БЪЛГАРСКА АКАДЕМИЯ НА НАУКИТЕ   ACADÉMIE BULGARE DES SCIENCES
ИЗВЕСТИЯ НА МАТЕМАТИЧЕСКИЯ ИНСТИТУТ
BULLETIN DE L'INSTITUT DE MATHÉMATIQUES
Том (Tome) XIV

БЕСКОНЕЧНО МАЛЫЕ ИЗГИБАНИЯ ЦИЛИНДРОВ ПРИ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ВТУЛОЧНЫХ СВЯЗЯХ

В. И. Михайловский, С. Т. Хинева

Поверхность нулевой Гауссовой кривизны, которая гомеоморфна цилиндрическому поясу, будем называть цилиндроидом.

Пусть Φ цилиндроид, ограниченный двумя плоскими кривыми l_1 и l_2, которые расположены в параллельных плоскостях. Предположим, что в отверстия цилиндроида вставлены цилиндрические втулки, ограниченные цилиндрическими поверхностями Σ_1 и Σ_2, направляющими которых являются кривые l_1 и l_2, соответственно, а прямолинейные образующие перпендикулярны плоскостям этих кривых. В предлагаемой работе исследованы бесконечно малые изгибания цилиндроидов Φ, в процессе которых все точки кривых l_1 и l_2 могут перемещаться только по поверхностям втулок Σ_1 и Σ_2, соответственно. Попутно рассматриваются и бесконечно малые изгибания односвязных кусков развертывающихся поверхностей, ограниченных двумя прямолинейными образующими и двумя плоскими кривыми l_1 и l_2, расположенными в параллельных плоскостях, при условии, что в процессе деформации точки кривых l_1 и l_2 могут перемещаться только по цилиндрическим поверхностям, направляющими которых суть, соответственно, эти кривые, а прямолинейные образующие перпендикулярны к плоскостям этих кривых. Полученные результаты можно сформулировать в виде теорем 1, 2.

Теорема 1. Развертывающаяся поверхность $\mathbf{F}$, не содержащая в себе плоских областей, ограниченная двумя прямолинейными образующими и двумя плоскими кривыми l_1 и l_2, расположенными в параллельных плоскостях, закрепленная в точке в месте с касательной плоскостью жестка по отношению к бесконечно малым изгибаниям, в процессе которых все точки кривых l_1 и l_2 перемещаются по цилиндрическим поверхностям, направляющими которых являются соответственно кривые l_1 и l_2, а прямолинейные образующие перпендикулярны к плоскостям этих кривых.

Доказательство. Пусть

$$(1)\qquad \mathbf{x}_1 = \mathbf{x}_1(s), \quad 0 \leqq s \leqq S$$

естественная параметризация кривой l_1, а $\mathbf{t}_1(s)$, $\mathbf{n}_1(s)$, $\mathbf{b}_1(s)$ единичные векторы ее трехгранника Френе.

Обозначим через $\mathbf{a}(s)$ вектор, который идет из точки, радиус-вектор которой $\mathbf{x}_1(s)$, по образующей поверхности и имеет конец на кривой l_2.

Тогда радиус-вектор произвольной точки кривой l_2 можно представить в виде

$$\mathbf{x}_2(s)=\mathbf{x}_1(s)+\mathbf{a}(s),\ 0\leq s\leq S, \tag{2}$$

а радиус-вектор произвольной точки поверхности $\mathbf{F}$ в виде

$$\mathbf{x}(s, v)=\mathbf{x}_1(s)+v\mathbf{a}(s),\ 0\leq s\leq S,\ 0\leq v\leq 1. \tag{3}$$

Будем предполагать, что вектор функции $\mathbf{x}_1(s)$, $\mathbf{a}(s)$ непрерывные и имеют производные до третьего порядка, включительно при всех значениях $s\in[0, S]$.

