PLISKA
STUDIA MATHEMATICA
BULGARICA

ПЛИСКА
БЪЛГАРСКИ
МАТЕМАТИЧЕСКИ
СТУДИИ

НЕКОТОРЫЕ МАКСИМАЛЬНЫЕ ПОДГРУППЫ ГРУППЫ $G_2(F)$. II

НИКОЛА Т. ПЕТРОВ

В работе продолжается исследование максимальных подгрупп простой группы Шевалле $G_2(F)$ над конечным полем F характеристики 2. Доказана следующая теорема.

Пусть F_0 — максимальное подполе поля F. Тогда группа $G_2(F_0)$ является максимальной подгруппой группы $G_2(F)$.

Здесь продолжаем исследование максимальных подгрупп группы Шевалле $G_2(F)$, определенной над конечным полем F характеристики 2 (см. [1]). Будет доказана

Теорема 2. *Пусть F конечное поле характеристики 2 и F_0 — его максимальное подполе. Тогда группа Шевалле $G_2(F_0)$ является максимальной подгруппой группы $G_2(F)$.*

Без допольнительных оговорок будем использовать обозначения из [1]. Через F и F_0 всюду до конца будем обозначать поля, удовлетворяющие условиям теоремы 2. Положим для удобства $G=G_2(F)$, $G_0=G_2(F_0)$. Как обычно, H, B, U и т. д. — стандартные подгруппы группы G (картановская, борелевская, силовская 2-подгруппа и т. д.). Соответствующие подгруппы в G_0 будем обозначать через H_0, B_0, U_0 и пр. Всюду будем предполагать, что $H_0=G_0\cap H$, $U_0=G_0\cap U$ и пр. Через $S_p(K)$ будем обозначать любую силовскую p-подгруппу группы K.

Идея доказательства заключается в следующем. Предположим, что G_1 минимальная группа, удовлетворяющая условию $G_0\subset G_1\subset G$. Доказывается, что G_1 — простая группа и $S_2(G_0)\cong S_2(G_1)$. Если $|F_0|>2$, то к G_1 можно применить результат Мейзона [2] и, следовательно, $G_1=G_0$. Особого внимания требует случай $|F_0|=2$. Тогда можно показать, что в G_1 не происходит слияние 2-элементов из G_0 (лемма 6). Из этого легко вывести, что в G_1 имеется нормальная подгруппа индекса 2, что противоречит ее простоте.

Лемма 1. *Если $g\in G$ и $\langle U_0, g\rangle$ — 2-группа, то g принадлежит U. $N_G(U_0)\subset H_0U$.*

Доказательство. Положим $U_1=\langle U_0, g\rangle$. Поскольку U является силовской 2-подгруппой в G, по теореме Силова существует элемент $y\in G$, для которого $U_1^y\subseteq U$ и, следовательно, $U_0^y\subseteq U$. Пусть $y=x_1hwx_2$ — каноническая запись в смысле леммы 1 из [1]. Так как $yx_{3a+2b}(1)y^{-1}$ должен принадлежать U, то $w(3a+2b)>0$. Следовательно, w совпадает с одним из следующих элементов группы Вейля: w_a, w_aw_b, w_bw_a, e. Возможность $w=w_a$ следует сразу отбросить, так как тогда $yx_a(1)y^{-1}$ будет принадлежать двойному смежному классу Bw_aB. Если $w=w_aw_b$, то легко сообразить, что $yx_{a+b}(1)y^{-1}$ будет принадлежать Bw_aB. Если же $w=w_bw_a$, то

$yx_{3a+b}(1)y^{-1}$ принадлежит Bw_bB. Итак, в итоге мы получили, что $w=e$, т.е. $y=xh$, где $x\in U$, $h\in H$. Так как $g^y\in U$, уже ясно, что g является 2-элементом из HU. Но силовская 2-подгруппа U нормальна в HU и, следовательно, $g\in U$.

Заметим, что в предыдущих рассуждениях содержится утверждение $N_G(U_0)\subset B=HU$. Покажем, что $N_G(U_0)\subset H_0U$. В самом деле, пусть $y=xh$ — каноническая запись произвольного элемента из $N_G(U_0)$ $(x\in U,\ h=h(\chi)\in H)$. Ясно, что в канонической записи элемента $yx_a(1)y^{-1}$ будет входить множитель $x_a(\chi(a))$. Ввиду однозначности канонической записи, $\chi(a)$ должен принадлежать полю F_0. Аналогичным образом убеждаемся, что $\chi(b)\in F_0$. Следовательно, $h(\chi)\in H_0$, чем лемма доказана.

