

Институт по математика и информатика
Българска академия на науките



**ЗАПАДНИ И ИЗТОЧНИ ПОДХОДИ В
ОБРАЗОВАНИЕТО ПО МАТЕМАТИКА,
КОМБИНИРАНИ С ИЗКУСТВО**

Микела Трамонти

АВТОРЕФЕРАТ

на дисертация за присъждане на образователна и научна степен „Доктор“
в професионално направление 1.3. Педагогика на обучението по...
докторска програма „Методика на обучението по математика, информатика и
информационни технологии“

Консултанти:

доц. д-р Десислава Панева-Маринова

доц. д-р Евгения Сендова

София 2020

Дисертационният труд е обсъден и предложен за защита на заседание на Звено за предзащита, което се проведе на 20.11.2020 г. от 10 часа в смесен режим в 115 зала на Институт по математика и информатика – БАН и онлайн чрез конферентна връзка.

Защитата на дисертационния труд ще се състои на от часа в Институт по математика и информатика – БАН, ул. „Акад. Г. Бончев”, блок 8 на открито заседание на Научното жури.

Дисертационният труд е изложен в 211 страници. Той включва увод, 5 глави, заключение, 3 приложения, списък с научни и приложни приноси, списък на таблици, списък на фигурите, декларация за оригиналност, списък на използваната литература от 223 литературни източници и списък на 8 публикации на автора, свързани с представения дисертационен труд, списък на цитирания.

Материалите по защитата са на разположение на интересуващите се в библиотеката на Институт по математика и информатика – БАН, ул.„Акад. Г. Бончев”, блок 8, София.

Автор: Микела Трамонти

Превод от английски език: доц. д-р Евгения Сендова

Заглавие: Западни и Източни подходи в образованието по математика, комбинирани с изкуство

СЪДЪРЖАНИЕ

ACKNOWLEDGMENTS.....	4
ГЛАВА 1. МОТИВАЦИЯ, ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ НА ДИСЕРТАЦИОННИЯ ТРУД.....	5
1.1 Мотивация.....	5
1.2 Цели и задачи на дисертационния труд.....	6
ГЛАВА 2. ИЗСЛЕДВАНЕ НА ПРОБЛЕМА	9
2.1 Текущото положение според международни изследвания.....	9
2.1.1 Съществени разлики в математическите постижения между западните и източните страни.....	12
2.2 Съществуващи подходи в обучението по математика	13
2.3 Мотивация на учениците при обучението по математика.....	13
ГЛАВА 3. МЕТОДИ НА ПРЕПОДАВАНЕ И УЧЕНЕ: ТЕКУЩО СЪСТОЯНИЕ ..	16
3.1 Западни и Източни (китайски) учебни процеси	16
3.1.1 Сингапурският метод за обучение по математика	17
ГЛАВА 4. РАЗРАБОТКА НА ИЗСЛЕДОВАТЕЛСКИЯ МОДЕЛ (ПОДХОД).....	20
4.1 Изкуството като средство за учене в обучението по математика.....	21
4.2 Източен подход за учене: Сингапурският метод	22
ГЛАВА 5. ЕКСПЕРИМЕНТИРАНЕ И ОЦЕНЯВАНЕ	26
ГЛАВА 6. ПРЕДСТАВЯНЕ НА РЕЗУЛТАТИТЕ ОТ ИЗСЛЕДВАНЕТО.....	29
6.2 Първоначалното отношение на учениците към математиката, комбинирана с изкуство.....	29
6.3 Отношение и възприятие на учениците за преживяното	30
6.4 Сравнение на резултатите, получени преди и след експеримента.....	33
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	34
РАЗПРОСТРАНЕНИЕ НА РЕЗУЛТАТИТЕ И БЪДЕЩА РАБОТА	38
СПИСЪК НА АВТОРСКИТЕ ПУБЛИКАЦИИ, СВЪРЗАНИ С ТЕМАТИКАТА НА ДИСЕРТАЦИОННИЯ ТРУД.....	39
СПИСЪК НА ЦИТИРАНИЯ	41

ACKNOWLEDGMENTS

Starting from my very first visit to the Institute of Mathematics and Informatics, Bulgarian Academy of Science, Sofia, Bulgaria, I have found myself immersed in an atmosphere full of a high professional level. These factors were determinative to start the first passes in a new research field.

First of all, I would like to express the deepest gratitude to my principal supervisor Professor Desislava Paneva-Marinova, whose experience, knowledge and wisdom guided me through all these years. Her presence has favored my formation as a researcher, keeping the sense of the taste towards the scientific work.

Special gratitude to my other supervisor Professor Evgenia Sendova who was the first person who has conducted me through the real experiences combining mathematics and arts as a reinforcement of the teaching and learning processes. Her passion for her job made me more motivated and enthusiastic to reach the expected objectives as well as to know Bulgarian culture better.

Massive thanks also to the Scientific Council of the Institute of Mathematics and Informatics.

ГЛАВА 1. МОТИВАЦИЯ, ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ НА ДИСЕРТАЦИОННИЯ ТРУД

1.1 Мотивация

В наши дни, когато Европа трябва да се справя със сериозни промени и икономическа криза, забавяща развитието и социалния прогрес и подчертаваща структурните слабости на европейските страни, ролята на научноизследователската и развойна дейност (НИРД) е трудно да бъде надценена.

От друга страна, налице са други предизвикателства от международен характер като глобализацията, експлоатацията на ресурси и застаряването на човечеството.

Както е видно в документа EUROPE 2020 - *A strategy for smart, sustainable and inclusive growth* of 2010, Европейската комисия се фокусира върху по-стабилна стратегия, която може да преобрази Европейския съюз в *интелигентен, устойчив и приобщаващ растеж* с високо равнище на заетост, производителност и социално сближаване.

Според публикация на EUROSTAT в *Science, technology, and innovation in Europe*, 1.68% милиона души в Европа работят в областта на научноизследователската и развойна дейност, но ситуацията се променя на национално равнище за някои страни, като Италия, където хората, работещи като учени и инженери са около 0.61% от населението. Макар научноизследователската и развойна дейност да са ключови за Европа на 21. век, очевидните бариери на национално и институционално равнище ограничават развитието на европейските научни изследвания.

Това се потвърждава от данните, представящи интензитета на свързаните с НИРД дейностите през 2016 г. в Европа. Със своите 2.03% Италия се нарежда сред европейските страни с най-нисък процент във въпросната класация.

Schreiner and Sjöberg пишат, че причината за това явление *може би се дължи на факта, че ерата, в която работата на физиците, технолозите и инженерите се е приемала като съществена за добруването на хората, вече е отминала.*

Негативните стереотипи за професията на учените, инженерите, изследователите и други STEM-специалисти са преобладаващи сред младежта в Западния свят, дори в САЩ. Единственото изключение е Япония, в която правителството прави големи инвестиции в областта на образованието.

Училището, телевизията и вестниците подхранват идеята на обществото, че работата на учените е трудна и тайнствена. Достатъчно е да си припомним емблематичните фигури на учени като Франкенщайн или д-р Док от филма *Завръщане в бъдещето (Back to the Future)*, които представят науката по карикатурен и въображаем начин. В резултат на това образът на учения се възприема като на човек, потънал в свой собствен свят, странен и неразбираем за останалите.

Редица изследвания показват, че навсякъде по света жените не са достатъчно представени в НИРД. Според последните данни на UNESCO в Северна Америка и Западна Европа жените, участващи в НИРД, са 32% (с най-нисък процент в Люксембург – 21%, а в Нидерландия – 24%). Различна ситуация се наблюдава в Централна и Източна Европа, където средният процент е 40%. В Албания, България, Естония, Молдова, Румъния и Хърватия този процент надвишава 40%, а в Латвия, Литва и Република Северна Македония) той е над 50%. Въпреки положителната тенденция, която се наблюдава в Източна Европа, значителен брой изследвания сочат несъответствие между броя на жените, изучаващи природни науки, и тези, които продължават да се занимават с наука професионално. Накратко, жените в науката в световен мащаб са малцинство (*UNESCO Institute for Statistics, June 2018*)."

В този контекст Групата от високопоставени експерти по обновяване на образованието по природни науки към Европейската комисия заявява: *Учителите играят ключова роля, тъй като са част от мрежа, която им позволява да подобряват качеството на преподаването си и да поддържат мотивацията си... Връзката между националните дейности и тези, финансирани на европейско равнище, трябва да се подобри.*

В горния ред на мисли е необходимо да се разработи висококачествена учебна среда, в която учениците изучават природните науки с повишен интерес и мотивация, подкрепяни от учителите си в учебния процес, който ще бъде ефективен, ако е *значим* за тях, т.е. активен, конструктивен, целенасочен, автентичен и в сътрудничество.

1.2 Цели и задачи на дисертационния труд

Изследването е насочено към извличане на потенциалния положителен ефект от творческото интегриране на Западните и Източните педагогически подходи с изобразителното изкуство. Такъв ефект би се изразил в това учениците да развият и подобрят уменията си за учене, основано на творчество, и за решаване на проблеми.

Друга важна цел на дисертационния труд е учениците да изучават STEM дисциплините чрез комбиниране на смислено (за тях) и „майсторско“ учене. Тази цел бе въплътена в разработката на по-ефективна образователна среда за учители и учениците им, осигуряваща използването на по-атрактивни педагогически средства в обучението по математика.

По-конкретно, изследователските цели могат да се синтезират както следва:

- Изследване на възможността за интеграция между Западните и Източните подходи (основно Сингапурския метод) в обучението по математика;
- Откриване на резултата от такава интеграция в изобразителното изкуство.

Така формулираните цели са ориентирани към осъзнато учене при развиването на изследователски умения, подобряващи представянето в училище (краткосрочни цели), и

към повишаване на интереса към перспективите в областта на математиката (дългосрочни цели). Тези цели са постигнати посредством следните задачи:

Задача 1: Изследване на проблема

Целта на задачата е да се проучи как са дефинирани математическите теми в PISA, TIMSS и националните изследвания, както и да се сравни учебното съдържание по математика в разнообразни учебни среди. Изпълнението се осъществи на следните етапи:

- Анализ на съществуващите практики на в прогимназиалната и гимназиалната степен по отношение на обучението по математика и сравнение на методиката прилагана на Изток (Сингапурския метод) и на Запад;
- Изучаване на релевантните фактори (като например съвременните методи на обучение по математика) чрез задълбочено изследване на достъпната релевантна библиография в публичната база данни и специализирани библиотеки;
- Анализ на отношението на ученици и учители към въвеждането на иновации в училище и на иновативни подходи за учене и преподаване.

