

**РУСЕНСКИ УНИВЕРСИТЕТ „АНГЕЛ КЪНЧЕВ“
ФАКУЛТЕТ ПРИРОДНИ НАУКИ И ОБРАЗОВАНИЕ
КАТЕДРА МАТЕМАТИКА**

МАГДАЛЕНА МЕТОДИЕВА ПЕТКОВА

ДИСЕРТАЦИОНЕН ТРУД

на тема:

**ПЕДАГОГИЧЕСКИ ТЕХНОЛОГИИ
ЗА ИНТЕГРИРАНЕ НА GEOGEBRA
ПРИЛОЖЕНИЯ В ОБУЧЕНИЕТО
ПО ГЕОМЕТРИЯ**

за присъждане на образователната и научна степен „доктор“
в Област на висшето образование: *1. Педагогически науки*
Професионално направление: *1.3 Педагогика на обучението по...*
Научна специалност: *Методика на обучението по математика*

Научен ръководител:
доц. д-р ЕМИЛИЯ АНГЕЛОВА ВЕЛИКОВА

Русе, 2016 г.

Съдържание

ИЗПОЛЗВАНИ СЪКРАЩЕНИЯ И АБРЕВИАТУРИ.....	5
ВЪВЕДЕНИЕ.....	6
Актуалност на проблема	6
Параметри на дисертационния труд	9

ГЛАВА ПЪРВА

ТЕОРЕТИЧНИ ОСНОВИ НА ИЗСЛЕДВАНЕТО

1.1. СЪЩНОСТ НА ПОНЯТИЕТО <i>ТЕХНОЛОГИЯ</i>.....	13
1.2. <i>ТЕХНОЛОГИЧНИЯТ ПОДХОД</i> В ОБРАЗОВАНИЕТО И В ОБУЧЕНИЕТО	16
1.3. СЪЩНОСТ НА ПОНЯТИЕТО <i>ОБРАЗОВАТЕЛНА ТЕХНОЛОГИЯ</i>	18
1.4. <i>ОБЩОПЕДАГОГИЧЕСКИ ТЕХНОЛОГИИ</i>.....	23
1.4.1. Същност на <i>общопедагогическите технологии</i>	23
1.4.2. Понятието <i>педагогическа технология</i>	27
1.4.3. Класификации на <i>педагогическите технологии</i>	32
1.4.4. <i>Авторска педагогическа технология</i>	35
1.4.5. <i>Педагогическа технология на проблемно обучение</i>	37
1.4.6. <i>Педагогическа технология на проектно-базирано обучение</i>	39
1.4.7. <i>Педагогическа технология на основа на съвременни ИКТ</i>	42
1.4.8. Създаване и оценяване на <i>педагогически технологии</i>	43
1.5. ИНТЕГРИРАНЕ НА ТЕХНОЛОГИИ В ОБРАЗОВАНИЕТО	45
1.6. ТЕХНОЛОГИИ В ОБУЧЕНИЕТО ПО МАТЕМАТИКА.....	49
1.7. КРИТЕРИИ ЗА ИЗБОР НА СОФТУЕРНИ ТЕХНОЛОГИИ.....	52
1.8. КАЧЕСТВА НА GEOGEBRA ЗА ОБУЧЕНИЕТО ПО МАТЕМАТИКА	55
1.9. ФОРМИРАНЕ И РАЗВИВАНЕ НА <i>КОМПЕТЕНТНОСТИ</i> В УЧЕБНО- ПОЗНАВАТЕЛНАТА ДЕЙНОСТ.....	58
1.9.1. Понятията <i>знания, умения и компетентности</i>	58
1.9.2. Условия за формиране и развиване на <i>компетентности</i> в учебно-познавателната дейност.....	62
Изводи от ГЛАВА ПЪРВА.....	67

ГЛАВА ВТОРА

МЕТОДОЛОГИЯ И МЕТОДИКА НА ИЗСЛЕДВАНЕТО

2.1. ПАРАМЕТРИ НА ДИСЕРТАЦИОННИЯ ТРУД	68
2.2. КОНЦЕПТУАЛЕН МОДЕЛ НА ИЗСЛЕДВАНЕТО	70
2.2.1. Обща структура на концептуалния модел	70
2.2.2. Модел на авторски педагогически технологии	71
2.2.3. Дидактически инструментариум	83
2.3. МЕТОДИКА НА ИЗСЛЕДВАНЕТО	111
2.3.1. Етапи и организация на изследователския процес	111
2.3.2. Пилотно изследване	113
2.3.3. Формиране на извадка и групи за изследване. Диагностична технология	115
2.3.4. Техническа GeoGebra подготовка	118
2.3.5. Изследователски инструментариум	118
2.3.6. Методика на експеримента	122
2.3.7. Методи на изследване	124
Изводи от ГЛАВА ВТОРА	125

ГЛАВА ТРЕТА

АНАЛИЗ НА ЕКСПЕРИМЕНТАЛНИ РЕЗУЛТАТИ ОТ ИЗСЛЕДВАНЕТО

3.1. СТАТИСТИЧЕСКА МЕТОДОЛОГИЯ.....	126
3.2. АНАЛИЗ ЗА НАДЕЖНОСТ НА ИЗСЛЕДОВАТЕЛСКИЯ ИНСТРУМЕНТАРИУМ.....	128
3.2.1. Надеждност и динамика на <i>формирането на компетентности за интегриране на GeoGebra приложения в задачи по геометрия.....</i>	129
3.2.2. Надеждност и динамика на <i>формирането на компетентности за интегриране на GeoGebra приложения в тема по геометрия</i>	134
3.2.3. Надеждност и динамика на <i>развиването на компетентности за представяне на тема по геометрия.....</i>	140

3.3. АНАЛИЗ НА ЕКСПЕРИМЕНТАЛНИТЕ РЕЗУЛТАТИ ПРИ <i>ОСНОВЕН</i>	
<i>ЕКСПЕРИМЕНТАЛЕН ПЛАН С ДВЕ ГРУПИ</i>.....	143
3.3.1. <i>Основен експериментален план с две групи</i>	143
3.3.2. Анализ на контрастите на експерименталната група с контролната група	151
3.3.3. Анализ на контрастите между експериментите.....	157
3.4. АНАЛИЗ НА ЕКСПЕРИМЕНТАЛНИТЕ РЕЗУЛТАТИ ПРИ <i>ПЛАН НА СОЛОМОН С</i>	
<i>ЧЕТИРИ ГРУПИ</i>.....	161
3.4.1. <i>План на Соломон с четири групи</i>	161
3.4.2. Анализ на контрастите на експерименталните с контролните групи	168
3.5. КАЧЕСТВЕН АНАЛИЗ НА РЕЗУЛТАТИТЕ	170
ИЗВОДИ ОТ ГЛАВА ТРЕТА	174
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	176
Изводи	176
Перспективи за бъдещо приложение на дисертационния труд	177
Приноси	179
Публикации към дисертационния труд	180
Граф на връзките между публикациите и приносите на дисертационния труд	180
Граф на връзките между публикациите и съдържанието на дисертационния труд	181
Благодарности.....	181
ЛИТЕРАТУРА.....	182
СПИСЪК НА ТАБЛИЦИТЕ	199
СПИСЪК НА ФИГУРИТЕ.....	200
ПРИЛОЖЕНИЯ.....	205