Лемма 2. *Пусть G_1 любая группа, удовлетворяющая условию $G_0\subseteq G_1\subset G$. Тогда $S_2(G_0)\cong S_2(G_1)$.*

Доказательство. Положим $S=S_2(G_1)$; по условию $U_0=S_2(G_0)$. Применяя теорему Силова и лемму 1, мы можем предполагать, что $U_0\subseteq S\subseteq U$.

Дальше, предполагая $S\setminus U_0$ непустым, покажем, что $Z(U_0)\subset Z(S)$. Для этого обозначим через y произвольный элемент из $S\setminus U_0$ и пусть

$$y=x_a(t_1)x_b(t_2)x_{a+b}(t_3)x_{2a+b}(t_4)x_{3a+b}(t_5)x_{3a+2b}(t_6)$$

его каноническая запись. По условию некоторый из элементов t_i не принадлежит полю F_0.

а) Пусть $t_1\in F\setminus F_0$. При помощи соотношений для коммутаторов ([1], лемма 1) и тождества $[z_1z_2,\ z_3]=z_2^{-1}[z_1,z_3]z_3^{-1}z_2z_3$, легко сообразить, что $[y,\ x_b(1)]=x_{a+b}(t_1)\ldots$ — каноническая запись некоторого элемента из $S\setminus U_0$.

б) Пусть $t_1\in F_0$, $t_2\in F\setminus F_0$. Теперь после умножения y на $x_a(t_1)$ можем предполагать $t_1=0$. Опять можно сообразить, что $[y,\ x_a(1)]=x_{a+b}(t_2)\ldots$ — каноническая запись некоторого элемента из $S\setminus U_0$.

в) Пусть $t_1,\ t_2\in F_0$, $t_3\in F\setminus F_0$. Опять без потери общности будем предполагать $t_1=t_2=0$. Имеем $[y,\ x_{2a+b}(1)]=x_{3a+2b}(t_3)$.

г) Пусть $t_1=t_2=t_3=0$, $t_4\in F\setminus F_0$. На этот раз имеем $[y,\ x_{a+b}(1)]=x_{3a+2b}(t_4)$.

д) Предположим, наконец, $t_1=t_2=t_3=t_4=0$, $t_5\in F\setminus F_0$. Теперь имеем $[y,\ x_b(1)]=x_{3a+2b}(t_5)$.

Из процедуры а) — д) становится ясным, что если $S\setminus U_0\neq\varnothing$, то $z=x_{3a+2b}(t)$ принадлежит S для некоторого $t\in F\setminus F_0$. Фиксируем это t. Группа Вейля W действует транзитивно на множество длинных корней и $W\subset G_0$. Сопрягая z при помощи элементов из W, мы получаем, что $x_r(t)$ принадлежит G_1 для любого длинного корня r. Следовательно,

$$z_1=[x_b(t),\ x_{3a+b}(t)]=x_{3a+2b}(t^2)\in G_1.$$

Повторяя это рассуждение несколько раз, мы убеждаемся, что $x_r(t^i)$ принадлежит G_1 для любого длинного корня r и любого целого неотрицательного i. Теперь, сопрягая $x_r(t^i)$ элементами из H_0 и пользуясь тем, что $x_r(u+v)=x_r(u)x_r(v)$, мы получаем, что $x_r\left(\Sigma_{i=0}^k a_it^i\right)$ принадлежит G_1 для любого целого неотрицательного k и произвольных $a_i\in F_0$. С другой стороны, множество

$$F_1=\left\{\sum_{i=0}^k a_it^i \mid a_i\in F_0,\quad k\in Z^+\right\}$$

является подполем поля F, так как t алгебраичен над F_0. Но $t\in F\setminus F_0$, $t\in F_1$ и ввиду максимальности поля F_0 имеем $F_1=F$. Следовательно,

$$D=\langle x_r(t) \mid |r|=\sqrt{3},\ t\in F\rangle$$

содержится в G_1. По условию $|F|>2$ и мы можем применить теорему 1 из [1]. Так как $\langle D, w_a\rangle$ — собственная подгруппа группы G_1, то $G_1=G$, и мы приходим к противоречию с условием леммы. Следовательно, $S=U_0$.

