

КОМПЮТЪРНА МАТЕМАТИКА ЗА МОТИВИРАНИ СТУДЕНТИ

Стефка Караколева, Иван Георгиев

*Русенски университет „Ангел Кънчев“
Катедра „Приложна математика и статистика“
skarakoleva@uni-ruse.bg, irgeorgiev@uni-ruse.bg*

Резюме: Статията представя нова методика за обучение на мотивирани студенти по дисциплината „Учебно-изследователска работа по „Компютърна математика“, включена като факултативна в учебните планове на инженерни специалности от област на висше образование 02.Технически науки. Поставен е акцент върху ролята на системите за математически изчисления и визуализация при обучението по математика. Разгледаните примери показват приложението на математиката в инженерната наука и практика и използването на MATLAB и MuPAD за решаването им.

Ключови думи: *education, Computer mathematics, MATLAB, MuPAD*

1. Въведение

В условията на бурно развитие на информационните технологии, традиционното обучение по математика отстъпва място на компютърно съпроводжданото обучение с изучаване на системи за компютърни изчисления и визуализация (Computer Algebra Systems). Използването на CAS в часовете по математика засилва интереса на мотивираните студенти – инженерен профил към математиката и приложението ѝ в инженерната практика.

Нуждата от по-задълбочено изучаване на компютърна математика от студентите с по-висок потенциал и определени научни интереси, води по естествен начин до създаването на учебна програма, специално насочена към мотивираните студенти, в която да се изучават раздели от математиката, които не са включени в учебните курсове за степен „бакалавър“.

Крайната цел от този курс е да бъдат подготвени най-добрите студенти за участие в Националната студентска олимпиада по Компютърна математика „Акад. Стефан Додунеков“, участие в студентски научни конференции, научни сесии и др.

2. Обучението по математика и системи за компютърни изчисления

2.1. Основи на математиката и MATLAB

Студентите в инженерните специалности в Русенски университет, в зависимост от професионалното си направление, изучават през първите две

години Висша математика 1, 2 и 3 част или Математика и Приложна математика. В дисциплините Висша математика – 3 част и Приложна математика се изучават основите на системата MATLAB, като се решават Системи линейни алгебрични уравнения, Нелинейни системи уравнения, Метод на най-малките квадрати, Определени интеграли и приложение, Двойни и тройни интеграли, Диференциални уравнения, Несобствени интеграли и др. След завършване курса на обучение по Висша математика – 3 част и Приложна математика, студентите умеят да работят в средата на системата MATLAB и да решават няколко класа задачи [1].

2.2. Обучение на мотивирани студенти – инженерен профил

Дисциплината „Учебно-изследователска работа по „Компютърна математика“ има за цел задълбочаване знанията на мотивираните студенти за възможностите на съвременна система за компютърни математически изчисления и визуализация, както и изграждане на умения за самостоятелно моделиране и решаване на приложни математически задачи в инженерните науки. Използването на системата за математически изчисления MATLAB и нейния символен пакет MuPAD осигурява бързина, нагледност и практическа насоченост на курса. Дисциплината се изучава факултативно в четвърти семестър от студенти степен „бакалавър“ в следните специалности:

Факултет „Аграрно-индустриален“:

- Земеделска техника и технологии
- Мениджмънт и сервиз на техниката
- Климатизация, хидравлика и газификация

Факултет „Машинно-технологичен“:

- Машинно инженерство
- Механотехника и мехатроника, Мехатронни системи
- Мениджмънт на качеството и метрология
- Материалознание и технологии, Технология на материалите и материалознание
- Индустриално инженерство

Факултет „Електротехника, електроника и автоматика“:

- Електроенергетика и електрообзавеждане
- Компютърно управление и автоматизация, Автоматика и мехатроника
- Електроника
- Компютърни системи и технологии
- Телекомуникационни системи
- Информационни и комуникационни технологии
- Електроинженерство

Факултет „Транспортен“:

- Транспортна техника и технологии
- Експлоатация на флота и пристанищата
- Технология и управление на транспорта

Дисциплината е съобразена с изискванията за провеждане на научно-изследователска работа с мотивирани студенти в Русенски университет.