Използвани съкращения и абривиатури

АЕСТ	Association for Educational Communications and Technology
ANOVA	Analysis of variance
CAS	Computer algebra system
DGS	Dynamic geometry system
GPCM	Generalized Partial Credit Model
IEA	International Association for the Evaluation of Educational Achievement
IPSC	Institute for Prospective Technological Studies
IRT	Item Response Theory
ISTE	International Society for Technology in Education
ITEA	International Technology and Education Association
ITEEA	International Technology and Engineering Educators Association
ML	Maximum Likelihood
OECD	Organization for Economic Co-operation and Development
PCK	Pedagogical content knowledge
PIRLS	Progress in International Reading Literacy Study
PISA	Programme for International Student Assessment
SAMR model	Substitution, Augmentation, Modification, Redefinition model
TALIS	Teaching and Learning International Survey
TIMSS	Trends in International Mathematics and Science Study
TPACK	Technological, pedagogical, and content knowledge
UNESCO	United Nations Educational, Scientific and Cultural Organization
ЕК	Европейска комисия
ЕС	Европейски съюз
ИКТ	Информационни и комуникационни технологии
МОН	Министерство на образованието и науката
РБ	Република България
ЦКОКУО	Център за контрол и оценка на качеството на училищното образование

Въведение

Актуалност на проблема

Основен проблем на професионално-педагогическата подготовка на бъдещите учители

Бързото развитие на технологиите и необходимостта от прилагането им в образованието детерминира дискусии на политически, социално-обществени и икономически нива относно:

- ◆ *новите стратегии и техники, които да гарантират адаптиране на обучаващите към новите технологични среди;*
- ◆ *обществените очаквания към образованието за подготовка на ...личности със социални умения за комуникация, представяне, критично мислене, работа в екип, бързо учене; работа с информация (А. Кръстева, 2013, с. 96); многозадачност, нелинейно визуално мислене (А. Иванова и др, 2009, с. 16);*
- ◆ *обучение през целия живот (Р. Пейчева-Форсайт, 2010, с. 3);*
- ◆ *професионално-компетентностно развитие на педагогическите кадри (Р. Василева-Иванова, 2014);*
- ◆ *обучението на студентите - бъдещите учители по математика - като например, полярното отношение към иновациите в процеса, практическата подготовка, състоянието на частните дидактики, различия в разбирането на целите и ценностите на образованието (П. Петров, 2013, с. 38);*
- ◆ *влaдееене на умения за ползване на дигитални информационни технологии и компютърна грамотност (М. McCrindle, 2009, 2006, с. 35-72; М. Prensky, 2001).*

Целите на висшето образование са насочени към създаването на компетентни специалисти за пазара на труда, които са лесно приспособими към технологично променящото се информационно общество. Това изисква търсене на нови педагогически технологии и методи на обучение на бъдещите учители, които, от една страна, са разработени върху основата на ИКТ, и от друга страна, подпомагат професионално-педагогическото развитие на студентите - усвояването на знания, формирането и развиването на умения и компетентности за иновативно използване на ИКТ. Този извод относно нуждите на образованието на бъдещите педагогически кадри се потвърждава от изследването върху креативното учене и иновативното преподаване на групата философи Р. Кашия, А. Ферари, К. Ала-Митка и Я. Пуние (R. Sachia и др, 2010, с. 51).

Международна образователна политика

Основният проблем, който трябва да бъде решен в международен план, е формулиран в доклада *Ускоряване конвергенцията на България: Предизвикателства пред повишаването на производителността (Част II)*, Сектор *Намаляване на бедността и икономическо управление в Европа и Централна Азия* на Световната банка (Световната банка, 2007, с. 82): *ориентиране на училищното образование към стимулиране на мисленето и независимостта, формиране на практически умения и изграждане на личността.*

Широкообхватното научно изследване върху проблемите на образованието, проведено по *Програмата за международно оценяване на учениците PISA (Programme for International Student Assessment)* и *Международното изследване за преподаване и учене TALIS (Teaching and Learning International Survey)*, представявани от *Организацията за икономическо сътрудничество и развитие (Organization for Economic Cooperation and Development, OECD)*, определят ниска степен на овладените знания и прилагането им в житейски ситуации по предметите четене, математика и природни науки в много държави (включително България). Двете изследвания установяват липсата на квалифицирани учители, които да отговарят професионално на нуждите на съвременния образователен пазар като основен фактор, който затруднява учебния процес.

Международната асоциация за оценяване на образователните постижения IEA (International Association for the Evaluation of Educational Achievement) обхваща два центъра под общото наименование *TIMSS & PIRLS (TIMSS, PIRLS)*: центъра за *Международно изследване на уменията по математика и природни науки на учениците TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study)* и центъра за *Международно изследване на уменията за четене на учениците PIRLS (Progress in International Reading Literacy Study)*. Първия център цели да изяснява ефектите от образователната политика и практика в образователните системи на държавите от асоциацията (Банков, Христова, Анализ на постиженията на учениците по математика, 2012, с. 42). Изследванията им са насочени основно към подпомагане и подобряване процесите на преподаването и ученето и обхваща ученици, учители по математика, учители по природни науки и директори на училища. В другия се обръща внимание на детската грамотност и се оценяват различията в образователните системи в различните държави. Целта на тези изследвания е да се усъвършенства процеса на обучение по четене, което да способства за постигане на по-добри резултати на обучаваните.

Европейска образователна политика

В резултат на много научни изследвания (например, *Институтът за перспективни технологични изследвания, Institute for Prospective Technological Studies, IPTS на Европейската комисия, 2009 г. и 2010 г.*) и с цел задоволяване нуждите на образователния пазар на труда от компетентни специалисти, Европейският парламент и Съветът на Европейските общности създадоха *Европейска квалификационна рамка за учене през целия живот (ЕК, 2009, с. 3)*, като база за създаване на национални квалификационни рамки, които

определят образователните нива на знания, умения и компетентности, придобити в рамките на различни видове образование и учене, както и квалификации, придобити в рамките на първоначално и продължаващо образование и разглеждат обучението, като инструмент за насърчаване на ученето през целия живот. Развиването и признаването на квалификацията имат решаващо значение за конкурентоспособността, индивидуалното развитие, заетостта и социалното сближаване. Те се подпомагат чрез международната мобилност на трудещите се и съдействат на търсенето и предлагането на европейския пазар на труда (ЕК, 2009, с. 5).

Стратегията за интелигентен, устойчив и приобщаващ растеж Европа 2020 (ЕК, 2010), която съответства на *eLearning Action Plan 1* (Commission of the European Communities, 2001), подпомага преодоляването на проблемите на образованието, икономически проблеми и проблеми, породени от развитието на информационно-комуникационните технологии.