Поскольку рассматриваемая поверхность $\mathbf{F}$ развертывающаяся и плоскости кривых l_1 и l_2 параллельны, то векторы $\mathbf{x}_1'(s)$ и $\mathbf{x}_2'(s)$ параллельны, а, следовательно,

$$\mathbf{a}'=\lambda(s)\mathbf{x}_1'(s)=\lambda(s)\mathbf{t}_1(s), \tag{4}$$

при этом, если $\mathbf{F}$ цилиндрическая поверхность, то $\mathbf{a}(s)=\text{const}$ и $\lambda(s)=0$. Заметим также, что в соответствующих точках кривых l_1 и l_2 соответствующие векторы трехгранников Френе параллельны.

Пусть поверхность $\mathbf{F}$

$$\mathbf{x}(s, v)=\mathbf{x}_1(s)+v\mathbf{a}(s),\ 0\leq s\leq S,\ 0\leq v\leq 1,$$

в результате бесконечно малого изгибания переходит в поверхность $\mathbf{F}_\varepsilon$:

$$\mathbf{x}(s, v, \varepsilon)=\mathbf{x}(s, v)+\varepsilon\mathbf{z}(s, v),\ 0\leq\varepsilon\leq 1. \tag{5}$$

Изгибающее поле $\mathbf{z}(s, v)$ поверхности $\mathbf{F}$ определяется формулой [1]

$$\mathbf{z}(s, v)=\int\limits_{(l)}[\mathbf{y}, d\mathbf{x}]+\mathbf{D}, \tag{6}$$

где $\mathbf{D}$ — произвольный постоянный вектор, а $\mathbf{y}(s, v)$ — поле вращения бесконечно малого изгибания поверхности $\mathbf{F}$, которое определяется из системы дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned}\frac{\partial\mathbf{y}}{\partial s}&=\alpha(s, v)\frac{\partial\mathbf{x}}{\partial s}-\beta(s, v)\frac{\partial\mathbf{x}}{\partial v},\\ \frac{\partial\mathbf{y}}{\partial v}&=\gamma(s, v)\frac{\partial\mathbf{x}}{\partial s}-\alpha(s, v)\frac{\partial\mathbf{x}}{\partial v}\end{aligned} \tag{7}$$

Скалярные функции $\alpha(s, v)$, $\beta(s, v)$, $\gamma(s, v)$ удовлетворяют систему уравнений

$$\begin{aligned}&L\gamma-2M\alpha+N\beta=0,\\ &\frac{\partial\alpha}{\partial v}-\frac{\partial\gamma}{\partial s}=\Gamma_{11}^{1}\gamma-2\Gamma_{12}^{1}\alpha+\Gamma_{22}^{1}\beta,\\ &\frac{\partial\alpha}{\partial s}-\frac{\partial\beta}{\partial v}=\Gamma_{11}^{2}\gamma-2\Gamma_{12}^{2}\alpha+\Gamma_{22}^{2}\beta,\end{aligned} \tag{8}$$

где $\Gamma_{ij}^{k}(i, j, k=1, 2)$ и L, M, N — соответственно символы Кристофелля и коэффициенты второй квадратичной формы поверхности $\mathbf{F}$.

Для рассматриваемого случая система (8) имеет вид

$$
(9) \qquad
\begin{aligned}
&\frac{\partial\alpha}{\partial v}=-\frac{2\lambda}{1+v\lambda}\alpha,\\
&\frac{\partial\alpha}{\partial s}-\frac{\partial\beta}{\partial v}=0,\\
&\gamma=0.
\end{aligned}
$$

Предположим, что поверхность $\mathbf{F}$ не содержит в себе цилиндрических областей, тогда $\lambda(s)\neq0$ и общее решение системы (9) можно представить в виде

$$
(10) \qquad
\begin{aligned}
&\alpha(s,v)=\frac{C(s)}{(1+v\lambda)^2},\\
&\beta(s,v)=-\frac{\partial}{\partial s}\left[\frac{C(s)}{\lambda(1+v\lambda)}\right]+A(s),\\
&\gamma(s,v)=0.
\end{aligned}
$$

Подставим найденные выражения (10) в (7).