В учебно-изследователската работа могат да участват студенти, които са положили всички изпити от предшестващите години на следването си и имат успех най-малко 4,00. Студентите, които отговарят на изискванията и желаят да участват в учебно-изследователската работа, заявяват своето желание в съответната факултетна канцелария по съответния ред. Успешно приключилата семестриална учебно-изследователска работа се вписва като отделна факултативна дисциплина в дипломата на студента с 1 образователен кредит.

2.3. Технология на обучението

Теоретичната част на учебния материал се изучава самостоятелно от препоръчани учебни помагала [2,3,4-7,8,9]. Получените знания се прилагат по време на практическите упражнения (общо 30 часа) в компютърна зала с Интернет и MATLAB 2010 (или по-висока версия).

Теоретичният материал е разпределен в следните петнадесет теми:

Таблица 1. Теми за самоподготовка

1	Комплексни числа. Действия с комплексни числа. Пресмятане на изрази в множеството на реалните и комплексните числа. Дефиниционна област на функция.
2	Полиноми. Нормален вид на полином. Разлагане на множители в множеството на комплексните числа. Схема на Хорнер. Деление на полиноми. Най-голям общ делител и най-малко общо кратно на полиноми.
3	Решаване на уравнения и неравенства. Разлагане на дробно-рационална функция като сума от елементарни дроби. Числови редици. Граница на редица. Рекурентни зависимости. Сравнения. Модулна аритметика.
4	Матрици и детерминанти. Действия с матрици. Ранк на матрица. Обратна матрица. Матрични уравнения.
5	Системи линейни алгебрични уравнения. Теорема на Кронекер-Капелли. Методи за решаване на нехомогенни и хомогенни системи линейни алгебрични уравнения.

6	Собствени стойности и собствени вектори на матрица. Жорданова нормална форма.
7	Елементи на аналитична геометрия. Вектори. Действия с вектори. Скаларно, векторно, смесено и двойно векторно произведение на вектори. Приложение на векторното смятане.
8	Видове уравнения на права и равнина. Криви и повърхнини от втора степен. Класификация. Взаимни положения на геометрични обекти в двумерното и тримерното пространство. Визуализация.
9	Граници и производни на функция. Най-голяма и най-малка стойност на функция. Неопределен и определен интеграл. Приложение на определен интеграл. Несобствен интеграл. Интеграл, зависещ от параметър.
10	Редове. Числови, степенни и функционални редове. Критерии за сходимост. Сума на степенен ред. Развиване на функция в ред на Тейлър.
11	Функция на няколко променливи. Екстремум на ограничена и неограничена функция. Особени точки-видове. Визуализация.
12	Двоен и троен интеграл. Криволинейни и повърхнинни интеграли от първи и втори род. Приложение.
13	Диференциални уравнения. Системи диференциални уравнения. Аналитично и числено решаване. Визуализация на решенията.
14	Интерполация на функция, зададена таблично. Оценка на грешката. Метод на Лагранж и метод на Нютон. Апроксимация на функция. Метод на най-малките квадрати.
15	Ред на Фурие. Развиване на функции в ред на Фурие. Преобразуване на Лаплас. Приложение.

След като студентите са се подготвили по темите за самоподготовка, на практическите упражнения се решават задачи с приложен характер в средата на системата за математически изчисления MATLAB, в частност MuPAD.

В края на семестъра всеки студент получава индивидуално задание за студентска разработка, съдържащо нетривиална математическа задача с приложно значение, която трябва да се реши с MATLAB. Тази разработка се оформя на хартиен и електронен носител и се представя на колоквиум по дисциплината като отчет. Оценка по дисциплината се определя от представената студентска разработка (отчет). В зависимост от пълнотата, качеството и научното ниво на получените резултати, отчетът се оформя като доклад за студентска научна сесия или научна публикация. Студентите с отлични резултати участват в отбора на Русенски университет в Националната студентска олимпиада по „Компютърна математика“.