Национална образователна политика

Министерството на образованието и науката на РБ (МОН) провежда регулярни проучвания (държавното обслужващо научно-информационно звено *Център за контрол и оценка на качеството на училищното образование* (ЦКОКУО) и *Фондация Заедно в час*) на нагласите към процеса на учене, съдържанието и методите на преподаване и учене, постиженията на обучаваните, успеваемостта на обучавашите да предизвикат интерес и да мотивират учещите за учебно-познавателна дейност (К. Банков, М. Христова, *Анализ на постиженията на учениците по математика*, 2012, с. 6).

С цел развитие на средното образование и повишаване на конкурентоспособността на българската икономика е създадена *Национална стратегия за въвеждане на ИКТ в българските училища* (РБ, 2009).

Конвергентната програма на Република България 2014 – 2017 г. (РБ, 2014а, с. 34) на *Министерството на финансите* финансира структурни мерки за развитие на образованието в държавните висши училища в зависимост от качеството на обучението и съответствието му с потребностите на пазара на труда. Тя обхваща модернизирани на образователната система, подобряване на материалната база, управление на качеството, младежките дейности, творчеството и иновациите, ориентирани към личността (РБ, 2014а, с. 5), обвързване на образованието с бизнеса, въвеждане на електронно обучение, развитие и стимулиране на педагогическите кадри и други (РБ, 2014а, с. 34).

Анализа на Съвета на ЕС (ЕС, 2014) за състоянието на образованието в България в изпълнение на *Националната програма за реформи на България за 2014 г.* и *Конвергентната програма на България*, включва препоръки, свързани с образователната политика на България:

- ◆ приемане на Закона за училищното образование;
- ◆ реформи в областта на професионалното и висшето образование с цел увеличаване нивото и адекватността на уменията, придобити на всички образователни равнища;
- ◆ насърчаване партньорствата между образователните институции и деловите среди с оглед резултатите да отговарят по-добре на потребностите на пазара на труда;

- ◆ повишаване качеството на институциите за професионално образование и обучение;
- ◆ подобряване достъпа до учене през целия живот.

В резултат на разработената *Стратегия за интелигентен, устойчив и приобщаващ растеж Европа 2020* (ЕК, 2010), МОН разработва национална образователна политика за *осигуряване на образована, високо квалифицирана, адаптивна, мобилна и отговаряща на нуждите на пазара на труда работна сила* (РБ, 2014с, с. 12), отразени в следните документи:

- ◆ *Националната програма за развитие: България 2020* (РБ, 2014с);
- ◆ Националната програма за развитие на образованието, науката и младежките политики в Република България 2009 – 2013 г. на МОМН;
- ◆ Националната програма за реформи на Република България 2011 – 2015 г.;
- ◆ Националната програма „Квалификация“ (РБ, 2013);
- ◆ Оперативна програма Наука и образование за интелигентен растеж 2014 – 2020 г. (РБ, 2014d).

Основните тенденции в процесите на общественото развитие и съпътстващите ги проблеми са определящи при разработката на концепции и ръководни документи, формиращи стратегии и тактики за управление при настъпването на новата информационна ера (С. Денчев, 2008, с. 3).

Резултатите от многобройните научни изследвания потвърждават като основен актуален проблем, отразен в образователните политики на България, Европа и в международен план, необходимостта от създаване на нови и трансфер на съществуващи педагогически технологии и методи на обучение, базирани на ИКТ, за ефективна професионално-педагогическа компетентностна подготовка на бъдещите учители по математика и информатика с цел задоволяване нуждите на съвременния образователен пазар от компетентни педагогически специалисти.

На решаването и преодоляването на гореспоменатите проблеми е посветен настоящият дисертационен труд.

Параметри на дисертационния труд

Обект на изследване са педагогическите технологии в учебно-познавателната дейност.

Предмет на изследването са закономерностите на целенасоченото прилагане на педагогически технологии за формиране и развиване на компетентности за интегриране на GeoGebra приложения в самостоятелно разработени теми от училищния курс по геометрия.

Основната цел на дисертационното изследване е създаване и апробиране на педагогически технологии в обучението на студенти, бъдещи учители по математика и информатика, по дисциплината *Училищен курс по геометрия за формиране и развиване на компетентности за интегриране и представяне на GeoGebra приложения* в самостоятелно разработени теми по геометрия.

Целите на дисертационния труд са:

Научно-приложни цели:

- ◆ Синтезиране на научни проблеми и изграждане на теоретична постановка на дисертационния труд в педагого-психологически и педагого-технологичен план.
- ◆ Проучване на качествата на различни видове *педагогически технологии* и подходите за тяхното създаване и прилагане за повишаване ефективността от обучението.
- ◆ Анализирание на възможностите за интегриране на технологии и на мултиплатформата GeoGebra за ефективно обучение по математика и определяне на критерии за тяхното оценяване.
- ◆ Проучване на условията за формиране и развиване на *компетентности* в учебно-познавателната дейност.

Приложни цели:

- ◆ Създаване на *авторски педагогически технологии* за формиране и развиване на компетентности за интегриране и представяне на GeoGebra приложения в самостоятелно разработени теми от училищния курс по геометрия.
- ◆ Осъществяване на психолого-педагогическо експериментално изследване на учебно-познавателната дейност на студенти, бъдещи учители по математика и информатика, по дисциплината *Училищен курс по геометрия*, за оценяване на възможностите на създадените *педагогически технологии за формиране и развиване на компетентности за интегриране и представяне на GeoGebra приложения* в самостоятелно разработени теми.

За осъществяване на поставените цели са формулирани актуални задачи:

Задачи с теоретико-изследователски характер:

- ◆ Да се проучат научната литература и резултатите от експериментални изследвания в научните области методика на обучението по математика, информатика, педагогика, психология, математика, философия.
- ◆ Да се формулират теоретични психолого-педагогически и експериментални актуални проблеми в областта на дисертационния труд.
- ◆ Да се изследват закономерностите на релациите и използването в теоретико-приложен аспект на педагогически, математически, технологически, методически, психологически и други научни понятия в контекста на дисертационното изследване.
- ◆ Да се проучат основните видове, качества и възможности за създаване и използване на *педагогически технологии*, които да изпълняват конкретни образователни и възпитателни цели.
- ◆ Да се изследват възможностите за интегриране на технологиите в образованието.
- ◆ Да се анализира ролята на интегрирането на технологиите в обучението по математика.
- ◆ Да се определят критериите за оценяване на софтуерни технологии, подходящи за интегриране в обучението по математика.

- ◆ Да се анализират качествата и техническите характеристики на мултиплатформата GeoGebra за ефективно обучение по математика.
- ◆ Да се проучи съдържанието на понятията *знания, умения, компетентност* и условията за *формиране, развиване и оценяване на компетентностите* в учебно-познавателната дейност.