Лемма 3. *Предположим, что группа G_1 удовлетворяет условиям леммы 2. Тогда $N_{G_1}(G_0)=G_0$, $N_{G_1}(G_0')=G_0$, $C_{G_1}(G_0)=\{e\}$, $C_{G_1}(G_0')=\{e\}$, где G_0'— коммутант группы G_0.*

Доказательство. Предположим, что $y\in G_1$ нормализует G_0. Так как силовские 2-подгруппы сопряжены, то после умножения y на подходящий элемент из G_0 мы можем предполагать, что $y\in N_{G_1}(U_0)$. Следовательно, по лемме 1 $y=xh_0$, где $h_0\in H_0\subset G_0$, $x\in U$ и, стало быть, x принадлежит G_1. По лемме 2 x должен принадлежать U_0, ибо $G_1\cap U=U_0$. Следовательно, y принадлежит G_0. Утверждение о $C_{G_1}(G_0)$ является очевидным следствием из уже доказанного, поскольку $Z(G_0)=\{e\}$.

Если $|F_0|>2$, группа G_0 является простой и $G_0=G_0'$. Предположим дальше, что $|F_0|=2$ и пусть $y\in N_{G_1}(G_0')$. Аналогично предыдущему рассуждению можем предполагать, что $y\in N_{G_1}(\widetilde{U}_0)$, где $\widetilde{U}_0=S_2(G_0')\subset U_0$. Запишем y в каноническом виде: $y=x_1hwx_2$. При сделанных предположениях y обязан нормализовать $Z(\widetilde{U}_0)=\langle x_{3a+2b}(1)\rangle$. Следовательно, корень $3a+2b$ остается неподвижным при действии w и, стало быть, $w=e$ либо $w=w_a$. Но $w=w_a$ не может иметь места, поскольку тогда $x=x_a(1)x_{a+b}(1)$ принадлежит $\widetilde{U}_0$, а $yxy^{-1}\in Bw_aB$. Уже легко сообразить, что $h=e$. Следовательно, $y=x_1$ принадлежит $G_1\cap U=U_0$ (лемма 2), т. е. $N_{G_1}(\widetilde{U}_0)=U_0$ и, стало быть, $N_{G_1}(G_0')=G_0$. Остальные утверждения леммы уже очевидны, поскольку G_0' — простая (следовательно, без центра), $[G_0:G_0']=2$ и инволюция $x_a(1)\in G_0\setminus G_0'$ не централизует G_0'. Лемма доказана.

Лемма 4. *Если G содержит элементарную абелеву p-подгруппу для некоторого нечетного простого p, то ранг этой подгруппы не превосходит 3.*

Доказательство. Предположим сначала, что $|F|=q=2^n$, где n четное. Запишем $|G|$ в виде произведения попарно взаимно-простых множителей:

$$|G|=q^6[3(q-1)^2][(q^2+q+1)/3](q^2-q+1)(q+1)^2. \tag{1}$$

Хорошо известно [3], что G содержит циклические подгруппы порядка q^2-1, q^2+q+1, q^2-q+1 и абелевые подгруппы порядка $(q+\varepsilon)^2$, являющиеся прямым произведением циклических групп порядка $q+\varepsilon$ ($\varepsilon=1,-1$). Вместе с предыдущим равенством это означает, что если $p>3$, то ранг группы $S_p(G)$ не превосходит 2. Предположим $p=3$. Тогда, с точностью до сопряженности, $S_3(G)\subset WH$. Но H — прямое произведение двух циклических групп порядка $q-1$ и, следовательно, содержит единственную элементарную абелеву 3-подгруппу — группу $\langle h_a(\lambda), h_b(\lambda)\rangle$ ($\lambda^3=1$, $\lambda\neq 1$). С другой стороны, W диэдральная группа порядка 12, $S_3(W)=\langle (w_aw_b)^2\rangle$ нормальна в W, а W нормализует H. Следовательно, если WH содержит элементарную абелеву 3-подгруппу ранга 3, то эта подгруппа будет $L=\langle h_a(\lambda), h_b(\lambda), (w_aw_b)^2\rangle$, $\lambda^3=1$, $\lambda\neq 1$.

Из замечаний о структуре группы WH уже очевидно, что WH не содержит элементарных абелевых подгрупп ранга больше 3.

Предположим, наконец, что $|F|=q=2^n$ при некотором нечетном n и пусть F_2 - расширение второй степени поля F. Поскольку $G=G_2(F)\subset G_2(F_2)$ и $|F_2|=2^{2n}$, то для $G_2(F_2)$ заключение леммы справедливо и, следовательно, справедливо для G. Лемма доказана.

