го използваха за описание на отговора.



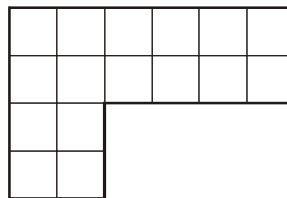
представяне на резултат бе решаване на задачата и за



Естествено бе преминаването към други шестоъгълници с перпендикулярни съседни страни, например:

Задача 1.3. Разделете фигурата на:

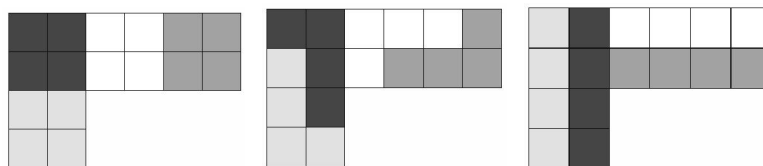
- а) две еднакви части;
- б) четири еднакви части;
- в) две части, от които да се получи



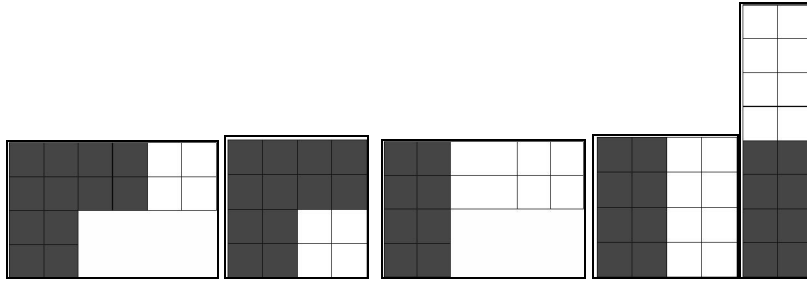
правоъгълник.

При работа със софтуера се забелязва, че решение не се тръгва от изходната фигура, а решение, от което се преминава към друго използваха като идея аналогия и симетрия.

в търсене на следващо от получено вече разделяне. Учениците



Трудността при решаване на задачата е свързана с изчерпване на решенията.

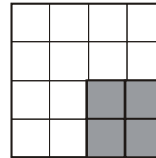


Задача 1.4 Ето представяне на шестоъгълник с перпендикулярни съседни страни $4^2 - 2^2$ като разлика на два квадрата. Като използвате това представяне, постройте шестоъгълник с перпендикулярни страни:

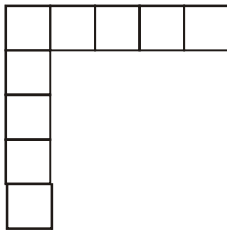
- а) $3^2 - 1^2$; б) $5^2 - 2^2$; в) $5^2 - 3^2$; г) $8^2 - 7^2$.

Намерете обиколката и лицето на всеки от тези

При построяване на първата фигура всички ученици 3×3 , от който отстраниха едно „ъглово“ единично учениците решиха в тази последователност и б), но съкратиха пътя. В умствен план си представиха фигурата и построиха направо шестоъгълника.



шестоъгълници. започнаха с квадрат квадратче. 40% от останалите 60%



Преобладаващата част от тях започнаха с „двете страни“ с дължина 5, а после „запълваха“ до получаване на търсената фигура.

Някои ученици съобразиха, че лицето може да се намери и без да се построява съответния шестоъгълник - достатъчно е да се намери стойността на дадения израз. Бързо се увериха, че и обиколката може да се намери само със съображения. Така по естествен начин се стигна до идеята за проекциите.

Задача 1.5 Представете шестоъгълник с перпендикулярни страни $5^2 + 2^2$.

Без да е дефиниран шестоъгълник с перпендикулярни страни $a^2 + b^2$, всички ученици се справиха, по аналогия на предходното представяне, (както и на връзката между събиране и обединение).

Следваха обобщения и достигане до шестоъгълник с перпендикулярни страни $ab - cd$ при съответните ограничения за размерите, както и самостоятелно съставяне на задачи.

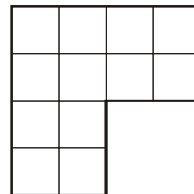
Следващата стъпка бе смяна на аксиоматиката:

II. За извършване на посочваните действия може да се нарушава цялостта на единично квадратче. Това доведе до необходимостта от друг софтуер.

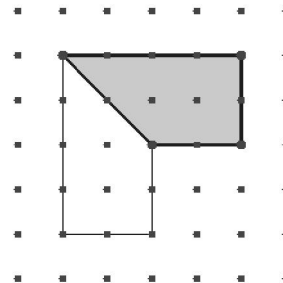
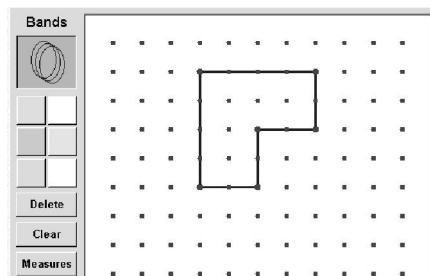
Задача 2.1. Разделете фигурата на две еднакви

Ето някои възможности за използване на известен фигурата и изследването ѝ при новите условия.

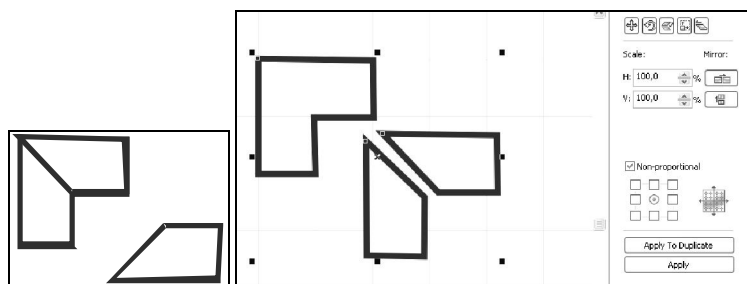
В Geoboard [2] има възможност за построяване на възли на квадратна мрежа и оцветяване на възможност за отделяне на част от фигурата, но подпомагат досещането.