Задачи с приложен и експериментален характер:

- ◆ Да се анализират резултатите от проучване мнението на преподаватели върху полезността от използване на специализиран геометричен софтуер GeoGebra в обучението по геометрия и да се анализират резултатите от оценяването на GeoGebra за осъществяване на психолого-педагогическо изследване.
- ◆ Да се разработи и апробира модел на обучение за изучаване възможностите на GeoGebra за създаване на геометрични конструкции в обучението на студенти по дисциплината *Математически софтуер*. Да се анализират резултатите от пилотното изследване.
- ◆ На база анализа на резултатите от пилотното изследване, да се разработят *педагогически технологии* за обучение на студенти, бъдещи учители по математика и информатика, по:
 - интегриране на GeoGebra приложения в задачи от училищния курс по геометрия;
 - интегриране на GeoGebra приложения в самостоятелно разработване на теми по геометрия;
 - представяне на самостоятелно разработените теми;с които се постигат конкретни образователни цели.
- ◆ Да се разработи система от критерии, параметри, индикатори и оценъчни скали за измерване на изследваните характеристики: *компетентностите за интегриране и представяне на GeoGebra приложения в самостоятелно разработени теми по геометрия*.
- ◆ Да се апробират създадените *авторски педагогически технологии* в обучението на студенти, бъдещи учители по математика и информатика, по дисциплината *Училищен курс по геометрия*.
- ◆ Да се анализират експерименталните резултати и се установят съществуващи релации и степени на формиране и развиване на изследваните характеристики.
- ◆ Да се приложат подходящи и разнообразни статистически методи за анализ на експерименталните резултати и се установят качествата на изследователския инструментариум, значими релации и степени на формиране и развитие на изследваните характеристики.

Хипотеза: Целенасоченото прилагане на *авторски педагогически технологии* в обучението на студенти, бъдещи учители по математика и информатика, по дисциплината *Училищен курс по геометрия*, формира и развива *компетентности за интегриране и представяне на GeoGebra приложения* в самостоятелно разработени теми от училищния курс по геометрия.

Основният изследователски метод е психолого-педагогически експеримент, който включва прилагането на няколко авторски педагогически технологии.

Други методи на научното изследването са:

- ◆ *методи за теоретичен анализ и синтез на специализирана научна литература и електронни източници за очертаване на теоретичните ориентири, концепцията и изследователските полета на дисертационното изследване;*
- ◆ *наблюдение* – помощен метод при провеждане на дидактическия обучаващ експеримент за фиксиране на данните в диагностичните протоколи, подготвени върху основата на създадената система от критерии, параметри, индикатори и оценъчни скали;
- ◆ *самостоятелна работа* – метод за събиране на емпиричен материал при индивидуална работа;
- ◆ *пилотно изследване;*
- ◆ *анкета* – проучване на необходимостта и възможностите за интегриране на софтуера GeoGebra в учебно-познавателната дейност по математика;
- ◆ *анализ качествата на продуктите от дейността на обучаваните;*
- ◆ *математико-статистически методи за изследване качествата на изследователския инструментариум и анализ на резултатите от психолого-педагогическия експеримент: анализ за надеждност на изследователския инструментариум, дисперсионен анализ за повтарящи се измервания, дисперсионен анализ (2x2 ANOVA), тест на Стюдънт за независими извадки, тест на Ман-Уитни, тест на Стюдънт за зависими извадки.*
- ◆ *методи за графична интерпретация на получените резултати – таблици, фигури, диаграми.*

ГЛАВА ПЪРВА

ТЕОРЕТИЧНИ ОСНОВИ НА ИЗСЛЕДВАНЕТО

1.1. Същност на понятието *технология*

Понятието *технология* е словосъчетание от:

- ◆ гръцките думи *τέχνη* (techo) – изкуство, майсторство, умение и *λόγος* (logos) – знание, наука, изучаване (Н. Маслева, 2001);
- ◆ латинските думи *techno* (techo) – мога и *logus* (logos) – наука (М. Войнов, А. Милев, 1990).

Дефиницията на понятието *технология* се променя през годините на базата на обществените нужди:

- ◆ *технологията е наука за различните физически, химически и други методи за обработка или преработка на суровини, полуфабрикати, изделия, за оръжията и средствата за тая обработка, за необходимата енергия, за човешката работна сила и други* (М. Филипова-Байрова и др, 1982, с. 857);
- ◆ *технологията е съвкупност от последователни операции на производствен процес, включително указанията и средствата за извършването им* (Г. Пашова и др, 2001);
- ◆ *технологията, освен набор от техники и методи за получаване, обработка или преработка на суровини, полуготови продукти или изделия, е научна дисциплина, която развива и усъвършенства тези техники и методи; описание на производствените процеси, инструкции при тяхното изпълнение и технологични правила, изисквания, карти, графики и други* (О. Владимиров, А. Пархоменко, 2012);
- ◆ *технологията е (Merriam-webster dictionary):*
 - *използване на науката в индустрията, инженерството и други области за изобретяване на полезни неща или за решаване на проблеми;*
 - *машина, част от оборудване, метод и други, която е създадена от технология.*

Технологията се дефинира още като използване на ноу-хау и творчески процес, който помага на хората да използват средствата, ресурсите и системите за решаване на проблеми и повишаване контрола върху естествената и изкуствената среда, съобразно с потребността за

подобряване на човешките условия на живот (UNESCO, 1986, цит. по П. Радев и др, 2007, с. 400).

Е. Савич и Л. Стери (E. Savage, L. Sterry, 1990) дефинират *технологията* като *единно цяло от знания и системно приложение на ресурси за създаване на резултат, който отговаря на човешките потребности и желания.*

Дж. Галбрайт (J. Galbraith, 2007, с. 31) определя понятието *технология* като *системно приложение на науката или всяко друго познание, ориентирано към и организирано от практически задачи.*

След анализ на научна литература В. Писаренко (2012, с. 241) обобщава, че *технологията е дейност, която максимално отразява обективните закони на предметната област и поради това осигурява най-важните за тези условия резултати, отговарящи на целите.*

Д. Павлов (2001, с. 26) отбелязва, че *всяка дейност, насочена към постигане на конкретен резултат в процеса на формиране и развитие на човека и има технологичен характер, може да се нарече един или друг вид технология.*

Други дефиниции на понятието *технология* са например (В. Чупрасова, 2000, с. 4):

- ◆ *технически метод* за постигане на практически цели;
- ◆ *набор от методи*, използвани за получаване на елементите, необходими за човешкото съществуване;
- ◆ *набор от процедури и методи* на човешката дейност;
- ◆ *инструменти*, използвани за моделиране поведението на човека.

Технологията е система от логически, последователни, паралелни и смесени (последователно–паралелни) дейности, насочени към постигане на *конкретен резултат*. Тя се характеризира с качества като *резултатност, оптимално качество и ефективност*. Като научно материално понятие *технологията* отразява технологичен процес, цикъл, механизми, подходи и средства за дейност, а от областта на идеалното се разглежда като динамична, обогатена или актуална хипотеза, теория, прогноза, принцип или концепция (Д. Павлов, 2001, с. 9–10; М. Петкова, Е. Великова, 2014, с. 58, 2014).