3. Моделиране и решаване на задачи с приложение в инженерната практика

Пример 1. Фирма „Агробизнес-21 век“ с предмет на дейност преработка на семена за сеитба планира своето производство за сезона. Фирмата е поела ангажимент да обработи четири вида семена – пшеница, царевица, слънчоглед и ечемик. За обработката на всеки вид от тези семена са необходими три вида препарати П1, П2 и П3. Разходните норми за количествата на препаратите, използвани за обработка на единица семена от всеки вид, в условни единици, са дадени в Табл. 1.

Таблица 2. Данни за Пример 1.

	Пшеница	Царевица	Слънчоглед	Ечемик
П1	1	3	3	4
П2	1	4	3	5
П3	1	3	4	4

За следващия сезон фирмата разполага с наличности от П1, П2 и П3 съответно 70, 75 и 80. Да се намери какви количества семена могат да се обработят с наличните количества препарати, при пълното им изразходване.

Нека количествата от съответните семена са неотрицателни реални числа x_1, x_2, x_3, x_4 (Табл.3).

Таблица 3. Модел за Пример 1.

	Пшеница	Царевица	Слънчоглед	Ечемик	Наличности
П1	1	3	3	4	70
П2	1	4	3	5	75
П3	1	3	4	4	80
Количества	x_1	x_2	x_3	x_4	

Тогава количествата от различните видове семена се определя от системата линейни алгебрични уравнения:

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 70, \\ x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 5x_4 = 75, \\ x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 4x_4 = 80. \end{cases}$$

За решаване на горната неопределена система с MATLAB [1,4-6,13,14] се използва командата

```
>> [x1, x2, x3, x4]=solve('x1+3*x2+3*x3+4*x4=70',...
'x1+4*x2+3*x3+5*x4=75','x1+3*x2+4*x3+4*x4=80','x1','x2','x3','x4')
```

В резултат от изпълнение на командата се получава решение

$$(x_1, x_2, x_3, x_4) = (25 - z, 5 - z, 10, z),$$

където z е параметър. От ограниченията за неизвестните x_1, x_2, x_3, x_4 , параметърът z е ограничен в затворения интервал $[0, 5]$.

След анализ на получените резултати, се установява, че количеството на слънчогледа е фиксирано, докато количествата на останалите семена са различни при различни стойности на параметъра z . Логично е да се анализира кое точно решение да бъде избрано.

От практическа гледна точка е удачно да се търси оптимално решение на задачата в зависимост от допълнително наложени изисквания за променливите. Например, при въвеждане на цени за единица от съответните семена, се получава оптимизационна задача спрямо параметъра z .

Пример 2. Разлагане на изрази като сбор от елементарни дроби.

Често при решаване задачи от инженерната практика се налага да се разлагат дробно-рационални изрази като сбор от елементарни дроби. Тази задача възниква например при решаване на обикновени диференциални уравнения, в операционното смятане, при аналитично интегриране и др.

За решаване на задачата се използва командата `partfrac` от символния пакет `MuPAD`, [7, 10].

Нека е дадена функцията

$$\frac{x^2}{(x^2 - 1)(x^2 - 5x + 6)}$$

В `MuPAD` се въвеждат командите:

```
y:=x^2/((x^2-1)*(x^2-5*x+6))
partfrac(y)
```

В резултат се получава следното разлагане на функцията:

$$\frac{1}{4(x-1)} - \frac{1}{24(x+1)} - \frac{4}{3(x-2)} + \frac{9}{8(x-3)}$$

Пример 3. Най-голям общ делител на числа и полиноми

В компютърните науки често се налага да се проверява дали две числа са взаимно прости (например при конструиране на генератори за псевдо-случайни числа). За целта се използва `MATLAB` – командата `gcd` (Greatest common divisor) [4-6, 14]. Например:

```
>> gcd(1234567,7654321)
ans = 1
```

Тъй като най-големият общ делител на двете числа е единица, то те са взаимно прости.