Решая полученную систему дифференциальных уравнений, находим поле вращения поверхности $\mathbf{F}$:

$$
(11) \qquad \mathbf{y}(s,v)=\frac{C(s)}{(1+\lambda v)\lambda}\mathbf{a}(s)+\int_{s_0}^{s}A(\sigma)\mathbf{a}(\sigma)d\sigma+\mathbf{B},
$$

где $\mathbf{B}$ — произвольный постоянный вектор.

Из формулы (6), принимая во внимание выражение (11), находим изгибающее поле поверхности $\mathbf{F}$, свободной от внешних связей

$$
(12) \qquad \mathbf{z}(s,v)=\int_{(l)}\left[\frac{C(s)}{(1+\lambda v)\lambda}\mathbf{a}(s)+\int_{0}^{s}A(\sigma)\cdot\mathbf{a}(\sigma)d\sigma,\ d\mathbf{x}\right]+[\mathbf{B},\mathbf{x}]+\mathbf{D}.
$$

Считая, что $[\mathbf{B},\mathbf{x}]+\mathbf{D}=0$, имеем

$$
(13) \qquad \mathbf{z}(s,v)=\int_{(l)}\left[\frac{C(s)}{(1+\lambda v)\lambda}\mathbf{a}(s)+\int_{0}^{s}A(\sigma)\mathbf{a}(\sigma)d\sigma,\ d(\mathbf{x}_1(s)+v\mathbf{a}(s))\right].
$$

Для того, чтобы поле $\mathbf{z}(s,v)$ было изгибающим полем поверхности $\mathbf{F}$, на которую вдоль линий l_1 и l_2 наложены связи, определяемые цилиндрическими поверхностями Σ_1 и Σ_2, необходимо и достаточно, чтобы вдоль линий l_1 и l_2 поле $\mathbf{z}(s,v)$ удовлетворяло таким краевым условиям

$$
(14) \qquad \mathbf{z}(s,v),\mathbf{v}_i)|_{l_i}=0, \quad i=1,2,
$$

где $\mathbf{v}_i$ нормаль поверхности Σ_i вдоль кривой l_i.

Для рассматриваемого случая векор $\mathbf{v}_i$ колинеарен с вектором главной нормали кривой l_i.

Таким образом, учитывая равенства (14), для определения произвольных функций интегрирования $A(s)$ и $C(s)$ мы получаем систему уравнени

$$(15)\qquad \left(\int_0^s \frac{C(s)}{\lambda(s)}[\mathbf{a}(s), \mathbf{t}(s)]ds + \int_0^s \left[\int_0^s A(\sigma)\mathbf{a}(\sigma)d\sigma, \mathbf{t}(s)\right]ds, \mathbf{n}_1(s)\right) = 0,$$

$$(16)\qquad \left(\int_0^s \frac{C(s)}{\lambda(s)}[\mathbf{a}(s), \mathbf{t}(s)]ds + \int_0^s (1+\lambda(s))\left[\int_0^s A(\sigma)\,.\,\mathbf{a}(\sigma)d\sigma, \mathbf{t}(s)\right]ds, \mathbf{n}_1(s)\right) = 0,$$

которая должна выполняться при всех $s \in [0, S]$.