Технологията включва *конкретна цел*, която зависи от *входни условия* и точно определени параметри на *необходимите ресурси*. Изпълнението на избраната технология гарантира висока степен на сигурност за достигане до желан краен резултат с предварително определени приемливи отклонения. Неизпълнението или нарушаването на технологията, почти винаги води до несъответствия с желаната крайна цел или до значителен преразход на ресурси (Д. Павлов, 2001, с. 10). Разработването на конкретна технология налага проучване факторите на влияние върху качеството на крайния резултат.

З. Дечев (2012, с. 29) твърди, че *технологията съдържа обосновани начини и средства за преобразуване на действителността.*

Технологичната структура обхваща взаимосвързаните елементи (Речник на българския език. Т. 11 (О), 2002, Речник на българския език. Т. 13 (Поен – Прелестно), 2008; М. Петкова, Е. Великова, 2014, с. 58):

- ◆ *процедури* (латински произход от *prosedo*) - ред от действия при вършене на нещо цялостно или едно от действията в цялостен цикъл;
- ◆ *операции* - поредица от последователни действия при изпълнението на някаква задача, обединени от обща цел и насоченост към определен обект; отделна част, етап от цялостен технологичен или производствен процес;
- ◆ *стъпки* - конкретни действия (Д. Павлов, 2001), които са минималният структурен елемент на операциите.

Като процес *технологията* се характеризира с три функции (Е. Леванова, Т. Пушкарева, 2015, с. 242):

- ◆ разделяне на процеса на взаимосвързани етапи;
- ◆ координиране и поетапно реализиране на действия, насочени към постигането на конкретен резултат;
- ◆ недвусмислено изпълнение на процедурите и операциите, включени в технологията.

Технологиите са връзката между знанията и практиката. Смисълът на успешното изучаване, разработване и изследване на определена технология изисква *посока на действие* от общото към конкретното и обратно, *технологична подготовка* и *технологично мислене*.

Технологичната подготовка е от съществено значение за формирането и развиването на компетентности на личността за ориентация и адаптация, за учене през целия живот и други. Тя се явява необходимост в контекста на бързите темпове на съвременните технологични промени. Една от целите на изучаването на технологиите е развиване на *технологично мислене* (Д. Павлов, 2001, с. 10–11).

Технологичното мислене се дефинира като умение да се разчленява всеки процес на необходимите стъпки, операции и процедури, да се разбира неговата вътрешна логика и върху тази основа да се търсят обективни решения за оптимизиране на даден процес (Л. Андрейчин и др, 1994). Негови елементи са (Ю. Хотунцев и др, 2012, с. 11; Я. Чуб, 2012, с. 30):

- ◆ откриване и анализиране на проблемни ситуации и свързаните с тях противоречия;
- ◆ определяне и формулиране на конкретен проблем;
- ◆ търсене на възможни варианти за решаването му в конкретните условия и променящата се действителност;
- ◆ избиране и построяване на схеми за изпълнение и реализация.

Класификациите на технологиите, прилагани в сферата на образованието, се основават на (Д. Павлов, 2001, с. 23–26):

- ◆ *процеса на обучение* – педагогически технологии, дидактически технологии, технологии за преподаване, технологии за учене;
- ◆ използваните образователни елементи, като:
 - *образователни техники* – алгоритмична технология, технология на проектите, програмирана технология, технология на поощренията;
 - *форми на учебна работа* – технология на груповото обучение, кооперативни технологии, екипни технологии;

- *методи на обучение* – дискуссионни технологии, игрови технологии, театрални технологии, демонстрационни технологии, ситуационни технологии, евристични технологии, рефлексивни технологии и т. н.;
- *аудио-визуални средства* - софтуерни технологии, компютърни технологии, Интернет технологии, мултимедийни технологии, телевизионни технологии, м-технологии, електронни, дистанционни технологии.

К. Чолаков, Г. Герджиков (1995, с. 11–12) конкретизират, че използваните *технологии* в областите *педагогика* и *дидактика*, се означават още като *технология на обучението*, *технология на възпитанието*, *технология на образованието* и други.

В съвременната педагогика се обсъжда проблемът за диференциране на понятията *технология* и *методика*. В. Писаренко (2012, с. 242–243) описва две от съществуващите в научната литература мнения:

- ◆ *технологията* като форма на прилагане на *методиката*;
- ◆ *технологията* като по-широко понятие от *методиката*.

Той допълва, че в зависимост от нивото на своята *инструменталност* (*преработване и алгоритмизация на конкретни действия, започващи с поставянето на цели, определени етапи, стъпки, операции, водещи до постигане на целта*), всяка дидактическа система може да действа като *технология* (при високи нива на инструменталност) или като *методика* (при ниски нива на инструменталност). Това свойство осигурява възможност за възпроизводимост на технологията и гарантира достигане до крайния резултат.

Следователно, технологията може да се трансферира във всяка научна област и да доведе до постигане на резултати, съответни на обществените потребности.

В контекста на дисертационното изследване, понятието технология е учебно-познавателна дейност, насочена към постигане на конкретни образователни резултати в процеса на формиране и развиване качествата на личността на обучавания, която има технологичен характер и изисква технологична подготовка и технологично мислене.

1.2. Технологичният подход в образованието и в обучението

Възникването на образованието се асоциира, от една страна, с обществената нужда от *предаването на социален опит и знания* на поколенията, от друга страна, с *целенасоченото и ускорено интелектуално и личностно развитие* на човека, винаги устремено към *новото, неизвестното, различното бъдеще* (Д. Павлов, 2001, с. 20). Философът Джон Дюи (J. Dewey) смята образованието за *процес на формиране на основни интелектуални и емоционални нагласи по отношение на природата и другите хора* (П. Кинг, 2007, с. 143). П. Кинг (2007, с. 143) приема, че *образованието не трябва да бъде механично наизустяване на сухи факти, а трябва да се стреми да изгради по-добри хора, по-добри граждани, като развива техните умения и способности.*

Историята показва, че развитието на образователните технологии въздейства върху развитието на образованието. Първоначално, терминът *образователна технология* обхваща *механизация на образователния процес*. През втората половина на XX век и началото на XXI век се осъзнава необходимостта от *технологизация (стриктно придържане към последователността на етапите на иновациите и съдържанието* (И. Дерновский, 2004)) на процесите на обучение, възпитание и управление.

Масовото разработване и прилагане на образователни технологии през 50-те години на XX век е свързано главно с появата на *технологичния подход* в американското, а след това и в европейското образование.

Технологичният подход, по дефиниция на UNESCO (1984), е *системен метод за създаване, разгръщане, както и определяне на цялостния процес на преподаване и учене, като се вземат под внимание техническите и човешките ресурси, както и тяхното взаимодействие, което се концентрира върху оптимизацията на формите на обучение*.

Друга дефиниция на *технологичният подход* е *научно и практически обоснована система от дейности, използвана от човека за преобразуване на обкръжаващата среда, производството на материали или духовните ценности* (Е. Леванова, Т. Пушкарева, 2015).