Лемма 5. *Предположим, что F конечное поле характеристики 2 и F_0 — его максимальное подполе ($F_0\subset F$). Пусть G_1 — минимальная группа, удовлетворяющая условиям $G_0=G_2(F_0)\subset G_1\subset G=G_2(F)$. Тогда G_1 — простая группа.*

Доказательство. Допустим противное и пусть L — минимальная собственная нормальная подгруппа группы G_1. Тогда для пересечения $L\cap G_0$ могут представиться несколько возможностей, которых мы последовательно рассмотрим.

Пусть $L\cap G_0=\{e\}$. По лемме 2 $|L|$ нечетное число, откуда по известной теореме Фейта и Томпсона L разрешима и, следовательно, содержит элементарную абелеву характеристическую подгруппу, которую обозначим через T. Рассмотрим действие (при сопряжении) группы G_0 на группу T. Очевидно, $C_{G_0}(T)\triangle G_0$. Если $|F_0|>2$, то G_0 — простая и вместе с леммой 3 это означает, что $C_{G_0}(T)=\{e\}$. Если $|F_0|=2$, то G_0' простая и $[G_0:G_0']=2$. Применяя снова лемму 3, мы опять убеждаемся, что $C_{G_0}(T)=\{e\}$. Итак, G_0 действует точно на T, т. е. существует вложение

$$\varphi: G_0 \to \mathrm{Aut}(T),$$

где $\mathrm{Aut}(T)$ означает группу автоморфизмов группы T. С другой стороны, по лемме 4 ранг T не превосходит 3. Если T — циклическая, то $\mathrm{Aut}(T)$ абелева группа и такое вложение невозможно. Если T — элементарная абелева группа ранга 2, то $\mathrm{Aut}(T)\cong \mathrm{GL}(2,p)$ для некоторого (нечетного) простого p. Вложение φ опять же не существует, поскольку силовская 2-подгруппа группы $\mathrm{GL}(2,p)$ диэдральная, а $S_2(G_0)$ очевидно нельзя вложить в диэдральную группу. Следовательно, T является группой ранга 3 и по лемме 4 $|T|=27$. Стало быть, $|\mathrm{Aut}(T)|=|\mathrm{GL}(3,3)|=32.27.13$. Вложение φ не существует, так как $|G_2(q)|>32.27.13$ для любого $q\geq 2$ (см. (1)).

Дальше предположим, что $L\cap G_0\neq\{e\}$. Так как $L\cap G_0$ нормальна в G_0, имеет место одно из следующих: а) $G_0\subseteq L$, б) $|F_0|=2$ и $L=G_0'$, в) $|F_0|=2$, $L\cap G_0=G_0'$ и $G_0'\neq L$. Ясно, что возможности а) и б) следует сразу отбросить: а) противоречит минимальности подгруппы G_1, а б) противоречит лемме 3. При условиях случая в) мы покажем теперь, что L — простая группа. В самом деле (ввиду ее минимального выбора) L не содержит собственных характеристических подгрупп и, следовательно,

$$L=L_1\times L_2\times\ldots\times L_s \tag{2}$$

прямое произведение изоморфных простых групп. Пусть $\widetilde{U}_0=S_2(G_0')$. В доказательстве леммы 3 содержится утверждение: $N_{G_1}(\widetilde{U}_0)=U_0$. Отсюда следует, что $S_2(L)=\widetilde{U}_0$. Но $|\widetilde{U}_0|=2^5$ и, стало быть, (2) может выполняться только при $S=1$, т. е. L — простая группа. Заметим дальше, что $\widetilde{U}_0$ является сплетением циклической группы порядка 4 и циклической группы порядка 2. По теореме Альперина — Брауера — Горенстейна [4] L изоморфна либо некоторой из групп $\mathrm{PSL}_3(q)$ при $q \equiv 1 \pmod 4$, либо некоторой из групп $\mathrm{PSU}(3, q)$ при $q \equiv 3 \pmod 4$. С другой стороны, известно [5], что если x — элемент порядка 4 группы G, то $|C_G(x)| = 3^\alpha 2^\beta$, где α не больше 1. Допустим, что $L \cong \mathrm{PSL}_3(q)$. Тогда L содержит абелеву подгруппу порядка $(q-1)^2/d$ $(d=(3, q-1))$, являющуюся произведением двух циклических групп. Учитывая предыдущее соображение о централизаторе и замечание, что $|S_2(L)| = 32$, мы получаем, что $q=5$ либо $q=13$. Однако случай $q=5$ не может иметь места, поскольку $|G_0'| = 32.27.7$ не делит $|\mathrm{PSL}_3(5)| = 5^3.24.124$. Если же $q=13$, то группа $\mathrm{PSL}_3(13)$ содержит элемент порядка 28, что противоречит предыдущему замечанию о централизаторе элемента порядка 4. Следовательно, $L \cong \mathrm{PSU}_3(q)$, где $q \equiv 3 \pmod 4$. Заметим, что $\mathrm{PSU}_3(q)$ содержит абелеву подгруппу порядка $(q^2-1)/d$, где $d=(3, q+1)$; $|\mathrm{PSU}_3(q)| = q^3(q^2-1)(q^3+1)/d$. Повторяя предыдущее рассуждение, мы убеждаемся, что $q=3$, т. е. $L = G_0'$ — противоречие с условием леммы.