Задача 2: Разработка на изследователски учебен подход, комбиниран с изобразителното изкуство

Целта на задачата е да се формулира изследователски модел в математическото образование като резултат от интегрирането на Западните и Източните преподавателски методи с изобразителното изкуство. Изпълнението се осъществи на следните етапи:

- Анализ на математическите теми и упражнения от учебното съдържание за да дефинира понятието „математизация“ в смисъла на *знанията, уменията и отношението на учениците* (в съответствие с PISA, TIMSS и националните образователни стандарти);
- Избор (съвместно с учителите) на математически упражнения и понятия заедно с произведения на изобразителното изкуство за експериментални дейности с учениците;
- Подготовка на анкети, които да се попълват по време на експерименталния етап;
- Подготовка на работни листове и насоки за работа по време на експерименталните дейности;
- Дефиниране на основите елементи, които да се изпълняват през експерименталния етап – референтна извадка (учители и ученици) и инструменти за събиране на данни (качествени и количествени)

Задача 3: Експериментален етап

Целта на задачата е да се изпълнят експерименталните дейности, за да се съберат данни и да се оценят изследователските резултати. Изпълнението се осъществи на следните стъпки:

- Организиране на първоначалните срещи с учители и ученици, на които да се покажат различни типове реални връзки между художествени изразни средства и математически закономерности;
- Подаване на първите анкети и предварително избраните математически упражнения;
- Провеждане на експерименталните дейности в италиански средни училища с участието на учители и ученици;
- Организиране на финални срещи с цел: учениците да покажат работите си; да се съберат качествени и количествени данни за обратната връзка и да се предадат математическите упражнения, свързани с изучаваната тема.

Задача 4: Обработка на данни и оценяване на постигнатите резултати

Целта е да се започне обработката и оценяването на изследователските резултати от етапите на програмиране и анализ, интерпретиране на данните (качествено и количествена) и да се изготви окончателния доклад с дискутиране на резултатите.

ГЛАВА 2. ИЗСЛЕДВАНЕ НА ПРОБЛЕМА

Глобализираният пазар на труда изисква знания, основани на солидни компетентности като математическата грамотност. Развиването на математически умения, преподавателски стратегии и практики е в основата на образователното израстване през всички степени на училището. Международните изследвания PISA и TIMSS дават тревожна картина на текущата ситуация. Основната им цел е да оценят различни аспекти на това, как учениците учат, и да помогнат на дейците в образователната политика да разберат как тяхната образователна система се съизмерва с развитието на образованието в другите страни.

2.1 Текущото положение според международни изследвания

Програмата за международно оценяване на учениците (на английски: *Programme for International Student Assessment, PISA*) се организира от Организацията за икономическо сътрудничество и развитие (ОИСР). Тази програма представлява тест, с който всеки три години се оценява функционалната грамотност (четивна, математическа и природонаучна) на 15-годишни учениците в различни страни по света и умението им да прилагат знанията си в реален контекст.

Що се отнася до последното издание на PISA през 2018, средно-статистическите резултати по математика на ОИСР отразяват негативна тенденция както в страни, традиционно водещи в класацията (като например Финландия, чийто резултат се е понижил с 12 точки за последните три години), така и в страни, които са били и са останали с резултат под средно-статистическия (например Гърция). В Италия изданието на PISA през 2015 г. показва, че постигнатите от учениците средно статистически резултати по математика са 490, а през 2018 — едва 487 при средно за ОИСР 489 (Таблица 1). Вероятно тази негативна тенденция все още се дължи на използването на традиционни педагогически методи в математическото образование.

Таблица 1. Фрагмент от снимка на представянето по математика, четене и природни науки – PISA 2018 г.

	Mean score in PISA 2018			Long-term trend: Average rate of change in performance, per three-year-period			Short-term change in performance (PISA 2015 to PISA 2018)			Top-performing and low-achieving students	
	Reading	Mathematics	Science	Reading	Mathematics	Science	Reading	Mathematics	Science	Share of top performers in at least one subject (Level 5 or 6)	Share of low achievers in all three subjects (below Level 2)
	Mean	Mean	Mean	Score dif.	Score dif.	Score dif.	Score dif.	Score dif.	Score dif.	%	%
OECD average	487	489	489	0	-1	-2	-3	2	-2	15.7	13.4
Italy	476	487	468	0	5	-2	-8	-3	-13	12.1	13.8

Източник: OECD, PISA 2018 Database

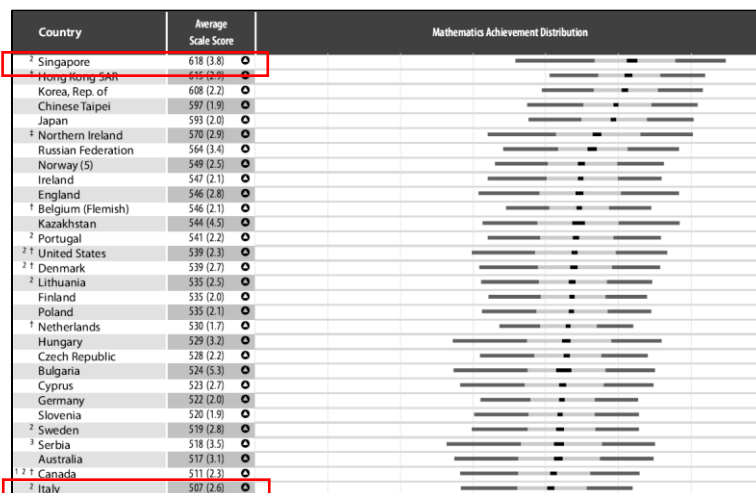
Ако разгледаме резултатите на Италия (487), като отчитаме пола на учениците, наблюдаваме сериозна разлика в полза на момчетата: те постигат среден резултат 494 (с 5 точки повече от средното за ОИСР), а момичетата – едва 479 (което с 10 точки под

средното за ОИСР). Това наблюдение подчертава сложната ситуация в Италия, в която неравенството между половете има силен ефект върху представянето на учениците по математика.

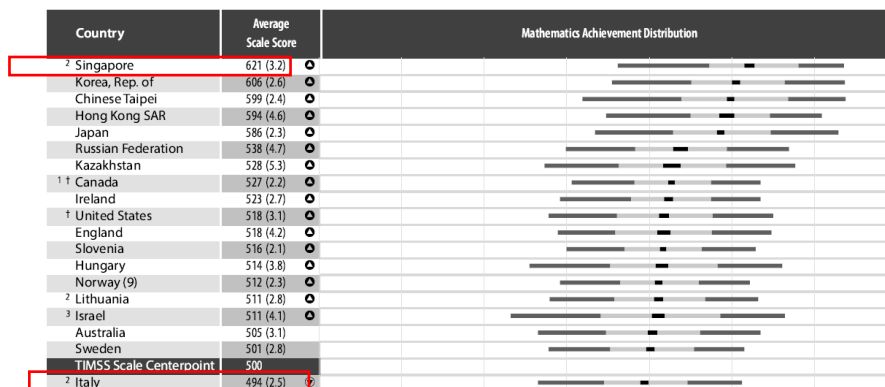
Друго важно международно изследване на уменията по математика и природни науки е TIMSS, подкрепено от Международната асоциация за оценяване на постиженията в образованието (IEA), отчита тенденциите в постиженията на учениците и изучава различията между националните образователни системи в повече от 60 страни. То се провежда на всеки четири години, като обхваща учениците от 4. клас и от 8. клас.

Данните на TIMSS от 2015 г. по математика сочат, че източно-азиатските страни и по-специално Сингапур, са начело на класирането за 4. и 8. клас по математика.

Италия запазва резултатите си по математика от 2011 г. до 2015 г., както за 4., така и за 8. клас, съответно 507 и 494 точки, а страни като Финландия и Германия имат по-ниско средно за 4. клас за същия период. Ако обаче разглеждаме датите само от 2015 г., резултатите в Италия за учениците от 4. и 8. клас са различни (Фигура 1 и Фигура 2):



Фигура 1: Фрагмент от разпределението на резултатите по математика в 4. клас
Източник: IEA's Trends in International Mathematics and Science Study – TIMSS 2015



Фигура 2: Фрагмент от разпределението на резултатите по математика в 8. клас
Източник: IEA's Trends in International Mathematics and Science Study – TIMSS 2015

Фигурите показват, че четвъртокласниците в Италия имат осреднен резултат, който е с 2.6 точки по-висок от центъра на TIMSS-скалата (500), докато осмокласниците са с 2.5 точки по-малко от този център.

За сравнение Сингапур е начело с 618 (+3.8) точки за четвъртокласниците и 621(+3.2) точки за осмокласниците.

Разликата в резултатите между азиатските страни и непосредствено следващите ги страни е 23 точки през 2015 г., запазена от 2011 г. за четвърти клас, докато за осми клас тя е 48 точки (нараснала от 31 точки през 2011 г.)

С няколко изключения като Норвегия, Белгия (за 4. клас), Словения, Унгария (8. клас) на европейските ученици липсват основни ключови компетентности в природните науки и технологиите.

В този контекст повечето министерства на образованието приемат целите и резултатите от въпросните изследвания, като подчертават важноста на това, да се развиват математическите умения на учениците и те да бъдат оценявани посредством национални изпити в края на задължителното образование.

Всъщност, въз основа на последните резултати от изследванията PISA и TIMSS европейските министри си поставят за цел да постигнат среден процент на учениците със затруднения в постигане на четивна, математическа и природонаучна грамотност, по-нисък от 15% в рамките на 2020 г. (секция *News* в сайта на ЕК).

В тази посока са и стратегиите на италианското Министерство на образованието, които са изградени с обединените усилия на правителствени институции, партньори от сферата на висшето образование и други сфери с цели, които надхвърлят представянето на учениците, например:

- Да се стимулира положително отношение към STEM дисциплините;
- Да се повиши обществената осведоменост за науката;
- Да се подобри учебния процес по природни науки в училище;
- Да се повиши интереса на учениците към STEM дисциплините и като следствие – да се засили ориентацията на учениците от горните класове и студентите към професия в STEM областите;
- Да се засилят мерките за равенство между половете в образователните институции и при професиите, свързани със STEM.

Следователно главната цел на образователните политики и на настоящия труд е не само да се повишат резултатите на учениците, но и да се подобри цялостното им представяне, като се почне от внедряване на стратегии и методи, насочени към подобряване на учебния процес по математика и природни науки въз основа както на вътрешни, така и на външни фактори.