Съвременната педагогическа практика все по-убедително потвърждава необходимостта от прилагането на технологичен подход в образованието (Н. Ганчев, И. Иванов, 1993, с. 3).

Г. Селевко (2006а, с. 15) отбелязва, че *технологичните подходи* в образованието не са универсални, а по скоро, допълват научните области педагогика, психология, социология, социална педагогика и други.

М. Кларин (1984) стига до извода, че до средата на 50-те години на XX век опитите за *технологизиране* на учебния процес са насочени към използването на различни технически средства за обучение и са предпоставка за появата на *технологичния подход* в управлението на учебния процес. Той разграничава алгоритмичен цикъл от три основни етапа на учебния процес, конструиран в условията на *технологичния подход* (М. Петкова, Е. Великова, 2014, с. 59):

- ◆ определяне на общи и специфични учебни цели, диагностициране степента на овладените знания и формираните и развити компетенции и умения на обучаваните;
- ◆ организация на обучението в съответствие с планираните цели;
- ◆ оценка на резултатите.

Г. Селевко (2006b, с. 10) отбелязва дефиницията на японския педагог Т. Саканато за *технологичния подход* като *въвеждане на систематичен начин на мислене в педагогиката*.

Съвременната педагогическа практика потвърждава необходимостта от *прилагането на технологичния подход* в обучението (Н. Ганчев, И. Иванов, 1993, с. 3), защото този подход може да осигури нови възможности за (Г. Селевко, 2006а, с. 14–15):

- ◆ прогнозиране на резултатите от управлението на педагогическите процеси с висока степен на сигурност;
- ◆ поставяне на научна основа на анализа и организацията на учебната дейност;

- ◆ избиране на ефективни модели за решаване на образователни, социални и възпитателни проблеми по разнообразни начини;
- ◆ развитие на личността на обучавания и на обучаващия;
- ◆ намаляване неблагоприятния ефект от конкретни обстоятелства;
- ◆ оптимално използване на ресурсите;
- ◆ създаване на нови технологии.

М. Кларин (2003, с. 4) определя основната цел на *технологичния подход* в обучението: *изграждане на учебния процес върху обществения ред, образователното ориентиране, целите и съдържанието на обучението.*

Следователно, технологичният подход в образованието и в обучението осигурява прецизно управление на учебната дейност за осъществяване на ефективен педагогически процес. Той съответства на определена образователна или педагогическа технология и прилагането му е важна част от теоретичните постановки и успешните практики на съвременната педагогика.

1.3. Същност на понятието *образователна технология*

В началото на 60-те години на миналия век се обособяват промени, които оформят различия между *технологиите*, използвани в сферата на образованието.

Образователната технология започва да се разработва като *теория* през 1963 г. и се оформя като *научна област* през 1972 г. (А. Januszewski, К. Persichitte, 2008, с. 273). *Асоциацията за образователни комуникации и технологии* (Association for Educational Communications and Technology, АЕСТ (1977, с. 1)) я дефинира като *процес* през 1977 г.

Философите П. Алло и др. систематизират *основните причини за възникването на образователните технологии* (Р. Allo и др, 2012, с. 67):

- ◆ еволюционното развитие на информационните средства;
- ◆ информационната революция;
- ◆ ключовите промени в образованието.

Етапите в еволюционното развитие на информационните средства са изобразени на Фигура 1 (М. Петкова, Е. Великова, 2014, с. 60).



Фигура 1. Етапи в еволюционното развитие на информационните средства

Понятието *информационна революция* е въведено от А. Тофлер (A. Toffler, 1980): *радикална промяна в инструменталната база, начините за създаване, предаване и съхраняване на информацията, достъпна до активната част от населението* (P. Allo и др, 2012, с. 67). Той определя аграрната, индустриалната и информационна революции (*Интернет ера*), а М. Хендерсон (M. Henderson, 2010), последовател на А. Тофлер, определя четвъртата *революция на околната среда на 21 век* (*the 21st Century Environmental Revolution*).

В книгата *Педагогические технологии на основе информационно-коммуникационных средств*, Г. Селевко (2006b, с. 60–64) описва три информационни революции:

- ◆ *Първа информационна революция*, 1798 – 1976 г, от механичната технология до електрическата технология (Фигура 1, №2, №3);
- ◆ *Втората информационна революция*, 1976 – 1983 г, от електронната до компютърната технологии (Фигура 1, № 4, № 5);
- ◆ *Третата информационна революция*, 1983 г, от мрежовата технология (*Интернет период* или *глобален свят*) (Фигура 1, № 6).

Ключовите промени в образованието, въздействали върху възникването на *образователните технологии*, са (Y. Singh и др, 2008, с. 1–3):

- ◆ пренасочената отговорност за образоването на младежите от родителите към учителите и от дома към училището;
- ◆ приемането на писменото слово като инструмент на образованието;
- ◆ изобретяването на печатната преса и книгата;
- ◆ появата на електрониката и развитието на комуникациите.

Качествата на съвременното образование, определени от А. Колинс, Р. Халверсон (A. Collins, R. Halverson, 2009) чрез развитието на дигиталните технологии, са:

- ◆ насочване на *учебното съдържание* към формиране и развиване на основни умения за решаване на проблеми, за комуникация и за намиране на образователни ресурси;
- ◆ промяна в основните цели на *педагогиката* - от практическо решаване на проблеми към дидактика на взаимодействието;
- ◆ *оценяване* в компютърна среда, което подпомага обучаващия при изпълнение на задачите и при определяне степента на достигане на поставените цели;
- ◆ създаване на възможности за обучение на хора от *различни и отдалечени места* с леснодостъпни материали;
- ◆ *общуване и взаимодействие* на обучавания с компютърни системи, които са чувствителни към неговите действия, а не към неговата личност;
- ◆ създаване на смесени възрастови *взаимоотношения*; съвместна работа лице в лице или в изолация в компютърните среди и глобалната мрежа.

Дефинирането на понятията *образователна технология*, *педагогическа технология*, *технология в образованието* и *технология на образованието* включва собствена йерархия на целите, задачите и съдържанието (И. Дерновский, 2004).

Различията между понятията *образователни технологии*, *технологии на образованието* и *технологии в образованието* са анализирани от много изследователи (С. Singh, 2006; J. Aggarwal, 2009; J. Spector, 2012; K. Sampath, 2001; R. Sharma, S. Chandra, 2003; S. Mangal, U. Mangal, 2009; Y. Singh и др, 2008).

А. Янушевски, К. Персикатти (А. Januszewski, К. Persichitte, 2008, с. 259) дефинират понятието *образователна технология* върху основата на развитието на технологиите като *изучаване и етична практика за улесняване на живота и подобряване на работата чрез създаване, използване и управление на подходящи технологични процеси и ресурси*.