Следовательно, предположение, что G_1 — непростая группа, ведет к противоречию. Лемма доказана.

Лемма 6. *Пусть F — конечное поле характеристики 2, в котором максимальное подполе F_0 состоит из двух элементов, и G_1 — группа, удовлетворяющая условиям леммы 2. Покажем, что если 2-элементы $x, y \in G_0$, не сопряжены в G_0, то они не сопряжены и в G_1.*

Доказательство. Будем существенно использовать результаты Еномото [5]. Взглядом на таблицу классов сопряженных 2-элементов [5] мы убеждаемся, что если x и y инволюции, то заключение леммы справедливо.

Предположим, что $|x| = |y| = 8$. Согласно упомянутой таблице, мы можем считать (с точностью до сопряженности в G_0), что $x = x_a(1)x_b(1)$, $y = x_a(1)x_b(1)x_{2a+b}(1)$. Справедливо следующее утверждение [5, предложение 2.3]: если $z^{-1}xz = y$, то $z \in B$. По леммам 1 и 2 $B \cap G_1 = B_0$ и из этого уже сразу вытекает, что если x и y сопряжены в G_1, то они сопряжены в G_0.

Дальше предположим $|x| = |y| = 4$. Из таблицы в [5] видно, что в G_0 имеются три класса сопряженных элементов порядка 4 соответственно с представителями: $z_1 = x_{a+b}(1)x_{2a+b}(1)$, $z_2 = x_{a+b}(1)x_{2a+b}(1)x_{3a+b}(1)$, $z_3 = x_b(1) \times x_{2a+b}(1)x_{3a+b}(1)$. Подсчитаем $|C_{G_1}(z_i)|$. Для $C_{G_1}(z_1)$ в [5] имеется явное описание. Используя это описание вместе с замечанием $G_1 \cap B = B_0$ (леммы 1 и 2), мы сразу видим, что $C_{G_1}(z_1) = C_{G_0}(z_1)$. Теперь из таблицы в [5] следует, что $|C_{G_1}(z_1)| = 3.2^5$. Применяя технику, использованную в [5], нетрудно убедиться, что $C_G(z_2) \subset U$. (Эти вычисления мы опускаем ввиду того, что они несколько длинны, но элементарны.) Из этого включения и леммы 2 уже ясно, что $C_{G_1}(z_2) = C_{G_0}(z_2)$ и, теперь согласно результатам Еномото [5], $|C_{G_1}(z_2)| = 2^5$.

Подсчитать $C_{G_1}(z_3)$ несколько труднее. Прежде всего заметим, что условие, которое мы накладываем на F, эквивалентно следующему: $|F| = 2^n$, где n — простое. В описании [5] классов сопряженных элементов участвует фиксированный параметр $\xi \in F$, подчиненный единственному условию: многочлен $x^3 + x + \xi$ неприводим над F. Следовательно, если $n \neq 3$, мы можем считать $\xi = 1$ и сразу воспользоваться результатом Еномото. Из данного там описания для $C_G(z_3)$ и лемм 1, 2 непосредственно следует, что

$$C_{G_1}(z_3)| = |C_{G_0}(z_3)| = 3.2^4.$$

Дальше будем предполагать $|F|=2^3$ и пусть

$$z=x_a(t_0)x_b(t_1)x_{a+b}(t_2)x_{2a+b}(t_3)x_{3a+b}(t_4)x_{3a+2b}(t_5)h(\chi)w_a x_a(t)$$