2.1.1 Съществени разлики в математическите постижения между западните и източните страни

През 2018 г. учениците, участващи в международното изследване PISA по математика, природни науки и четивна грамотност, дадоха възможност да се сравнят резултатите за 10-годишен период (започвайки от 2009 г.) Начело се оказаха учениците от следните страни: Сингапур със 569 точки над усреднения резултат 489, следван от Хонгконг – Китай (551), Макао – Китай (558), Пекин-Шанхай-Дзянсу-Джедзян (китайски области, участващи в изследването) - (591).

	READING	MATHEMATICS	SCIENCE
B-S-J-Z* (CHINA)	555	591	590
SINGAPORE	549	569	551
MACAO (CHINA)	525	558	544
HONG KONG (CHINA)	524	551	517

Фигура 2: Фрагмент от разпределението на резултатите по четене, математика и природни науки
Източник: OECD Education Statistics: PISA Results -2018

В сравнение с предишните резултати на PISA тези страни потвърждават челните си позиции и отчитат, че няма разлика между представянето на момичетата и момчетата.

В същото време последното представяне на италианските ученици по математика показва негативна тенденция с класирането си на 31-во място с резултат под средния за ОИСР. В други страни също се наблюдава негативна тенденция – дори Финландия, макар да е със среден резултат, по-висок от средния за ОИСР, е на по-ниско място в класацията в сравнение с предишни години.

Интересен фактор, подчертаващ разликата между учениците в западните и източните страни според горните изследвания, е качеството на отношението учител-ученик, анализирано според отговорите на въпроса: *Влияе ли връзката учител-ученик на благосъстоянието на ученика в училище?*

В резултат на това учениците в Белгия, Хонгконг Китай, Япония, Лихтенщайн, Шанхай, Сингапур, Швейцария и Тайпе са постигнали висок резултат (над средния за ОИСР), както и над средните показатели по математика.

Събраните данни показват, че благосъстоянието на учениците и техните училищни постижения са свързани. Всъщност страните (като например Китай), които са на върха на класацията по благосъстояние, са същите, в които учениците получават най-добри резултати по математическа и четивна грамотност.

Резултатите от PISA показват, че положителните и конструктивни отношения между учители и ученици са добра основа за по-добри резултати в математиката. Следователно това може да бъде ключов фактор за насърчаване на социалното и емоционално развитие на учениците в училище.

Сравняването на държави и икономики по два показателя, връзката учител-ученик и математически постижения, показва, че в някои страни, в които развитието на

конкурентна, базирана на знанието глобална икономика е от решаващо значение, като Шанхай, Сингапур, Хонконг и Тайпе, учениците показват високи резултати.

Напротив, страни като Италия, Франция, Унгария, България, Гърция все още са под средното ниво за ОИСР.

Резултатите от PISA през 2015 г. сочат още един релевантен фактор. По-специално, резултатите, свързани с убежденията, ангажираността и мотивацията на учениците по отношение на STEM, говорят за интересни различия между азиатските и някои западни страни, като Италия.

Високите показатели в азиатските страни, напр. Сингапур, отразяват по-позитивен и приобщаващ образ на науката сред учениците. Това насърчава положителното отношение към научна кариера и повишената мотивация за учене.

За разлика от тези страни ниските постижения, например в Италия, са тясно свързани със създаването на негативен стереотип на образа на учените и инженерите, и по-общо – на хората, избиращи такива професии.

Тъй като познанията и разбирането за науката са полезни дори отвъд работата на учените и са необходими за пълноценно участие в научно-технологичен свят, училищните теми по STEM трябва да се преподават чрез внедряване на нови ресурси и методологии за повишаване на интереса и създаване на положителна нагласа на учениците.

2.2 Съществуващи подходи в обучението по математика

Редица национални и международни изследвания съобщават, че учебният процесът по математика става смущаващ, изтощителен и труден за много ученици. Това чувство на дискомфорт се влошава от факта, че на социално ниво хората смятат, че да си добър по математика е синоним на това, да бъдеш умен.

В резултат на това неуспехите в математиката могат да повлияят на самочувствието на ученика. Ако успехът в математиката изисква специални умения, тогава първите неуспехи биха притъпили чувството на по-малките ученици, че могат да се подобрят.

Омагьосаният кръг от неуспехи, ниско самочувствие, намалена мотивация и намалена грижа не може да бъде преодолян без подкрепата на учител, експерт, който може да улесни възстановяването на положителна връзка с математиката в училище.

2.3 Мотивация на учениците при обучението по математика

Около 79% от учениците определят математиката като голяма пречка за учебния им процес. Разкритите трудности често са свързани с това, че този предмет смята за по-абстрактен от останалите. Около 83% от учениците работят с визуална памет. Това означава, че ако можем да си представим урок по история като филм или карикатура, едва ли е възможно да направим същото с урок по математика. Например, урок по неравенства

едва ли може да активира зрителната памет, както прави литературата. Най-много може да стимулира фотографската памет, която е само 7% от визуалната.

Освен това теорията трябва да се научи чрез упражнения за разбиране на процеса на решаване чрез активиране на процедурната памет. Това позволява на учениците да получат умения чрез учене чрез действия.

Учениците често не виждат практическа полза от изучаването на математика, освен ако не изучават конкретни предмети, като икономика, където ползата непосредствено се вижда. Накратко, повечето ученици нямат достатъчно стимули да се интересуват от математика.

Математиката не е сложна сама по себе си, но трябва да се изучава по различен начин от другите дисциплини. Предлаганите подходи за учене обикновено са следните: пълно потапяне, асоциация между изображение и понятие или използване на техники за запаметяване.

В случая на техниките за запаметяване например използването на мнемоника може да помогне на учениците да запомнят формули или демонстрации, като ги разгледат веднъж, защото те стимулират вродените способности на ума на ученика.

Тези методи обаче могат да помогнат на учениците в краткосрочен план, но не изглеждат ефективни, ако мислим за дългосрочно обучение.

Друг въпрос, който може да повлияе на мотивацията на учениците при изучаването на математика, е пряко свързан с процеса на преподаване и учене.

Традиционният стил на преподаване се фокусира повече върху овладяването на съдържанието, отколкото върху развитието на способностите за учене и подобряване на изследователската способност. Основната образователна система е ориентирана към учителя: учителят дава, а учениците получават. Следователно оценката на ученика е свързана с *верен или грешен отговор*. Тази образователна система е фокусирана върху резултатите на учениците и не развива капацитета им за учене през целия живот.

Дидактическите дейности в класната стая могат да се реализират по различни начини от учителите. Например чрез представяне в началото на общи принципи по темата, която ще се изучава, и след това да се остави на учениците да изведат конкретно поведение или напротив, като се започне от явления, частична информация, добре дефинирани известни поведения до изграждане на закони, процеси, съображения и общо поведение. Този начин на действие е част от традиционната методика на преподаване, фокусирана върху дисциплината, знанията и пълнотата на съобщеното съдържание, като се използва дедуктивният режим на обучение.

От друга страна, в контекста на *активното училище* дедуктивното преподаване се заменя с индуктивна модалност, центрирана върху образователния процес на ученика, включващ неговата био-психологическа, социокултурна и ценностна структура.

Следователно факторите, които могат да направят индуктивното преподаване интересно, разглеждат повишеното внимание, отделяно на учениците, по отношение на ефективното обучение, целящо да използва и развие тяхната мотивация.

Според мотивационните теории мотивацията е основен двигател на индивида. Ако хората са водени от сериозна причина, те ще могат: да постигат собствени цели; да развиват положително отношение към работата (ученето) си; да се зареждат с нова енергия, необходима за промяна; да повишават самочувствието си и способностите си; да осъзнават своето лично и професионално развитие, помагайки и на други в този процес. Един от факторите, които повишават мотивацията, е интересът: да се мотивират учениците означава да се предизвика интересът им към дадено изследване чрез процес на търсене и откриване на информация, която ще насърчи самостоятелното учене на учениците.

Смисленото учене има за цел да свърже учебния процес със съответните понятия, които вече субектът притежава, т.е. те съществуват в неговата когнитивната структура. Тази концепция идва от конструктивистката теория на познанието, с други думи, няма знание без процес на смислово изграждане от страна на обучаемия.

Обучаемите конструират своите знания в смислен контекст чрез манипулация на обекта с инструменти и чрез наблюдение и интерпретация на резултатите от своите действия. По този начин смисленото обучение става контекстуализирано и сложно. Учениците учат повече и по-добре, ако се справят с автентични задачи, тясно свързани с реалния свят, където срещат *реални проблеми от ежедневието си*.

Същото се случва, когато ученикът изучава математиката. Хората често забравят, че реалността, както и всички дисциплини, познати на човека, се основават на математически понятия: математически явления може да се намерят у хората, в архитектурата, растенията и животните и като тяхна част тя регулира и характеристиките им.

Въпреки изявеното присъствие на математически понятия в реалността, тяхната връзка не изглежда толкова очевидна по време на учебния процес и често учителите предлагат на учениците твърде теоретичен подход, който обуславя схващането, че математиката е абстрактна и далеч от ежедневието. Това влияе на обучението по математика, което дава по-голямо предимство на способността за съхранение отколкото на тази за решаване на проблеми.

ГЛАВА 3. МЕТОДИ НА ПРЕПОДАВАНЕ И УЧЕНЕ: ТЕКУЩО СЪСТОЯНИЕ

През последните години изследователите идентифицират различни подходи за обучение и преподаване на математика, за да подобрят представянето на учениците. От множество теории и методи разгледахме само онези, които са релевантни на целта на изследването:

- (i) *Кооперативно учене* - метод, включващ ученици, разделени на малки групи, работещи по задание или проект при определени условия. Отнася се за работа, извършена от ученици, създаващи продукт, като например набор от решения на проблеми, лабораторен или докладен проект или дизайн на продукт или процес.
- (ii) *Проблемно-базирано обучение* - метод, целящ научаването да се решават проблеми. Фокусът е върху проблема, който е водещият фактор. Знанието се превръща в средство, а не в крайно постижение, като благоприятства развитието на общи умения от типа на критично мислене и абстрактни разсъждения.
- (iii) *Изследователски подход в математическото образование (ИВМЕ)* – ориентиран към учениците, при което те трябва да наблюдават явления, да задават въпроси, да търсят строго научни начини за отговор, като например провеждане на експерименти, систематично контролиране на променливи, чертане на диаграми, изчисляване, търсене на закономерности и взаимоотношения и формулиране на хипотези и обобщения, тълкуване и оценка на решенията си, ефективно общуване и обсъждане на решенията със съучениците. Основна част от метода на ИВМЕ е виртуалната лаборатория (например GEOMLAND - математическа лаборатория в стил Лого).
- (iv) *Технологично усилено обучение (TEL)* - отнася се до подкрепата на преподаването и ученето чрез използване на технологии. Технологиите могат да се превърнат в значими инструменти за обучение, ако учениците усвоят използването на им; ако се научат да ги използват творчески; да организират и представят това, което знаят и научават; ако създават продукти и решават проблеми, свързани с реалния живот, ако размишляват върху съдържанието и процесите.