Так как $\lambda(s) \neq 0$ (случай цилиндрических поверхностей пока исключен из рассмотрения), то система (15), (16) равносильна системе

$$(17)\qquad \left(\int_0^s \frac{C(s)}{\lambda(s)}[\mathbf{a}(s), \mathbf{t}(s)]ds + \int_0^s \left[\int_0^s A(\sigma)\mathbf{a}(\sigma)d\sigma, \mathbf{t}(s)\right]ds, \mathbf{n}_1(s)\right) = 0,$$

$$(18)\qquad \left(\int_0^s \lambda(s)\left[\int_0^s A(\sigma)\mathbf{a}(\sigma)d\sigma, \mathbf{t}(s)\right]ds, \mathbf{n}_1(s)\right) = 0.$$

Продифференцировав последовательно два раза равенство (18) по s, и принимая при этом во внимание формулы Френе и равенство (18), получаем соответственно

$$(19)\qquad \left(\int_0^s A(\sigma)\,\mathbf{a}(\sigma)d\sigma, \mathbf{b}_1(s)\right) - \frac{k_1(s)}{\lambda s}(\mathbf{R}(s), \mathbf{t}_1(s)) = 0,$$

$$(20)\qquad A(s)(\mathbf{a}(s), \mathbf{b}_1(s)) - \left(\frac{k_1(s)}{\lambda(s)}\right)'(\mathbf{R}(s), \mathbf{t}_1(s)) = 0,$$

где $k_1(s)$ — кривизна, $\mathbf{b}_1(s) = \mathrm{const}$ (кривая l_1 плоская) единичный вектор бинормали кривой l_1, а через $\mathbf{R}_1(s)$ обозначено

$$\mathbf{R}_1(s) = \int_0^s \lambda(s)\left[\int_0^s A(\sigma)\mathbf{a}(\sigma)d\sigma, \mathbf{t}_1(s)\right]ds.$$

Если на некотором промежутке изменения s поверхность такова, что $k(s)/\lambda(s) = \mathrm{const}$, то из уравнения (20) следует, что на этом промежутке $A(s) \equiv 0$. Покажем, что $A(s) \equiv 0$ и тогда, когда $k(s)/\lambda(s) \neq \mathrm{const}$.

Разложим вектор $\mathbf{a}(s)$ по векторам $\mathbf{t}_1(s)$, $\mathbf{n}_1(s)$, $\mathbf{b}_1(s)$:

$$(21)\qquad \mathbf{a}(s) = \varphi(s)\mathbf{t}_1(s) + \psi(s)\mathbf{n}_1(s) + \eta(s)\mathbf{b}_1(s).$$

Учитывая, что $\mathbf{a}'(s) = \lambda(s)\mathbf{t}_1(s)$, из равенства (21) получаем:

$$(22_1)\qquad \varphi'(s) - k_1(s)\psi(s) = \lambda(s),$$

$$(22_2)\qquad k_1(s)\varphi(s) + \psi'(s) = 0,$$

$$(22_3)\qquad \eta(s) = \eta = \mathrm{const}.$$

Поскольку рассматриваемая поверхность не содержит в себе плоских областей, то $\eta \neq 0$.

Исключая из уравнений (19) и (20) выражение $(\mathbf{R}(s), \mathbf{t}_1(s))$ и учитывая при этом выражения (21) и (22), находим

$$\eta \frac{\frac{k_1(s)}{\lambda(s)}}{\left(\frac{k_1(s)}{\lambda(s)}\right)'} A(s) - \left(\int_0^s A(\sigma)\mathbf{a}(\sigma)d\sigma, \mathbf{b}_1\right) = 0. \tag{23}$$

Если продифференцировать последнее равенство по s и учесть при этом (21) и (22_3), то полученное выражение можно представить в виде

$$\frac{A'(s)}{A(s)} = \frac{\left(\frac{k_1(s)}{\lambda(s)}\right)''}{\left(\frac{k_1(s)}{\lambda(s)}\right)'}. \tag{24}$$

Решая полученное дифференциальное уравнение относительно функции $A(s)$, находим

$$A(s) = A_0 \left(\frac{k_1(s)}{\lambda(s)}\right)', \tag{25}$$

где A_0 произвольная постоянная, для определения которой воспользуемся равенством (18). Имеем

$$A_0 \left(\int_0^s \lambda(s)\left[\int_0^s \left(\frac{k_1(s)}{\lambda(s)}\right)' \mathbf{a}(\sigma)\, d\sigma,\ \mathbf{t}_1(s)\right] ds, \mathbf{n}_1(s)\right) = 0. \tag{26}$$