централизует z_3. Прямые вычисления показывают, что z удовлетворяет этому условию тогда и только тогда, когда

$$\begin{gathered}1+\chi(b)(t^3+t+1)=0,\\ t_0+\chi(a+b)(t^2+1)=0,\\ 1+t_0^2+\chi(2a+b)t=0, \qquad (3)\\ 1+\chi(2a+b)t_0t+\chi(3a+b)=0,\\ t_0+\chi(2a+b)t_2t+t_3t_0+t_4+\chi(3a+b)(t_1+1)+\chi(3a+2b)t^3=0.\end{gathered}$$

С другой стороны, если $z\in G_1$, то $zx_{3a+b}(1)z^{-1}=x_b(\chi(b))\ldots$ должен принадлежать G_1. Ввиду единственности канонической записи и леммы 2, это означает, что $\chi(b)=1$. Теперь из уравнений (3) ясно, что $t=1$, $t_0=0$ либо $t=0$, $t_0=1$ и в обоих случаях $h(\chi)=e$. Следовательно, если $z\in G_1$, то z принадлежит G_0. Наконец, нетрудно сообразить, что $C_G(z_3)\subset\langle B, w_a\rangle$. Утверждение $C_{G_1}(z_3)=C_{G_0}(z_3)$ уже очевидно — достаточно применить леммы 1 и 2. Опять можем использовать [5] и, следовательно, $|C_{G_1}(z_3)|=3.2^4$.

Итак, мы убедились, что $|C_{G_1}(z_i)|$ попарно разные ($i=1, 2, 3$) и, стало быть, z_i попарно не сопряжены в G_1. Справка с таблицей в [5] показывает, что мы разобрали все возможности для x и y. Лемма доказана.

Доказательство теоремы 2. Обозначим через G_1 минимальную подгруппу, удовлетворяющую условию $G_0=G_2(F_0)\subset G_1\subset G_2(F)=G$. Выше было показано, что G — простая и $S_2(G_0)\cong S_2(G_1)$. Если $|F_0|>2$, мы можем применить к G_1 теорему Мейзона [2] и, следовательно, $G_1=G_0$, что противоречит условию. Итак, если $|F_0|>2$, группа G_0 максимальна в G.

Предположим дальше $|F_0|=2$ и пусть $L_0=G_0'\cap U_0$ — фокальная подгруппа (напомним, что $S_2(G_0)=U_0$, G_0') — коммутант группы G_0), $L_1=G_1'\cap U_0$. Поскольку $S_2(G_1)=U_0$ (лемма 2), то L_1 также является фокальной подгруппой (в G_1). Хорошо известно ([6, с. 250]), что если K — произвольная конечная группа, P — некоторая ее силовская p-подгруппа, то $K'\cap P=\langle xy^{-1}\mid x, y$ принадлежат P и сопряжены в $K\rangle$. Применяя это утверждение к группам L_0 и L_1 и учитывая лемму 6, мы сразу убеждаемся, что $L_0=L_1$. С другой стороны, $G_2(F_0)$ содержит нормальную подгруппу индекса 2 и, следовательно, $[U_0:L_0]=2$. Итак, мы показали, что $[U_0:L_1]=2$ и, стало быть, G_1 содержит нормальную подгруппу индекса 2 — заключение, противоречащее лемме 5. Следовательно, подгруппа $G_2(F_0)$ максимальна в $G_2(F)$, чем теорема доказана.

ЛИТЕРАТУРА

1. Н. Т. Петров. Некоторые максимальные подгруппы группы $G_2(F)$. I. *Плиска*, **2**, 1981, 83—88.
2. G. Mason. Characterizing Chevalley groups of rank two and characteristic two by their Sylow 2-subgroups. *J. Algebra*, **36**, 1975, 364—394.
3. Chang. The conjugacy classes of Chevalley groups of type (G_2). *J. Algebra*, **9**, 1968, 190—211.
4. J. L. Alperin, R. Brauer, D. Gorenstein. Finite groups with quasidihedral and wreathed Sylow 2-subgroups. *Trans. Amer. Math. Soc.*, **151**, 1970, 1—261.
5. H. Enomoto. The conjugacy classes of Chevalley groups of type (G_2) over finite fields of characteristic 2 or 3. *J. Fac. Sci. Tokyo Univ.*, **26**, 1970, 497—512.
6. D. Gorenstein. Finite groups. Harper and Row, 1968.

Высший педагогический институт
9700 Шумен

Поступила 24. 9. 1976