Има няколко примера за технологична интеграция в класната стая, като например *сериозна игра, виртуална реалност, добавена реалност, образователна роботика* и, особено за математически теми, *виртуални лаборатории*.

3.1 Западни и Източни (китайски) учебни процеси

Работата на Di Paola B. и Spagnolo F. върху стиловете на обучение по математика, сравняващи италиански и китайски ученици, подчертава как преподаването/учението по математика не може да изключи мултикултурен анализ по отношение на социалните, културните, антропологичните и географските аспекти на учениците.

Това изследване сравнява китайската култура със западната и изследва логическите схеми за аргументация, използвани от учениците от прогимназията и гимназията в задачи за решаване на алгебрични и геометрични задачи.

Според събраните данни за анализ на когнитивните процеси в специфичен математически контекст (напр. аритметика, алгебра), както от китайски, така и от италиански ученици от начални и средни училища, китайските ученици имат силно прагматично и конкретно поведение, изявяващо се в процедурни алгоритмични разсъждения и холистично мислене за кодиране и декодиране на информация в различни ситуации/проблеми. Всъщност, по време на математическата аргументация и предположения, те често показват евристичен подход чрез проби и грешки, насочен към намиране на *основен алгоритъм* като доказателствен инструмент. Същият тип аритметични разсъждения се използват от италианските ученици, но тенденцията е повече към изследване и числени предположения.

За китайските ученици аргументацията и организацията на разсъжденията се осъществяват чрез йерархизацията на моделите на разсъждения, които изглежда не се отнасят до бивалентната логика, а до широко използване на концепцията за променливост.

От друга страна, типичното разсъждение на италианските ученици е аристотелово-евклидово, което е хипотетично-дедуктивно.

Аргументите в процеса на обобщение са свързани с алгоритмично-процедурни разсъждения. Добрите манипулативни умения върху алгебричната символика могат да бъдат резултат от характеристиките на идеографския писмен език, който помага при формализиран контрол на алгебричния синтаксис.

Това показва, че разликата в поведението между учениците от Китай и Италия се дължи най-вече на техните езикови различия. В действителност, при китайските ученици има постоянен баланс между серийно, локално мислене и глобално, холистично мислене, благоприятстващо когнитивните категоризации и обобщения.

В резултат на това конструктивните елементи на китайската идеографска писменост могат да благоприятстват по-лесния достъп до алгебрата.

3.1.1 Сингапурският метод за обучение по математика

През 1980 г. *Институтът за разработване на учебно съдържание (CDI)* създава учебно съдържание по математика за началното училище, по-късно признато като „Сингапурски метод“. Това учебно съдържание се основава на образователни изследвания на Ричард Скемп, Золтан Диенеш и Джером Брунер. Сингапурската математика не е различна математика, тя е просто метод, създаден чрез събиране на учителския опит и добри практики.

Сингапурската математика подпомага учениците да възприемат предмета математика не като набор от произволни правила или процедури, а като предмет, в който се подчертава разбирането на отношенията между частите.

Тази концепция произтича от изследването на Ричард Скемп върху *инструменталното* и *реляционното* обучение, където авторът прави разлика между способността за изпълнение на процедура (*инструментална*) и способността да се обяснява процедурата (*реляционна*). Такова разграничение благоприятства развитието на два съответни метода на обучение – *инструментален* и *реляционен*.

По-подробно основните характеристики на Сингапурския метод са следните:

- (i) Понятието *вариация*: учителят *варира* урока чрез поредица от примери, които се занимават със същия проблем или тема. *Вариацията* може да бъде в смисъл на вариативност при изучаването на конкретно математическо понятие и/или когато понятието е едно и също, но на учениците се представят различни начини за възприемането и представянето му. Крайният резултат от системното включване на вариации на проблема в изучаването на математиката е, че учениците стават по-наясно с това, което учат.
- (ii) Структурата в три фази на учебния процес – първата преминава от осъзнаването на реални обекти (конкретни или базирани на действие – активно представяне), за да продължи след това към изображения – втора фаза (базирана на изображението – иконично представяне) и накрая към символите (абстракция) – трета фаза.
- (iii) Спиралният подход на учебното съдържание, който се гради на идеята, че при преподаването на нови теми постоянното преразглеждане на основните идеи, които са били преподавани преди това, позволява на учениците да активират по-рано формираните нервни пътища. Това от своя страна улеснява по-ефективното разбиране. Следователно не е важно да преподавате една и съща тема отново и отново по същия начин, а да изведете учениците на по-високо ниво като спирала. Приемането на Сингапурския метод насърчава учителя да забави прехода към символи по време на преподавателския процес, с цел да се избегне изграждането на пропаст между етапите на знанието на учениците, водеща до трудности в процеса на усвояване.
- (iv) Преследване на възможно най-добрия резултат, без да се разширява прекомерно броят на понятията, които трябва да бъдат усвоени механично от учениците. Всъщност националните насоки на Сингапур от 2006 г. приканват учителите да развият капацитета на обучаемия в относително ограничен брой умения. Това осигурява по-голямо внимание на качествения аспект над количествения в процеса на преподаване.
- (v) Уменията на ученика се развиват и усъвършенстват чрез проблемно-ориентиран подход, а не само с механичните повторения на упражненията. Проблемно-

ориентираният подход може да влияе положително на когнитивните и емоционалните способности на ученика, да предизвиква вниманието им и да ги включва в решаването на проблема, като ги насърчава да използват ресурсите си и да развиват нови умения.

ГЛАВА 4. РАЗРАБОТКА НА ИЗСЛЕДОВАТЕЛСКИЯ МОДЕЛ (ПОДХОД)

Референтната теоретична рамка на предложението има евристична функция и ориентация към практиката, като позволява насочването на задачите да се изпълнява до постигането на резултатите.

Основният изследователски модел е адаптиран от *Теорията на дидактическите ситуации в математиката*, разработена от Ги Брусо (Guy Brousseau), с цел да се определят условията, при които учащият е насочван как *да прави математика*, как да я използва и как да я открива. Въз основа на конструктивисткия подход Брусо дефинира три ситуации в учебния процес:

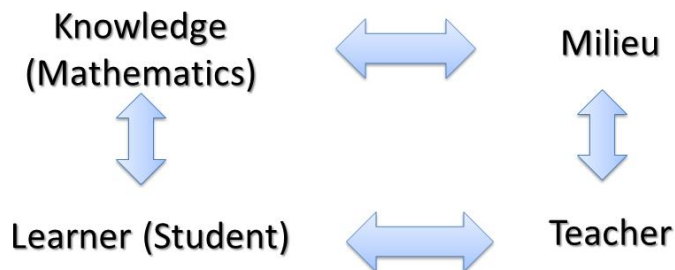
1. *Адидактична ситуация* е контекст, съдържащ всички условия, които позволяват на учениците да установят връзка с конкретни знания, независимо от техния учител. Това означава, че действията и отговорите на учениците зависят от такава връзка с проблема, който трябва да бъде решен, дори ако тази връзка не е толкова явна.

2. *Недидактична ситуация* е контекст, който не е организиран с цел учениците да усвоят специфични знания. Например, всички операции с естествени числа могат да се разглеждат като недидактична ситуация.

3. *Дидактична ситуация* е тази, при която ситуацията е проектирана и добре организирана в полза на знанието. Достатъчно е да се считат за дидактични всички дейности, извършвани в класните стаи, където учителят целенасочено „преподава“, а учениците са принудени да учат

Идентифицираните три ситуации могат да бъдат представени като системи за взаимодействие между един или повече субекти със *среда*, която е контекст или средство. Според теорията за дидактичните ситуации учителите трябва да насърчават у своите ученици *поведение*, при което последните самостоятелно да демонстрират своите знания. Поради тази причина важен елемент е *средата*, която учителите познават добре или са подготвили сами за учениците.

За да синтезира различните ситуации, които се случват, Брусо се позовава на дидактичния четириъгълник, чиите четири върха са съответно *Знание* (в случая *Математика*), *Учител*, *Обучаван* (Ученик) и *Среда* (Фигура 4).



Фигура 3: Дидактичния четириъгълник на Ги Брусо

В тази конструктивистка теоретична рамка решаването на проблеми е основен инструмент за изучаване на математика. Това означава, че необходимостта на ученика да реши проблемна ситуация поражда действие за размисъл, което съответно се превръща в знание. Следователно насърчаването на способността на ученика да решава проблеми може да бъде добро средство за подпомагане на рефлексията и мотивацията на учащия в учебния процес.

Моделът, предложен в дисертационния труд, е резултат от интеграцията на трите вида дидактични ситуации, идентифицирани от Брусо. Следователно ситуацията на учене/преподаване, разработена в съответствие с трите фази на Източния подход (конкретна, изобразителна и абстрактна), бе адидактична, недидактична, дидактична, както следва:

1. *Адидактична*, тъй като учениците изучаваха математически теми, като откриваха, че съществуват различни отношения между математическите понятия (дори да не бяха толкова явни), и като развиваха уменията си за решаване на проблеми, избягвайки запаметяването само на процедури за решение .
2. *Дидактична*, защото за учениците бяха подготвени няколко работни листи преди започване на експерименталната фаза. Те съдържаха инструкции за водене на ученика от конкретната през изобразителната до абстрактната фаза.
3. *Недидактична*, тъй като функцията на учителите бе да посредничат и подпомагат учебния процес, като *впрегнат* творчеството и въображението на своите ученици. Учениците творяха свободно особено когато създаваха произведения на изкуството въз основа на изучаваните математически понятия.

Следователно, преразглеждайки фигурата на *дидактичния четириъгълник* на Ги Брусо (Фигура 4) от гледна точка на предложения модел, изкуството беше идентифицирано като контекст или по-добре като *среда*, която да се използва за постигане на знания.

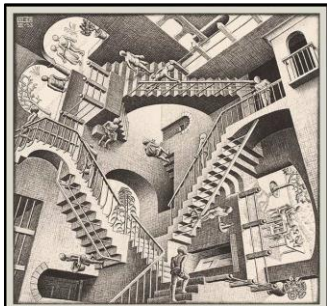
4.1 Изкуството като средство за учене в обучението по математика

Въвеждането на (изобразителното, б. пр.) изкуство в предложения подход помага на учениците да свържат по-добре математиката с реалността и да разберат действителното ѝ приложение в ежедневието.