После некоторых преобразований равенству (26) можно придать следующий вид:

$$A_0(\mathbf{m}, \mathbf{a}(s), \mathbf{n}_1(s)) = 0, \tag{27}$$

где $\mathbf{m} = -\frac{k_1(0)}{\lambda(0)}\mathbf{a}(0) - \mathbf{n}_1(0) \neq 0$, так как $\mathbf{a}(0) \nparallel \mathbf{n}_1(0)$.

Из равенства (27) следует, что $A_0 = 0$. Следовательно,

$$A(s) \equiv 0. \tag{28}$$

Подставив найденное значение для $A(s)$ в уравнение (17), получим

$$\left(\int_0^s \frac{C(s)}{\lambda(s)}[\mathbf{a}(s), \mathbf{t}_1(s)]ds, \mathbf{n}_1(s)\right) = 0 \tag{29}$$

для всех $s \in [0, S]$.

Продифференцировав равенство (29) последовательно два раза по s и учитывая при этом выражения (21), (22_3), (29), соответственно, находим

$$C(s)\eta - k_1(s)\cdot\lambda(s)\left(\int_0^s \frac{C(s)}{\lambda(s)}[\mathbf{a}(s), \mathbf{t}_1(s)]ds, \mathbf{t}_1(s)\right) = 0, \tag{30}$$

$$(31)\qquad C'(s)\eta-(k_1(s).\lambda(s))'\left(\int\limits_0^s\frac{C(s)}{\lambda(s)}\,[\mathbf{a}(s),\mathbf{t}_1(s)]ds,\ \mathbf{t}_1(s)\right)=0.$$

Из уравнений (30), (31) получаем

$$(32)\qquad C(s)=C_0.k_1(s)\lambda.(s),$$

где C_0 произвольная постоянная, для определения которой воспользуемся уравнением (29). Имеем

$$(33)\qquad C_0\left(\int\limits_0^s k_1(s)[\mathbf{a}(s),\ \mathbf{t}_1(s)]ds,\ \mathbf{n}_1(s)\right)=0.$$

После простых преобразований последнее равенство можно привести к виду

$$(34)\qquad C_0(\mathbf{a}(0),\ \mathbf{n}_1(0),\ \mathbf{n}_1(s))=0,\quad s\in[0,\ S].$$

Поскольку выражение $(\mathbf{a}(0), \mathbf{n}_1(0), \mathbf{n}_1(s))$ не может обращаться в 0 на промежутке положительной меры, то из равенства (34) вытекает, что $C_0=0$. Тогда из равенства (32) следует, что

$$(35)\qquad C(s)\equiv 0.$$

Подставляя найденные значения для $A(s)$ и $C(s)$ из (28) и (35) у выражения (13), получаем, что $\mathbf{z}(s;v)\equiv 0$; а это означает, что поверхность жестка.

Пусть теперь $\mathbf{F}$ цилиндрическая поверхность. Тогда ее уравнение можно представить в виде (3), где $\mathbf{a}(s)=\mathbf{a}=\text{const}$.

Общее решение системы (8) в этом случае запишется так:

$$(36)\qquad \begin{aligned} \alpha(s,\ v)&=C(s),\\ \beta(s,\ v)&=A(s)+vC'(s),\\ \gamma(s,\ v)&=0, \end{aligned}$$

где $A(s)$ и $C(s)$ произвольные функции интегрирования, которые необходимо определить.

Подставив эти выражения в систему (7) и решая полученные уравнения, находим поле вращения

$$(37)\qquad \mathbf{y}(s,\ v)=-\left(vC(s)+\int\limits_0^s A(\sigma)d\sigma\right)\mathbf{a}+\int\limits_0^s(c(\sigma)\mathbf{t}_1(\sigma)d\sigma+\mathbf{B},$$

где $\mathbf{B}$ — произвольный постоянный вектор, а $\mathbf{t}_1(s)$ — орт касательной направляющей $\mathbf{x}_1=\mathbf{x}_1(s)$ цилиндрической поверхности $\mathbf{F}$.