Същата команда в MuPAD се прилага както за числа, така и за полиноми:

Например, търси се най-голям общ делител на полиномите:

$$x^4 + 2x^3 - 12x^2 + 14x - 5,$$

$$3x^5 + 19x^4 - 22x^3 - 150x^2 + 275x - 125.$$

Намира се най-големия общ делител:

```
gcd(x^4+2*x^3-12*x^2+14*x-5,3*x^5+19*x^4-22*x^3-150*x^2+275*x-125)
```

Получава се полином $x^3 + 3x^2 - 9x + 5$, който се разлага на множители с `factor(%)`

Получава се полинома $(x + 5)(x - 1)^2$, който е най-голям делител на дадените полиноми.

Заклучение

Математическата култура на новото поколение на XXI век в условията на бурно развитие на информационните технологии е немислимо без компютърните системи за математически изчисления и визуализация. Чрез използването им в обучението по математика

- се засилва интереса към математиката и се аргументира ползата от нея;
- се изгражда алгоритмичен и аналитичен начин на мислене, необходим при моделиране и решаване на задачи от практиката;
- се провокира състезателния елемент и екипната работа в часовете и извън тях;
- се удовлетворяват нарасналите образователни изисквания на учащите.

Обучението по дисциплината “Учебно-изследователска работа по Компютърна математика” за мотивирани студенти спомага за изграждане на умения за самостоятелно решаване на разнообразни математически задачи, провокира творческото мислене и научния подход.

Намеренията на авторите на учебната програма са да разработят сродни програми по Компютърна математика с приложен характер и за студенти от други специалности - Математика и информатика, Компютърни науки, Маркетинг, Стопанско управление и други.

Обучението по програмата стартира през май 2013 г. Предвидено е да се извърши серия педагогически експерименти за изследване ефективността от използването на системата MATLAB в обучението по математика за мотивирани студенти.

Литература

1. Велева, Е., Караколева, С. Числени методи и статистика – теория и практика с MATLAB, РУ, Русе, 2011.
2. Дьяконов, В.П. Компютърна математика – теория и практика, Нолидж, Москва, 2001.
3. Марков, К. Математическо моделиране, Университетско издателство „Св. Климент Охридски“, София, 2002, ISBN: 954-07-1694-2.
4. Тончев, Й.Й. Приложение на MATLAB в инженерните изследвания, Част 1, РУ, Русе, 2010.
5. Тончев, Й.Й. Приложение на MATLAB в инженерните изследвания, Част 2, РУ, Русе, 2010.
6. Тончев, Й.Й. Приложение на MATLAB в инженерните изследвания, Част 3, РУ, Русе, 2010.
7. Тончев, Й.Й. MuPAD. Новият символен мотор на MATLAB, Техника, София, 2011.
8. James, G. Modern Engineering Mathematics, Addison Wesley, 1993.
9. Kreyszig, E. Advanced Engineering Mathematics. 10th Ed., Wiley, 2011.
10. Majewski, M. Getting started with MuPAD, Springer, Berlin, 2005.
11. Берман, Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа, Наука, Москва, 1964
12. Берман, Г.Н. Решебник к сборнику задач по курсу математического анализа. Лань, СПб, 2008,
13. Гандер, В., И. Гржебичек, Решение задач в научных вычислениях с применением Maple и MATLAB, Вассмедиа, Минск, 2005.
14. Фирмена PDF документация на MATLAB, <http://www.mathworks.com/help/>.

COMPUTER MATHEMATICS FOR MOTIVATED STUDENTS

Stefka Karakoleva, Ivan Georgiev

Abstract: *The paper presents a new educational program for motivated students „Academic research in Computer mathematics“ which is optional for the students from an area of higher education 02.Tehncial sciences. The program focuses on the practical use of mathematics in all fields of engineering science and practice. All of the examples show the application of mathematics in engineering science and practice and using MATLAB and MuPAD to solve them.*