Както твърдят Щайнер и Шварц, в образованието е необходимо да има инструменти и методологии, които могат да гарантират активно участие и творческо включване на учениците, за да могат те да проверяват взаимовръзката на различни езици, като визуален, сензорен, вербален и невербален. Това благоприятства развитието както на когнитивното, така и на емоционалното измерение.

Художниците от всички епохи са се опитвали да създават творби, които представят хората и измеренията. Но за да го направят по най-добрия начин, те също е трябвало да се посветят на изучаването на геометрията и архитектурата. В произведенията на изкуството

откриваме някои математически понятия като перспектива и пропорция. Един от известните художници, който използва математиката като един от най-важните компоненти в произведенията си, е художникът М. К. Ешер (*Mauritius Cornelius Escher*) 1898-1972). (Фигури 5-6)



Фигура 4: Относителност



Фигура 5: Гравитация

Източник: <http://www.mcescher.com/>

В този контекст изкуството е начин учениците да изразят своята креативност и да намерят хармония в развитието както на когнитивните, така и на емоционалните измерения, но в същото време то се подчинява на математически правила и твърдения. По същия начин математиката реконструира реалността според своите закони, получавайки идеализирана реплика на предмета. Следователно изкуството и математиката са тясно свързани.

Използвайки потенциала на взаимовръзките между математиката и изкуството, учениците могат да открият как математическите закономерности оказват влияние върху различни аспекти на реалността.

4.2 Източен подход за учене: Сингапурският метод

Изследователският подход в дисертационния труд фокусиран върху комбинацията от математически подходи, използвани на Запад и на Изток, между Западните аналитични методи и Източните холистични подходи, а именно Сингапурският метод.

Разглежданата теоретична референтна система може да бъде схематизирана, като се позовава на Аристотел с организирането на бивалентна логика, характеризираща начина на аргументиране в западната култура (и следователно на нашите ученици) и на Конфуций с конфуциански метод на предаване на Дао и книгата *I Ching*.

Както заявява Leung¹: *Аристотел, повече от всеки друг мислител, определя ориентацията и съдържанието на западната интелектуална история. Той е автор на философска и научна система, която през вековете се превръща в опора и средство както за средновековната християнска, така и за ислямската схоластична мисъл: до*

¹ Leung, F. K. S., Graf, K. D., & Lopez-Real, F. J. (Eds.). (2006). *Mathematics education in different cultural traditions-A comparative study of East Asia and the West: The 13th ICMI study* (Vol. 9). Springer Science & Business Media.

края на 17-и век западната култура е била аристотелова. И дори след интелектуалните революции от следващите векове аристотеловите концепции и идеи остават заложенни в западното мислене. Например, Евклидовата геометрия, първият структуриран език в историята на математиката, е модел на аристотеловата двувалентна логика.

Всъщност източните изследователи предпочитат да определят връзките между нещата, например между явления или обекти, следвайки различен подход от аристотеловия, който е хипотетично-дедуктивен.

С други думи, целта е да се благоприятства реляционно мислене, свързано с конкретна аритметична концепция, и да се развият умения за разпознаване на връзките между променливите, за да може да се работи динамично върху тях. Такъв подход на учителя може да насърчи ученика да разпознае по-добре връзката между синтаксиса и семантиката на аритметичните изрази. Например, теорията на елементите се определя въз основа на тяхната функция в дадена ситуация. Това е аналогично на метода, използван най-вече в математиката, според който обектът се определя от връзките му с други обекти.

Следователно резултатите от математическите разсъждения могат да бъдат присъединени към набор от процеси на анализ и синтез, които се развиват през фазите на абстракция и обобщаване чрез т. нар. *вариации*. Освен това наблюдението и разпознаването на инвариантни елементи могат да доведат до обобщения чрез търсене на алгоритмични процедури, обединяващи и контекстуализирани в повече области. Този процес е наречен от някои учители по математика *трилогия за решаване на проблеми*.

В този *независим* от метапознанието процес не се използват дефинициите и моделите на хипотетично-дедуктивно разсъждение. Фокусът е върху способността за рационален преглед на информацията и данните, предоставени от проблемната ситуация; върху категоризацията по отношение на предварително постигнатите знания; върху избора на най-добрите начини за тяхното представяне и върху извличането на конкретни заключения.

По принцип Сингапурският подход се определя като *Конкретно-изобразително-абстрактния подход* (CPA), прилагаш т. нар. *стратегии за конкретно-изобразително-абстрактно* (*Concrete-Representational-Abstract, CRA*). *Конкретната фаза* се отнася до манипулативно преживяване с реални обекти, за да се разбере как работят. По време на *изобразителната фаза* учениците се учат как да превърнат своите знания, придобити чрез реалните обекти, в мисловен образ, в диаграма или рисунка. И накрая, в *абстрактната фаза*, те се учат да използват математически символи (например X за умножение).

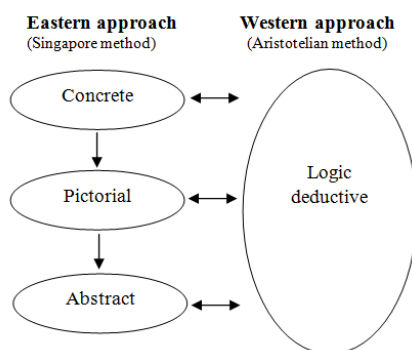
Благодарение на този преход от конкретни предмети, през графични изображения до символи Сингапурският подход предлага редица възможности за изучаване на математически понятия, особено за ученици, които имат затруднения. По този начин учениците имат време да се запознаят с математически понятия, като тестват различни подходи за решаване на подобни проблеми.

Основната характеристика на този подход е използването на стратегии за визуализиране, които се фокусират върху математическите понятия и изключват запаметяването, осъществявано чрез повтарящи се упражнения. Всъщност сингапурските учебници използват много често визуалните средства като *лентови модели*, които са схеми на математически задачи, свързани с основни аритметични операции. Тези инструменти се използват, за да помогнат на по-малките ученици да да избират подходящи аритметични операции за решаване на определен проблем.

Подходът има за цел да научи учениците да представят визуално математически понятия, преди да приложат абстрактни символи като числа и уравнения. Това помага на учениците да установят връзки между изучаваните понятия и да направят обобщения, а не просто да запаметяват несвързани и изолирани факти.

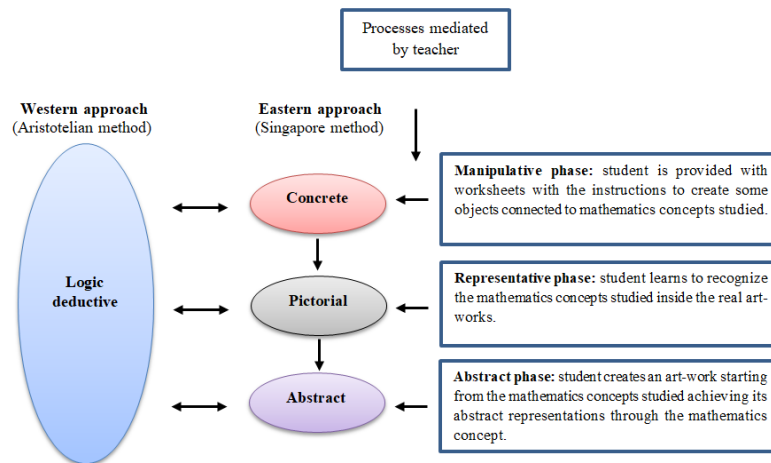
В този контекст учениците преживяват различни видове представяния на едно и също понятие, като намират съответствия и връзки между тези представяния. Тази стъпка помага на учениците да затвърдят разбирането си на концептуално развище.

Вдъхновени от метода на Сингапур, ние комбинирахме трите фази (конкретна, изобразителна и абстрактна) с Аристотеловия метод на дедуктивна логика, използвайки специфичен инструмент — изкуството (Фигура 7).



Фигура 6: Комбинация между Сингапурския метод и Аристотеловия метод

Въвеждането на изкуството като интегратор на Източните и Западните подходи за учене/преподаване води до следната модификация (Фигура 8) на Фигура 7:



Фигура 8: Представяне на Западните и Източните подходи (Сингапурския метод) в съчетание с изкуството

Тази процедура позволява на учениците да работят върху математически проблеми с вариации, основен елемент, използван систематично в китайските методи за обучение по математика. При тези типове задачи имаме постоянен елемент (който може да бъде представен с арабски числа или е основно математическо понятие), а контекстът се променя. Например ученикът може да се научи да разпознава различните симетрии, като работи върху фризове или проектира орнаменти. В този пример симетрията е постоянният елемент, а орнаментът е контекстът, който се променя.

Това позволява на учениците да учат, анализират и да виждат проблема от различни гледни точки. Освен това, като откриват връзките между различните математически проблеми, те не само запомнят процедурата за решаване, но и развиват и укрепват уменията си за решаване на проблеми.

ГЛАВА 5. ЕКСПЕРИМЕНТИРАНЕ И ОЦЕНЯВАНЕ

Предварителната фаза на експеримента включва следните фази:

(i) Определяне на математическите понятия/формули въз основа на учебното съдържание и подбор на произведенията на изкуството, които да бъдат изследвани от учениците. Учителите и докторантът са работили заедно по време на тази задача.

(ii) Разработване на учебни материали, които да се използват по време на експерименталната дейност. По-специално бяха създадени работни листи като насоки, които да предоставят на учителите инструкции за преминаване през трите фази, конкретна, изобразителна и абстрактна. Инструкциите описват използваните материали (като хартия със специфична форма, моливи и цветове) и/или софтуерни приложения (напр. GeoGebra), целта, речника и последователността на дейностите, структурирани на основата на трите фази (конкретна, изобразителна и абстрактна).

Експерименталната фаза, разделена на конкретна, изобразителна и абстрактна, бе ръководена от учители и/или изследовател, които е подкрепяха учебния процес, като представяха всяка фаза и стимулираха учениците с въпроси и наблюдения.

По-точно, тези три фази бяха експериментирани, както следва:

(i) *Конкретна фаза* (Фигура 9) – учениците бяха поканени например да построят някои обекти за изучаване на геометрични фигури (например пентаграма), на симетрията (например фризове и орнаменти) с инструкции (предоставени от учителя или докторанта) и наличното оборудване. Целта беше да се позволи на учениците да направят опит и да се запознаят с дадено математическо понятие, изучавано чрез манипулиране на обекти.