По формуле (6), учитывая (37), находим изгибающее поле цилиндрической поверхности $\boldsymbol{F}$.

$$(38)\qquad \mathbf{z}(s,\ v)=\int\limits_{(l)}\left[\left(vC(s)+\int\limits_0^s A(\sigma)d\sigma\right)\mathbf{a}-\int\limits_0^s C(\sigma)\mathbf{t}_1(\sigma)d\sigma,\ d(\mathbf{x}_1(s)+v\mathbf{a})\right].$$

Для того, чтобы поле (38) было изгибающим полем цилиндрической поверхности F, на которую вдоль края l_1, l_2 наложены связи, допускающие перемещения точек края соответственно по поверхностям Σ_1 и Σ_2, необходимо и достаточно, чтобы оно удовлетворяло краевым условиям (14). Учитывая сказанное, для определения функций $A(s)$ и $C(s)$ мы получаем систему уравнений

$$(39)\qquad \left(\int_0^s C(\sigma)[\mathbf{a}, t_1(\sigma)]d\sigma, \mathbf{n}_1(s)\right)=0,$$

$$(40)\qquad \left(\int_0^s\left[\int_0^s A(\sigma)d\sigma\,\mathbf{a}+\int_0^s C(\sigma)\mathbf{t}_1(\sigma)d\sigma, \mathbf{t}_1(s)\right]ds, \mathbf{n}_1(s)\right)=0,$$

которая должна выполняться для всех $s\in[0, s]$.

Дифференцируя равенство (39) два раза по s и учитывая при этом, что поверхность F не содержит плоских областей, из полученных уравнений находим

$$(41)\qquad C(s)=C_0k_1(s),$$

где $k_1(s)$ кривизна кривой $\mathbf{x}_1=\mathbf{x}_1(s)$, а C_0 произвольная постоянная. Для определения C_0 воспользуемся еще раз равенством (39). Имеем

$$(42)\qquad C_0\left(\int_0^s[\mathbf{a}, k_1(s)\mathbf{t}_1(s)ds], \mathbf{n}_1(s)\right)=0.$$

После вычисления интеграла, равенство (42) принимает вид

$$(43)\qquad C_0(\mathbf{a}, \mathbf{n}_1(0), \mathbf{n}_1(s))=0,\quad s\in[0, S].$$

Поскольку выражение $(\mathbf{a}, \mathbf{n}_1(0), \mathbf{n}_1(s))$ не может равняться нулю для всех значений s некоторого промежутка положительной меры, то из (43) следует, что $C_0=0$. Тогда из равенства (41) получаем $C(s)\equiv 0$. Подставляя это значение в уравнение (40) и решая полученное уравнение относительно $A(s)$, находим $A(s)\equiv 0$. Таким образом в рассматриваемом классе деформации цилиндрическая поверхность также жестка. Теорема доказана.

Теорема 2. Цилиндроид Ф, ограниченный двумя плоскими кривыми l_1 и l_2, расположенными в параллельных плоскостях, и не содержащий плоских областей, жесткий по отношению к бесконечно малым изгибаниям, в процессе которых все точки кривых l_1 и l_2 перемещаются по цилиндрическим втулкам Σ_1 и Σ_2, направляющими которых являются соответственно кривые l_1 и l_2, а прямолинейные образующие перпендикулярны к плоскостям этих кривых.

Цилиндроид Ф его прямолинейными образующими разобьем на полосы (односвязные) и для каждой из них применим теорему 1. Затем воспользуемся тем, что поле $\bar{y}$ непрерывно на всем цилиндроиде. Отсюда получим, что поле $\bar{y}=\text{const}$ на всей поверхности. А это и доказывает теорему 2.