Образователната технология се дефинира още като *знание за вземане на научнообосновани педагогически решения за подготовка, осъществяване и оценка на процеса на обучение, реализиращ се чрез разнообразни методи, форми и средства, и имащ за цел повишаване на ефективността на преподаването и ученето* (М. Великова, цит. по Д. Павлов (Ed.), 1997).

П. Радев и др. (2007, с. 401–402) очертават *образователните технологии* като *многогранна интегрална, интелектуална и прагматично-праксеологична област за премахване на разделението между науките на образованието и образователните практики, чиято същност се изразява в следното:*

- ◆ *конкретна методологическа позиция на учителя, която обединява неговата професионална, образователна и възпитателна компетентност с постиженията на някои психологически науки, някои направления в социологията, информатиката и информационните технологии, праксеологията и ергономията за постигане и оценяване на конкретните образователни и развиващи цели;*
- ◆ *кодифицирано, възпроизводимо и надеждно използване на хуманни и изкуствени средства и ресурси за ефективно реализиране на преподаването и ученето в тяхната взаимна връзка, за достигане и оценяване на качествени образователни резултати.*

Под *образователни технологии* В. Терзиева, П. Кадемова-Кацарова (V. Terzieva, P. Kademova-Katzarova, 2013, с. 238) разбират комбинацията от *технически средства, чрез които се подпомага процеса на преподаване и учене, и педагогически обосновани решения за избор, формиране и прилагане на последователност от методи, похвати, форми и средства за обучение, които да осигуряват постигането на зададените образователни цели, в съответствие с конкретната обучаваща среда и спецификите на учащите*. М. Михова (2003, с. 17–19) заключава, че *образователната технология обединява различни технологии – обучаващи, възпитателни, учебни, управленски и други, с цел вземане на научнообосновани педагогически решения за подготовката, осъществяването и оценяването на образованието*.

В книгата *Essentials of Educational Technology, 2E* Дж. Аггауал (J. Aggarwal, 2009, с. 5–7) събира двадесет и четири дефиниции от различни автори на понятието *образователна технология*, от 70-те и 80-те години на ХХ век:

- ◆ *приложно или практическо обучение, което има за цел максимализиране на образователни ефекти чрез контролиране на приложими факти, образователни цели, учебно съдържание, учебни материали, образователни методи, образователна среда,*

поведението на обучаваните, поведението на обучаващите и взаимоотношения между тях от T. Sakanato, 1971;

- ◆ *създаване, прилагане и оценка на системи, техники и помощни средства за подобряване на процеса на обучение от National Council of Educational Technology, U.K, 1979.*

Образователната технология преди се е отнасяла до въвеждането на компютри и други технологии в класната стая (H. Wenglinsky, 1998). Нейното съвременно съдържание не се свежда само до технически постижения, които имат приложен характер в образованието. Тя се свързва още с психическите и педагогически теории за ученето и преподаването, както и с технологични и педагогически способности на обучаващия за организирането на ефективен образователен процес.

Принципната роля на образователната технология е повишаване ефективността на образователния процес (М. Михова, 2003, с. 17–19).

Изборът на подход за използване на образователни технологии - хардуерен, софтуерен, системен (A. Lumsdaine, 1964), определя доколко обучаващите ги използват, изборът на вид и приложение в учебната дейност.

Хардуерният подход (технологиите в образованието) произлиза от физическите науки и инженерството, страничен продукт на научните и технологичните постижения, и предполага използване на механични материали и оборудване в образованието. Подходът обхваща голям брой обучавани и намалява разходите (I. Davis, 1971, цит. по J. Aggarwal, 2009, с. 16–18).

Софтуерният подход (технологиите на образованието) предполага използването на теории за учене и психологически принципи в сферата на образованието, с което се улеснява преподаването. Чрез ефективно планиране той може да доведе до качествен учебен процес.

Софтуерният и хардуерният подход са взаимосвързани. Софтуерният подход подобрява функцията на хардуерния.

Системният подход (технологии за управление) е начин за проектиране, изпълнение и оценка на процеса от гледна точка на неговите цели; подход за управление, влияещ на управленските решения в конкретната област. Този подход действа като връзка между хардуерния и софтуерния подход. Той подпомага разработването на методи за решаване на проблеми.

Други изследователи, например У. Дъгър и Н. Найк (W. Dugger, N. Naik, 2001, с. 31–32) описват, че образователните технологии обхващат по-стеснен научен диапазон от *технологиите на образованието*. Те дефинират образователните технологии като инструмент за подобряване на преподаването и учебния процес.

Ст. Петрина (S. Petrina, 2003) анализира дейностите на двете асоциации:

- ◆ *Международна асоциация по технологично обучение (International Technology and Education Association, ITEA), днес Международна асоциация по инженерни технологии и обучители (International Technology and Engineering Educators Association, ITEEA), с мисия - подпомагане на преподаването;*
- ◆ *Международно общество за технологии в образованието (International Society for Technology in Education, ISTE), с мисия - постигане на висока успеваемост в учебния процес на всички*

обучавани чрез непрекъснато подобряване на процеса на учене и преподаване.

В статията си, той описва по нетрадиционен начин общите елементи на двете понятия, отнесени към учебния процес, и анонсира мнението, че тези асоциации изкуствено поддържат теорията за неравностойност на понятията *образователна технология* и *технология в образованието*. Той подчертава, че по-значими са *дигиталните технологии*, които *включват по-широк кръг от действия и сетива на обучаваните и обучаващите, а не са само преносители на информация* (М. Петкова, Е. Великова, 2014, с. 61). В тази връзка, философа П. Гарсенди подчертава, че *макар разумът да играе своята воля, всяко знание по необходимост започва от сетивата* (Р. Gassendi, цит. по П. Кинг, 2007, с. 87).

Приемането на двете понятия, *технологии на образованието* и *технологии в образованието*, като различни определя необходимостта от разглеждане на техните характеристики.

Технологиите на образованието (Technology Education) са постоянно развиваща се област, която зависи от технологичния напредък и е насочена към технологични проучвания и анализи. Основната им цел е *технологична грамотност*. От една страна, *технологиите на образованието*, понякога наричани *технологични изследвания*, създават възможност за запознаване на обучаваните с процеси и знания, необходими за решаване на проблеми (ITEA, 2000, с. 242, цит. по S. Petrina, 2003, с. 69). В резултат на което се развиват способности за използване, управляване, оценяване на технологията (*технологична грамотност*) (ITEA, 2000, цит. по S. Petrina, 2003, с. 67). От друга страна, *технологиите на обучението* се основават на „интелигентен“ *подход към разбирането и прилагането на ИКТ в обучението, който се характеризира с комбиниране на идеи, методи и изследователски решения от научните области на психологията, педагогиката, методиката и други, с техническите достижения в областта на ИКТ* (J. Vorhaus, 2007, с. 237–238). Симбиозата между техническите средства и методи и хуманитарните науки създава условия за постигане на *оптимална учебна среда, в която да се осъществява ефективен обучителен процес* (V. Terzieva, P. Kademova-Katzarova, 2013, с. 238).