Компютърната ситема GeoGebra беше използвана за тази цел по няколко причини.

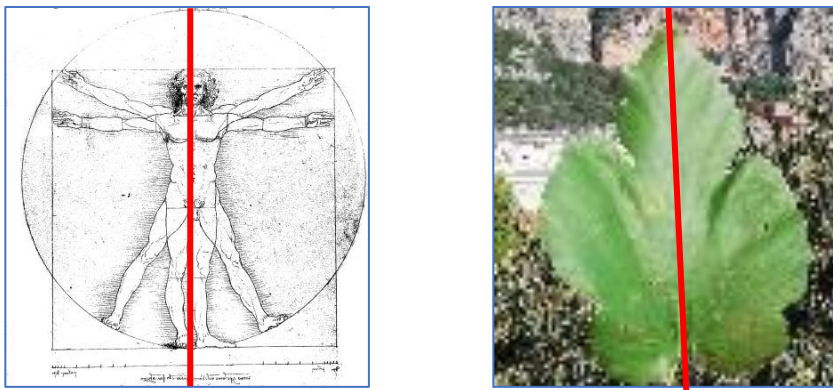
Първо, италианските учители смятат, че GeoGebra е удобна, когато се използва и с понискоквалифицирани по отношение на ИКТ ученици.

Второ, поради предишния опит на учениците със софтуера, те успяха да се концентрират директно върху темата, която трябва да се изследва, без да се притесняват, че трябва да научат нов инструмент.



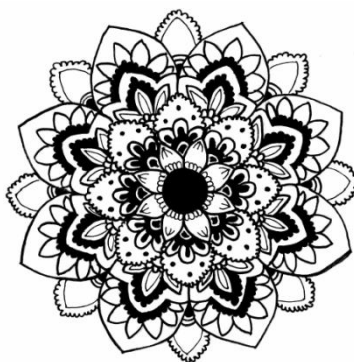
Фигура 9: Експериментално време - конкретна фаза със студенти от Istituto Tecnico Superiore Bianchini в Терачина (Италия).

(ii) *Изобразителна фаза* — учениците започнаха своите изследвания чрез откриването на произведения на изкуството или елементи от заобикалящия ги свят, съдържащи математическото понятие, изучавано в предишната фаза (както индивидуално, така и в екипна работа). Това им помогна да разпознаят едно и също понятие в различен контекст (в различни произведения на изкуството или природата – Фигура 10) и насочи вниманието им към съществуването на различни представяния на математическите понятия.



Фигура 10: Изобразителна фаза - произведение на изкуството и обект от природата, избрани от ученици в Istituto Tecnico Superiore Bianchini в Терачина (Италия) за изследване на симетрията

(iii) *Абстрактна фаза* — учениците бяха поканени да създадат свои произведения на изкуството, като започнат от математическото понятие, изучавано през двете предишни фази, и стигнат до абстрактно негово представяне (Фигура 11)



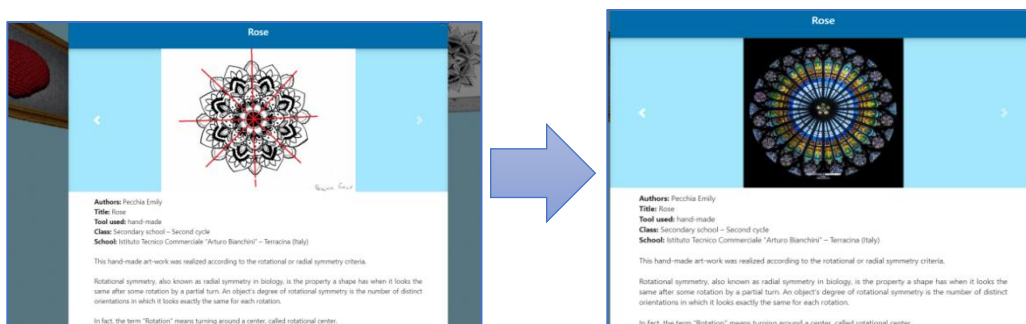
Фигура 11. Абстрактна фаза - произведение на изкуството, реализирано от група ученици от Istituto Tecnico Superiore Bianchini в Терачина (Италия).

(iv) И накрая, част от тези произведения бяха качени в 3D виртуален музей, разработен от *Институт за компютърни науки и управление, Унгарска академия на науките*, в сътрудничество с *Института по математика и информатика при Българската академия на науките*.

Виртуалният музей „Математика и изкуства“ беше реализиран, за да покаже някои от крайните резултати от изследователската работа, по-специално, целите и модела,

предложени чрез показване на структурата и задачите, следвани през трите фази (конкретна-изобразителна-абстрактна) .

Като щракнат върху изложените произведения на изкуството, потребителите могат да получат информация за автора, за създадения обект и връзката му с реалния свят, както и представеното математическо понятие (Фигура 12). Те могат и да стартират видео, показващо реализираните ключови моменти от експерименталната фаза.



Фигура 12: Пример за информационна карта, изготвена за всяко произведение на изкуството, създадено от студенти и публикувано във виртуалния 3D музей.

Фазата на оценяване включваше следните етапи:

(i) Формиране на изследователска извадка – трима учители по математика от прогимназията и гимназията, трима учители по изобразително изкуство и 130 ученици от различни възрасти, 11-13 за първия цикъл и 14-16 – за втория.

(ii) Качествено и количествено събиране на данни – бяха подготвени и използвани различни инструменти за проверка на ефективността и използваемостта на метода - полуструктурирани въпросници и матрица за метода на участие в наблюдението и груповата дискусия.

(iii) Кодирание и обработка на данни – класификация и управление на събраните количествени и качествени данни за да бъдат анализирани въз основа на връзките между намерените променливи.

ГЛАВА 6. ПРЕДСТАВЯНЕ НА РЕЗУЛТАТИТЕ ОТ ИЗСЛЕДВАНЕТО

Пилотната фаза беше осъществена с извадка от около 130 ученици от средното училище на различна възраст, на 11-13 години за първия цикъл (44,62%) и на 14-16 години на втория (55,38%) с 43,1% момчета и 56,9% момичета.

6.1 Първоначалното отношение на учениците към математиката.

Обикновено учениците определят математиката като голямо препятствие по учебния си път, тъй като често разкриваните трудности са свързани с това, че тя се счита за по-абстрактна от останалите дисциплини.

По-специално, 57,70% от учениците заявяват, че основната им трудност при изучаването на математика е, че тя е твърде абстрактна.

Този фактор произтича от различното естество на темите, изучавани в учебното съдържание по математика и/или от метода на преподаване, прилаган в класната стая. Обикновено учителите от първи клас често използват визуални инструменти, за да обяснят на своите ученици научни връзки. Тези методи обаче не винаги работят ефективно, ако вземем предвид разнообразието от предмети, които учениците трябва да изучават в училище. От учениците се очаква да използват различен вид умения и способности, за да научат урока по история, математика или други предмети.

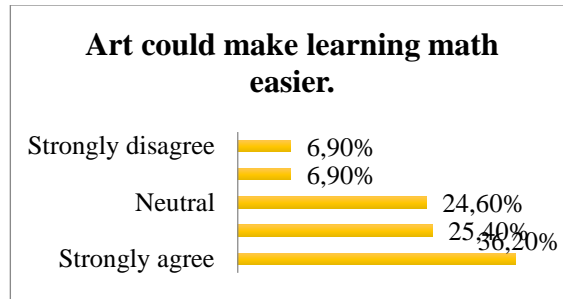
Когато порастват, учениците започват да възприемат математиката като абстрактен предмет и поради тази причина повечето от тях виждат тази дисциплина като нещо далеч от реалността и не лесно приложимо. Те често не виждат практическа бъдеща полза при изучаването на математика, освен ако не изучават специфични предмети, като икономика, където ползата е непосредствена.

6.2 Първоначалното отношение на учениците към математиката, комбинирана с изкуство

Друг релевантен елемент, изследван с първата част на въпросника, е първоначалната способност да се възприемат връзките между математическите понятия и изкуството, (обхващащо не само художествени произведения, но и като реални обекти, които могат да бъдат намерени в природата).

Данните показват, че повечето ученици (82,23%) никога не са мислили, че математиката може да бъде включена в такъв необичаен аспект като „изкуството“. Освен това доста висок процент от учениците (23,80%) заеха неутрална позиция, като подчертаха трудността да видят и разберат връзката между математиката и изкуството.

61,60% от учениците обаче, заинтригувани от този нов опит, изразиха мнение, че изкуството е начин да се улесни изучаването на математика (Фигура 13).



Фигура 13: Изкуството и неговата сила да улесни обучението по математика.

6.3 Отношение и възприятие на учениците за преживяното

След пилотната фазата, втора част от въпросника беше предоставена на учениците. Тук фокусът бе върху разбирането на въздействието на проведения опит върху учениците по отношение на първоначалната мотивация, приложението на технологиите в изучаването на математиката и изкуството като помощен инструмент.

43,85% от учениците бяха много мотивирани и заинтересовани от участието в това ново преживяване, тъй като според обратната връзка те бяха открили нещо *неочаквано*, нещо, за което никога не са мислили. По тази причина любопитството им ги водеше по време на цялото преживяване в сътрудничество с други съученици. Тяхното участие беше самооценено като много добро - 55,38%, защото те участваха активно във всичките три фази, конкретно-изобразително-абстрактно, като гарантираха финализирането на всички задачи, без да стигат до критична ситуация. Това се потвърждава от Въпрос 3.3, който предоставя цялостна преценка за окончателния им опит с 64,62% - *Отличен*, 29,23% - *Много добър* и 6,15% - *Добър*, без никаква отрицателна обратна връзка. Въпреки това, някои ученици, по-специално 4,1% (2,7% - несъгласни и 1,4% - категорично несъгласни) от момичета са имали известни затруднения, главно по време на третата фаза, когато се очаква учениците да създават свои произведения на изкуството. Въз основа на постигнатите резултати изглежда, че на момчетата им е по-удобно да използват креативността си и да бъдат оригинални в създаването на собствени произведения на изкуството (Таблица 3).

Table 2 - Откриване на математиката в изкуството

	Напълно съгласен	Съгласен	Неутрален	Несъгласен	Категорично несъгласен
Не се чувствам комфортно, използвайки този метод.	1 0,77%	1 0,77%	10 7,69%	31 23,85%	87 66,92%
Беше ми лесно да създам произведение на изкуството, използвайки изученото математическо понятие.	61 46,92%	42 32,31%	15 11,54%	8 6,15%	4 3,08%

130 valid cases

(*) Процентното изчисление се прави върху броя единици в отделните подизвадки. Първата подизвадка (11-13 годишни ученици) включва 29 момичета и 29 момчета. Втората подизвадка (ученици на възраст 14-16 години) обхваща 45 момичета и 27 момчета.