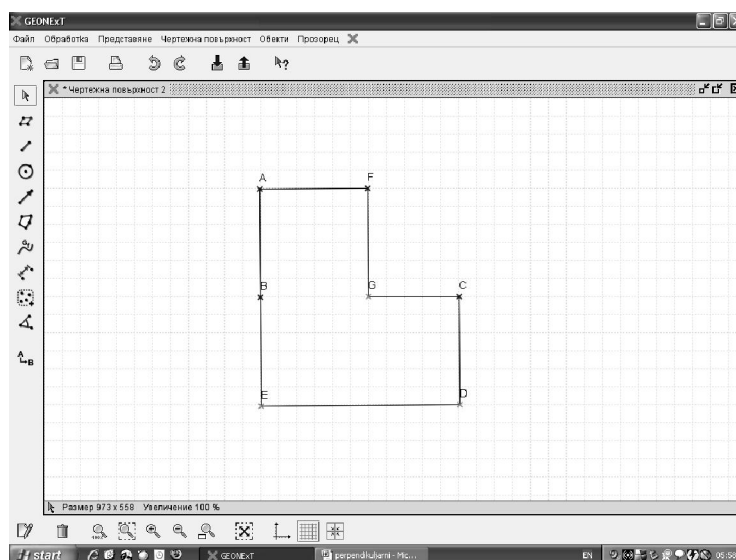
части. софтуер за конструиране на многоъгълник с върхове във построената фигура. Няма възлите във вътрешността



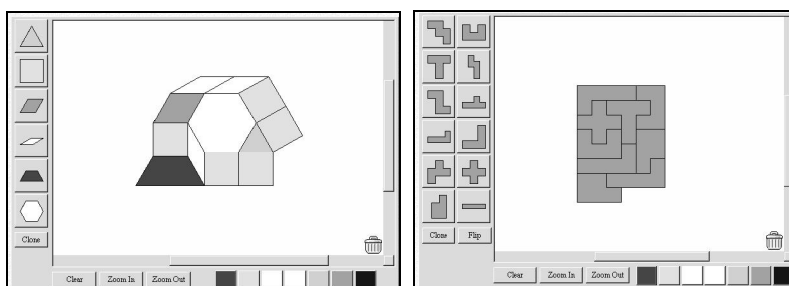
В Corel draw [3] има възможност за построяване върху фигурата на части от нея до покриването ѝ, а след това за манипулиране с тези части, включително за построяване на огледален образ. Има възможност за изобразяване на квадратна мрежа.



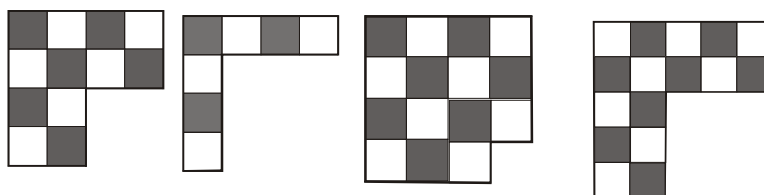
Съществено предимство на *Geonext* [4] е възможността за създаване на динамични конструкции, позволяващи бързо преминаване от един конкретен шестоъгълник към друг. Има възможност за изобразяване на квадратната мрежа. Необходими са предварителни познания за работа с програмата, затова за ученици от 6. клас е подходящо учителят да е създал модел, с който учениците да работят.



Не открихме обаче програма с възможност за извършване на разязаване на фигура на части, с които след това да се оперира. Една възможност за съставяне на задачи от такъв характер е да се използват виртуални конструктори, включително полиомина, с които да се конструира фигура и търси възможно прекомпозиране. Това не дава обаче универсална възможност за разрязване и манипулиране с получените части, от каквато има нужда.



Занятието продължи с шахматно оцветяване на шестоъгълници с перпендикулярни съседни страни и целочислени дължини. Задачите са свързани с делимост и в частност с използване на четността като основна идея.



За самостоятелна работа бе поставена задача за съставяне на задачи с шестоъгълник, осмоъгълник и дванадесетоъгълник с перпендикулярни съседни страни.

Такава организация съдейства за:

- усвояване на елементи от изследователския процес;
- запознаване с учебни среди;
- насочване на учениците към изучаване на структурата на обектите, модулите, на които може да се раздели;
- достигане до идеята за използване на квадратна мрежа като допълнително построение;
- осмисляне на връзката между геометрично и алгебрично знание;
- използване на разнообразни средства за представяне на обекти;
- мотивиране за извършване на математически дейности.

Ще отбележим, че за решаване на тези задачи виртуалните конструкции са в по-голямата част заместител на материални модели, които могат да се изработят. Различна е ситуацията с оперирането с тела с перпендикулярни съседни стени, което е предмет на друго изследване. В много случаи експериментите с такива тела не могат да се реализират със съществуващите материални конструктори, което прави създадените виртуални конструктори уникални.

Задача на учителите е да се информират за съществуващите учебни виртуални среди, да ги посочват на учениците си. При системна работа у учениците се формират умения за избор от наличните среди на тази, с която ще реализират оптимално целта си.

Литература

[1] Gardner, H. *Frames of Mind*, New York: Basic Books, 1993.

[2] <http://nlvm.usu.edu/>

[3] Corel draw

[4] <http://geonext.uni-bayreuth.de/>