Теоремы 1 и 2 имеют место и для кусочно регулярных поверхностей.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ефимов, Н. В. Качественные вопросы теории деформаций поверхностей. — Успехи матем. наук, **3**, 1948, № 2 (24), 147—158.

Поступило 31. X. 1970 г.

БЕЗКРАЙНО МАЛКИ ОГЪВАНИЯ НА ЦИЛИНДРОИДИ ПРИ ЦИЛИНДРИЧНИ ВТУЛКОВИ ВРЪЗКИ

В. И. Михайловский, С. Т. Хинева

(Резюме)

В предлаганата работа са изследвани безкрайно малките огъвания на цилиндроидите Ф, в процеса на които всички точки на кривите l_1 и l_2 могат да се преместват само по повърхностите на втулките Σ_1 и Σ_2 съответно. Заедно с това се разглеждат безкрайно малките огъвания на едносвързани области от разгъващи се повърхнини, ограничени от две праволинейни образуващи и две равнинни криви l_1 и l_2, лежащи в успоредни равнини, при условие, че в процеса на деформацията точките на кривите l_1 и l_2 могат да се преместват само по цилиндрически повърхности, направляващите на които са съответно тези криви, а праволинейните образуващи са перпендикулярни към равнините на тези криви. Получените резултати са формулирани в две теореми.

Теорема 1. Развиваема се повърхнина F, несъдържаща равнинни области, ограничена с две праволинейни образуващи и две равнинни криви $_1$ и l_2, разположени в успоредни равнини, е твърда по отношение на безкрайно малките огъвания, в процеса на които всички точки на кривите l_1 и l_2 се преместват по цилиндрични повърхнини, направляващите на които са съответно кривите l_1 и l_2, а праволинейните образуващи са перпендикулярни към равнините на тези криви.

Теорема 2. Цилиндроид Ф, ограничен с две равнинни криви l_1 и l_2, разположени в успоредни равнини и несъдържащи равнинни области, е твърд по отношение на безкрайно малките огъвания, в процеса на които всички точки на кривите l_1 и l_2 се преместват по цилиндрически втулки Σ_1 и Σ_2, направляващите на които са съответно кривите l_1 и l_2, а праволинейните образуващи са перпендикулярни към равнините на тези криви.

Теоремите 1 и 2 са в сила и за частично регулярни повърхнини.

INFINITESIMAL DEFORMATIONS OF THE CYLINDROIDS IN CASE OF CYLINDRICAL SLEEVE CONSTRAINTS

V. Mihailovskii, S. Hineva

(Summary)

The infinitesimal deformations of the cylindroids Φ when all the points of the curves l_1 and l_2 can move respectively only on the surfaces of the sleeves Σ_1 and Σ_2 are examined. Also the infinitesimal deformations of the simply connected regions on developable surfaces, bounded by two generators and two plane curves l_1 and l_2 lying in parallel planes are considered provided that in the process of deformation the points of the curves l_1 and l_2 can move only on cylindrical surfaces having these curves for directrices and the generators are perpendicular to the planes of these curves. The results obtained are formulated in two theorems.

Theorem 1. The developable surface **F** containing no plane regions and bounded by two generators and two plane curves l_1 and l_2 lying in parallel planes is rigid with respect to the infinitesimal deformations in the process of which the points of the curves l_1 and l_2 move on cylindrical surfaces having respectively these curves for directrices and the generators are perpendicular to the planes of these curves.

Theorem 2. The cylindroid Φ bounded by two plane curves l_1 and l_2 lying in two parallel planes and containing no plane regions is rigid with respect to the infinitesimal deformations in the process of which all the points of the curves l_1 and l_2 move on the cylindrical sleeves Σ_1 and Σ_2 having respectively the curves l_1 and l_2 for directrices and the generators are perpendicular to the planes of these curves.

Theorem 1 and Theorem 2 are valid also for the case of partially regular surfaces.