Данните, описани по-горе, показват също, че повечето от студентите са се чувствали свободни да проявят творчеството си и да бъдат оригинални в своите произведения на изкуството по време на третата (абстрактна) фаза. Откритата характерна тенденция е в положителното увеличение от първата целева група към втората.

Друг интересен фактор, който трябва да се подчертае, е различното отношение на учениците към погрешното схващане, което младите хора имат към математиката, като я считат за нещо без приложение в реалния живот. В края на експеримента учениците откриха, че математиката е свързана с приложения в реалния живот. В това отношение няма съществена разлика между момичета и момчета.

Сравнявайки събраните отговори, въпреки незначителен процент на *категорично несъгласие* в извадката на момичетата, по-голямата част от анкетираните демонстрират твърдо мнение, че методът им е позволил да разгледат математическите понятия като по-конкретни и приложими към реалността.

Освен това, основното възприятие е, че използването на произведения на изкуството в обучението по математика благоприятства развитието на подобрена учебна среда, позволяваща на учениците да се наслаждават повече на учебния процес в сравнение с традиционните фронтални уроци, благодарение на използването на различни типове езици, като например например визуален, графичен, словесен, невербален и изобразителен.

Table 3 – Изученото съдържание

Що се отнася до изученото ...						
	Напълно несъгласен	Съгласен	Неутрален	Несъгласен	Категорично несъгласен	Не знам
Съдържанието се разбираше лесно	85,38% (111)	7,69% (10)	4,62% (6)	0,00% (0)	2,31% (3)	0,00% (0)
Наученото съдържание ми се струва по-конкретно и практично от преди	86,15% (112)	9,23% (12)	3,08% (4)	0,00% (0)	1,54% (2)	0,00% (0)
Наученото съдържание може да подкрепи моето обучение извън класната стая	60,77% (79)	21,54% (28)	15,38% (20)	0,00% (0)	2,31% (3)	0,00% (0)

130 valid cases

Що се отнася до наученото съдържание, анкетата и упражненията демонстрират, че учениците са развили не само знанията си по математика, но и процеса на разсъждения въз основа на приложимостта, въображението, креативността и уменията за решаване на проблеми. Те се научиха да атакуват математическия проблем от различни гледни точки, благодарение на използването на вариации на задачата.

Всъщност използването на различните произведения на изкуството при изучаването на едно и също математическо понятие им позволява да ги анализират от различна гледна точка и да разсъждават логически в контекста на изучавания проблем. Това означава, че дори произведенията на изкуството да имат различен контекст, математическата концепция зад тези произведения е винаги разпознаваема и става по-лесно приложима в ежедневието, както е показано в Таблица 4.

Качественото проучване показва, че учениците обикновено не са свикнали да работят заедно, а в повечето случаи учат индивидуално.

Следователно този експеримент показва, че работата в екип сред учениците може да бъде по-мотивираща и интересна, а постигнатите резултати - положителни.

Малък процент от 13,85% обаче предпочита първата фаза, където те могат да използват приложения, като GeoGebra, за работа с математически обекти. Причината беше, че учениците можеха да използват технологиите по различен начин - не само като забавление с игри и анимации.

В отговор на въпроса *Коя фаза от дейностите ви хареса най-малко?* 15,50% от учениците посочиха първата фаза (конкретната), адресирана към работа с математически обекти чрез използване на технологичните приложения (срещу 3,10% за втората фаза и

7,75% за третата). Причината беше, че в първата фаза те не се чувстваха свободни да работят творчески по начина, по който го направиха през третата фаза.

И накрая, не всички ученици (7,75%) се чувстват комфортно да създават нещо и да използват креативността си, тъй като често те не са свикнали да продължават сами, без да им е казано точно какво да правят.

6.4 Сравнение на резултатите, получени преди и след експеримента

Сравнявайки резултатите, получени преди и след пилотния опит, отношението на учениците (82,31%) към математиката се промени. Учениците откриха, че различни неща могат да бъдат свързани с изкуството, както и красотата на изкуството може да се извлече от математически понятия и концепции. И все пак 12,31% остават „неутрални“ по отношение на тази дисциплина.

Въпреки това, 91,54% от извадката са съгласни да продължат да използват изкуството в обучението по математика, главно с предложения метод (91,5%).

Всъщност повечето ученици (79,23% срещу 16,92% с неутрална позиция) са съгласни, че методът на преподаване, който обикновено се използва за научните теми, трябва да бъде променен и разнообразен, като се използват както технологиите, така и изкуствата, за да се подчертае реалната приложимост на научните концепции.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Дисертационният труд има за цел да анализира и използва възможността да се намери комбинация между Западните и Източните подходи при преподаването на математика с помощта на изобразителното изкуство. Започвайки от изследване на силните и слабите страни както на Източните, така и на Западните подходи за учене и преподаване, ние създадохме модел, използващ потенциалите на едните и другите, без да пренебрегваме културните различия.

Приехме Сингапурския метод, дефиниран чрез три фази (конкретна, изобразителна, абстрактна), комбиниран със Западния стил на преподаване, прилаган главно в италианските училища.

Сложната комбинация е създадена с помощта на изкуството.

Основният резултат е, че учениците подобриха не само разбирането си на изучаваното математическо съдържание, но развиха креативността си чрез своите произведения на изкуството. Това повиши мотивацията и интереса им към изучаването на математика и значително подобри на финалните им постижения.

Освен това използването на произведения на изкуството в предложения подход за учене и преподаване предлага на учениците начин да излязат извън чистата теория и да приложат своите знания в околния свят.

Нещо повече, изследователската работа, чрез сътрудничеството на учители от различни предмети като изкуство и математика, показва важността на нов интердисциплинарен и мултидисциплинарен подход в учебното съдържание, необходим за подобряване и развитие, в този случай, на математически умения.

За постигане на изследователските цели, описани в тази дипломна работа, предвидените задачи доведоха до следните конкретни резултати (Глава 4, Глава 5):

- Изхождайки от референтната теоретична рамка, описана в „Теорията на дидактическите ситуации в математиката“ на Ги Брусо, проектирахме иновативен модел, като интегрирахме трите фази на Сингапурския метод (конкретна, изобразителна и абстрактна) с изкуството (Глава 3, параграф 3.1 - 3.2)
- Освен това разработихме модел, превърнат в нов дидактически подход, включващ дидактически материали, работни листове и насоки за управление на експерименталната дейност. Целта бе да се валоризират основно уменията за решаване на проблеми, креативността и въображението на учениците, без да се намалява стойността на математическите знания, предвидени за съответната възраст. Документите, подготвени за експерименталната фаза, описват и предлагат (i) работни материали (като хартия със специфична форма, моливи и цветове) и софтуерни приложения (напр. GeoGebra), (ii) целите, (iii) лексиката, (iv)

последователността на дейностите, структурирана на базата на трите фази (конкретна, изобразителна и абстрактна), които трябва да се извършат (Глава 4).

- Приложихме предложения модел и подход в средни училища в Италия. За целта определихме референтната извадка и проектирахме инструментите за оценка и валидиране, за да проверим нейната ефективност и ефективност. Това ни позволи да достигнем до обсъжданите резултати (Глава 4, параграф 4.2 - 4.3 - 4.4)
- Разработихме 3D виртуален музей „Математика и изкуства“ в сътрудничество с Института за компютърни науки и управление, Унгарската академия на науките, и Института по математика и информатика при Българската академия на науките, показващ произведенията на изкуството, реализирани от някои ученици по време на експерименталната фаза; реалните обекти и математическите понятия, които те са посочили; видеото, описващо основните фази на предложения подход (Глава 4, параграф 4.1)

При изпълнението на Задача 1 (Проучване на проблема):

- анализирахме съществуващите практики на училищните подходи за обучение по математика в началния и средния курс, като сравнихме подходите за учене и преподаване, в контекста на Източните (Сингапурския метод) и Западните методологии (Глава 2, параграф 2.3 - 2.4)
- проучихме релевантните фактори като настоящата педагогика по математическо образование въз основа на съответната библиография, достъпна в публичната база данни и специализирани библиотеки. (Глава 1, Глава 2, параграф 2.1 - 2.3 - 2.4)
- анализирахме отношението на учениците и учителите към въвеждането на иновации в училище и в подходите за обучение и преподаване (Глава 5).

При изпълнението на Задача 2 (Разработване на изследователски подход за преподаване / учене в съчетание с изкуствата) ние (с прякото участие на учителите):

- анализирахме темите от учебното съдържание по математика, за да дефинираме понятието „математизация“ по отношение на знанията, уменията и отношението на учениците (Глава 1, Глава 3, параграф 3.2.1)
- подбрахме математическите упражнения и понятия, както и произведения на изкуството за експерименталните дейности с учениците (Глава 4)
- подготвихме работни листове и насоки за експерименталната дейност в класа. (Глава 3, параграф 3.2.1 - 3.2.2, глава 4)
- дефинирахме основните елементи, които трябва да се извършат през експерименталната фаза, по отношение на референтната извадка (учители и ученици) и инструменти за събиране на данни (както качествени, така и количествени) (Глава 4, параграф 4.2 - 4.3 - 4.4)

При изпълнението на Задача 3 (Експериментална фаза)(Глава 4):

- организирахме първоначалните срещи с учители и ученици, за да покажем различни видове реални връзки между художественото изразяване/творба и математически закономерности.
- разработихме първия въпросник и предварително избраните упражнения по математика.
- проведохме експериментални дейности в италиански средни училища с участието на учители и ученици.
- организирахме заключителни срещи, за да могат учениците да покажат своите произведения (във всяка фаза), да съберем качествени и количествени данни за техните отзиви и да представим колекция от математическите упражнения, свързани с изучаваната тема.

При изпълнението на Задача 4 (Обработка на данни и оценка на постигнатите резултати) обработихме данните и оценихме предложения модел (Глава 5).

ПРИНОСИ

Най-важните приноси на дисертационния труд са следните:

- Разработени са модел и рамка, комбиниращи Западни и Източни (Сингапурския) подходи за преподаване и учене посредством изкуството: (i) основните Западни подходи за учене и преподаване (със специален фокус върху използваните в италианските училища) като изследователския подход, работата в екип, решаването на проблеми, използването на технологиите (например виртуални математически лаборатории, сериозните игри, виртуалната реалност, добавената реалност, образователната роботика); (ii) анализирани са основните характеристики на Източните учебни процеси със специално внимание към китайските методи и култура; (iii) основните характеристики на Сингапурския метод са изследвани и използвани в часовете по математика (учене/преподаване); (iv) изследвани са съществуващите връзки между математиката и изобразителното изкуство.
- Референтната теоретична рамка (описана в *Теорията на дидактическите ситуации в математиката* от Ги Брусо) е адаптирана за разработката на иновативен дидактически модел чрез интегриране на трите фази на Сингапурския метод (конкретна, изобразителна и абстрактна) с изкуството.
- Разработени са дидактически материали като работни листове и насоки за работа през трите фази по време на експерименталната дейност в класовете. Целта беше да се предостави на учителите и учениците ясна информация за (i) материалите (като хартия със специфична форма, моливи и цветове) и софтуерните приложения (напр. GeoGebra), които да се използват; (ii) целите, (iii) лексиката, (iv) последователността на дейностите, структурирана въз основа на трите фази (конкретна, изобразителна и абстрактна).
- Предложеният модел и подход са внедрени в няколко средни училища в Италия чрез включване на учители по математика и изкуства: 130 ученици в средни училища на различна възраст, на 11-13 години за първия цикъл и на 14-16 години за втория. Анализирани са ефективността на предложения подход и релевантността на постигнатите резултати.
- Разработен е 3D виртуален музей „Математика и изкуства“ в сътрудничество с Института за компютърни науки и управление, Унгарската академия на науките, и Института по математика и информатика при Българската академия на науките, показващ крайните резултати от изследователската работа. Също така в 3D виртуалния музей е включено видео, обобщаващо извършените дейности.

РАЗПРОСТРАНЕНИЕ НА РЕЗУЛТАТИТЕ И БЪДЕЩА РАБОТА

Рамката, представена в предложения дисертационен труд, е използвана в рамките на проект Еразъм +. 2018-1-FI01-KA201-047215 - G.A. STEM - *Enhancing STEM skills through arts and mini-games*, целящ да се развият STEM умения при ученици на възраст 13-16 години с използването на технологии. По-специално, въпросният проект вдъхнови идеята за дисертацията по отношение на връзката между математическото образование и изобразителното изкуство.

Освен това части от работата, извършена във връзка с дисертационния труд, са публикувани в няколко списания и доклади на конференции (вж. *Списъка на авторските публикации, свързани с тематиката на дисертационния труд*): International Education Conference Proceedings - EDULEARN 2017 (Barcelona, Spain, 2017); Central Bohemia University International Conference Proceedings – CBU 2017 (Prague, Czech Republic, 2017); Digital Presentation and Preservation of Cultural and Scientific Heritage—DiPP2017 (Burgas, Bulgaria, 2017); 12th International Technology, Education and Development Conference Proceedings, INTED2018, Valencia, Spain, 2018); Digital Presentation and Preservation of Cultural and Scientific Heritage—DiPP2018 (Burgas, Bulgaria, 2018); Technology, Education, Management Journal (TEM 2019); Digital Presentation and Preservation of Cultural and Scientific Heritage—DiPP2019 (Burgas, Bulgaria, 2019); 12th annual International Conference of Education, Research and Innovation – ICERI2019 (Seville, Spain, 2019).

Резултатите, получени по време на работата по дисертацията, ни дават основание да смятаме, че изследването може да бъде разширено и доразвито в следните области:

- Теоретична насока: 1) Разширяване/адаптиране на разработения подход към други природонаучни предмети, като физика. 2) Разширяване/адаптиране на модела чрез интегриране на изкуства и природонаучни дисциплини с проектиране на концептуална идея за мини игра (G.A. STEM Project).
- Приложна-практическа насока: Внедряване и експериментиране с друг софтуер (освен GeoGebra) в първата (изобразителната) фаза; Разширение на 3D виртуалния музей „Математика и изкуства“ чрез добавяне на още теми и упражнения

СПИСЪК НА АВТОРСКИТЕ ПУБЛИКАЦИИ, СВЪРЗАНИ С ТЕМАТИКАТА НА ДИСЕРТАЦИОННИЯ ТРУД

2017 г.

1. **Tramonti, M.**, Mathematics Education Reinforced through Innovative Learning Processes. Proceedings of the 9th International Conference on Education and New Learning Technologies, Barcelona, Spain, 2017, ISBN:978-84-697-3777-4, ISSN:2340-1117, DOI:10.21125/edulearn.2017.0744, 9279-9284, Available at: <https://library.iated.org/view/TRAMONTI2017MAM> (indexed in Web of Science)
Note: published
2. **Tramonti, M.**, Paneva-Marinova, D., Pavlov, R., Math and Art Convergence for Education. Proceedings of CBU International Conference on Innovation in Science and Education, Prague, Czech Republic, 2017, ISSN:1805-997X, Online ISSN 1805-996, DOI:10.12955/cbup.v5.1037, 851-854, Available at: <http://ojs.journals.cz/index.php/CBUIC/article/view/1037/pdf> (indexed in Web of Science)
Note: published
3. **Tramonti, M.**, Reinforcing Learning Setting through the Use of Digital Tools. Digital Presentation and Preservation of Cultural and Scientific Heritage. DiPP2017 Conference Proceedings, 7, 2017, ISSN:1314-4006, 159-167, Available at: http://dipp.math.bas.bg/images/2017/159-168_9_707_fDiPP2017-2_Tramonti.pdf (indexed in Scopus)
Note: published

2018 г.

4. **Tramonti, M.**, Paneva-Marinova, D., Towards Improving Math Understanding Using Digital Art Library as a Source of Knowledge. Proceedings of the 12th annual International Technology, Education and Development Conference (IATED2018), Valencia, Spain, 2018, ISBN:978-84-697-9480-7, ISSN:2340-1079, DOI:10.21125/inted.2018.0517, 2751-2756, Available at: <https://library.iated.org/view/TRAMONTI2018TOW> (indexed in Web of Science)
Note: published

5. **Tramonti, M.**, Technology and Art to Improve Mathematics Learning. Proceedings of the 12th annual International Technology, Education and Development Conference (IATED2018), Valencia, Spain, 2018, ISBN:978-84-697-9480-7, ISSN:2340-1079, DOI:10.21125/inted.2018.0254, 1492-1497, Available at: <https://library.iated.org/view/TRAMONTI2018TEC> (indexed in Web of Science)
Note: published

2019 г.

6. **Tramonti, M.**, Paneva-Marinova, D., Maths, Art and Technology: a Combination for an Effective Study. TEM Journal, 8, 1, 2019, ISSN:2217-8309, DOI: 10.18421/TEM81-11, 82-86. SJR (Scopus):0.167,
Available at: http://www.temjournal.com/content/81/TEMJournalFebruary2019_82_86.html (indexed in Scopus and Web of Science)
Note: published
7. **Tramonti, M.**, Art and Science: Combining Learning Tool. Digital Presentation and Preservation of Cultural and Scientific Heritage, DiPP2019 Conference Proceedings, 9, 2019, ISSN:1314-4006, 145-152, Available at: http://dipp.math.bas.bg/images/2019/145-152_8_2.7_fDiPP2019-09_f_v.1.F_20190908.pdf (indexed in Scopus and Web of Science)
Note: published
8. **Tramonti, M.**, Mathematics and Science Study through the Arts. Proceedings of the 12th annual International Conference of Education, Research and Innovation (ICERI2019), Seville, Spain, 2019, ISBN:978-84-09-14755-7, ISSN:2340-1095, DOI:10.21125/iceri.2019.0518 1837-1842
Note: published

СПИСЪК НА ЦИТИРАНИЯ

Tramonti, M., Mathematics Education Reinforced through Innovative Learning Processes. Proceedings of the 9th International Conference on Education and New Learning Technologies, Barcelona, Spain, 2017, ISBN:978-84-697-3777-4, ISSN:2340-1117, DOI:10.21125/edulearn.2017.0744, 9279-9284,

Citation (1):

Bawa, S. K., Kaushal, R., & Dhillon, J. K. (2020). Unification of Multimedia with Techniques of Art and Vedic Aphorisms for Development of Mathematical Skills: A Study of Indian and UK School Students.

Tramonti, M., Paneva-Marinova, D., Pavlov, R., Math and Art Convergence for Education. Proceedings of CBU International Conference on Innovation in Science and Education, Prague, Czech Republic, 2017, ISSN:1805-997X, Online ISSN 1805-996, DOI:10.12955/cbup.v5.1037, 851-854.

Citation (2):

Sabev, N., Georgieva-Tsaneva, G., & Bogdanova, G. (2018, September). Creating a Software System with Functionality to Help Make it Accessible for People with a Visual Deficit. In *CBU International Conference Proceedings* (Vol. 6, pp. 734-738).

Sabev, N., Bogdanova, G., & Hristov, P. (2019, September). Interactive System For Digital Presentation Of Cultural Routes And Specialized Collections. In *CBU International Conference Proceedings* (Vol. 7, pp. 996-1000).

Tramonti, M., Technology and Art to Improve Mathematics Learning. Proceedings of the 12th annual International Technology, Education and Development Conference (IATED2018), Valencia, Spain, 2018, ISBN:978-84-697-9480-7, ISSN:2340-1079, DOI:10.21125/inted.2018.0254, 1492-1497,

Citation (1):

Bawa, S. K., Kaushal, R., & Dhillon, J. K. (2020). Unification of Multimedia with Techniques of Art and Vedic Aphorisms for Development of Mathematical Skills: A Study of Indian and UK School Students.

Tramonti, M., Paneva-Marinova, D., Maths, Art and Technology: a Combination for an Effective Study. TEM Journal, 8, 1, 2019, ISSN:2217-8309, DOI: 10.18421/TEM81-11, 82-86. SJR (Scopus):0.167.

Citation (1):

Georgieva-Tsaneva, G. N. (2019). Innovative Methods in Medical Education in Bulgaria: Video Materials and Serious Games. *International Journal of Emerging Technologies in Learning (iJET)*, 14(16), 165-171.

Tramonti, M., Reinforcing Learning Setting through the Use of Digital Tools. Digital Presentation and Preservation of Cultural and Scientific Heritage. DiPP2017 Conference Proceedings, 7, 2017, ISSN:1314-4006, 159-167.

Citation (1):

Dochshanov A. M. (2018) Multidisciplinary Roadmap for STEM education: a case study. Conference: 12th Annual International Technology, Education and Development Conference, pages: 2278-2282 - INT