Технологиите в образованието (Technology in Education) обособяват използването на технологии, технически средства и технологичен напредък по отношение на различни съоръжения, материали и машини за образователни цели. През последните години към тях се включват все по-сложни технологии, аудио-визуални, сложни електронни устройства, ИКТ, компютри и други за индивидуално и групово обучение. Това са по-скоро обучения с помощта на технологиите. *Технологиите в обучението* са всякакъв вид технически инструменти и средства, които се използват като среда за трансфер на знания и информация (V. Terzieva, P. Kademova-Katzarova, 2013, с. 237). Те включват в себе си и разработване на инструменти и приспособления, подходящи за интегриране в учебната среда.

Следователно, множеството на образователните технологии включва няколко подмножества, сред които *технологии на образованието* и *технологии в образованието*. *Технологиите на образованието* са насочени към постигане на *ефективна среда на обучение, която се подкрепя чрез технологиите в образованието и производствените технологии*.

Технологиите в образованието обхващат използването на технологии и технически средства и разработването на инструменти, средства и приспособления, чрез които се създава учебна среда за трансфер на знания и информация и постигане на образователни цели.

1.4. **Общопедagogически технологии**

1.4.1. **Същност на общопедagogическите технологии**

Общопедagogическите технологии се основат на технологичния подход и описват различни видове педагогически процеси.

Ю. Владимирович (2015) дефинира общопедagogическата технология като нивото или вида на технологичната рамка на педагогическия процес (Фигура 2). Тя е основа на технологичния подход, която описва различни видове педагогически процеси, и има единна структура, която включва елементите: образователен резултат, дейност на обучавания, дейност на обучаващия, способности за представяне на учебното съдържание, контролиращи процедури.



Фигура 2. Схема на общопедagogическа технология

Ключовите характеристики на общопедagogическите технологии, систематизирани от Ю. Владимирович (2015), са представени в Таблица 1.

Таблица 1. Ключови характеристики на общопедagogическите технологии

ПЕДАГОГИЧЕСКИ ПРОЦЕС	ДОСТИЖИМ РЕЗУЛТАТ	ПОЗНАВАТЕЛНА ДЕЙНОСТ НА ОБУЧАВАНИЯ	МЕТОД НА ОБУЧЕНИЕ
Догматичен	Повърхностна ориентираност	Запаметяване	Лекция, докладване
Формално-репродуктивен	Формални знания	Разбиране, възпроизвеждане	Обяснителен - илюстративен
Същностно-репродуктивен	Умения	Мислене, интерпретиране	Репродуктивен, решаване на проблеми
Продуктивен	Творческо мислене	Самостоятелно търсене, творческа дейност	Проблемно обучение
Личностно-ориентиран	Опит от активна дейност, водеща до развитие на личностните качества на индивида	Решаване на жизненоважни проблеми, кооперативно търсене	Проектен метод (колективна работа по проекта)

Класическите традиционни технологии са вид общопедагогическа технология. Те главно са фокусирани върху усвояването на знания и умения в класно-урочни форми на обучение, с предаване на информация от обучаващия към обучавания (обучение с център обучаващия), които са основани на принципите на дидактиката, формулирани от Ян Коменски (1940) (И. Иванов, 2004, с. 17).

Традиционната образователна „знаниева“ парадигма се променя в постмодерна компетентностна образователна парадигма при постиндустриални общества, които са ориентирани към усъвършенстване и създаване на технологии и тяхното иновативно използване. Например, масовото използване на перспективни ИКТ за формиране на компетентности за създаване, усвояване, разпределение и разпространение на информация повишава качеството на образованието и научно-техническото и културно развитие (Е. Великова, 2006, с. 6), необходими за пазара на труда.

Някои основни характеристики на постиндустриалните общества в контекста на обучението са (Е. Великова, 2006, с. 12):

- ◆ усвояване на методи за самостоятелно добиване на информация и преобразуването ѝ в полезни знания;
- ◆ обучение с център обучавания, съобразено с неговите интереси, знания, умения, способности, темпове на работа, памет;
- ◆ лесен, свободен достъп до голям обем от информация;
- ◆ активно учене, учене чрез изследване;
- ◆ използване на мултимедия за стимулиране на всички сетива;
- ◆ обучение през целия живот;
- ◆ интегриране на учебната дейност в практически дейности;
- ◆ критично мислене, умения за вземане на решения;
- ◆ усвояване на декларативни, процедурни и стратегически знания.

Идеите за постиндустриалното общество на Д. Белл (D. Bell) и за новото индустриално общество на Дж. Галбрайт (J. Galbraith, 2007) са модифицирани в концепцията за информационното общество (Й. Василев, 2006, с. 117), в което ...се променят някои основни характеристика на обучението... (Великова, 2006, с. 12) и се появяват ...различни хипотези и прогнози за характера на образованието..., необходимост за насочване към творческо разгръщане на педагогическия потенциал у обучаващите, ...за създаване на нова образователна политика (А. Недкова, 2012, с. 21), резултати от анализи върху предимствата и недостатъците при интегриране на ИКТ в процесите на преподаване, учене и педагогическо взаимодействие (А. Кръстева, 2013, с. 22; В. Димитрова, Ф. Лустиг, 2011, с. 31) и нови образователни парадигми (...първият ключов елемент на всяка образователна технология.. (Д. Павлов, 2001, с. 80)).

Основните промени в класическите традиционни технологии, в контекста на новата образователна парадигма, са (И. Иванов, 2004, с. 39–40):

- ◆ от дейностно-ориентирана към личностно-ориентирана педагогика; подход, съсредоточен върху ученика, и неговата способност за конструиране на собствен учебен модел;
- ◆ от пасивно към активно запомняне;

- ◆ от обучение, основано на външно стимулиране (бихевиоризъм), към конструктивистко и развиващо обучение;
- ◆ от моно-учителско обучение към обучение с медиатори и тютори;
- ◆ от училищна образователна среда към среда, свързваща училищните и извънучилищните образователни ресурси.

От една страна, синтезът между постиженията на педагогическата наука и практика, съчетани с традиционните елементи на опита (С. Ташева, Д. Павлов, 2000), и от друга страна, изискванията на информационното общество и пазара на труда обособяват *съвременните традиционни технологии* като друг вид *общопедагогически технологии*. Те използват *нови методи в обучението и компютърните програмно-технически средства* (И. Павлова, 2006), например като (И. Старибратов, Е. Ангелова, 2011, с. 331):

- ◆ нови методически средства за учителя;
- ◆ средства за промяна в организацията на обучение;
- ◆ средства за усвояване на знания, умения и компетентности;
- ◆ средство за диагностика, контрол и оценка на учебните постижения.

Конструктивистките модели на обучение са пряко обвързани със *съвременните педагогически технологии* (Д. Димова, 2013, с. 24–25; Д. Железова, 2008, с. 192–193):

- ◆ за рефлексивна активност на обучавания на Дж. Дюи (J. Dewey);
- ◆ за *активен характер на ученето* на Ж. Пиаже (J. Piaget);
- ◆ за *връзка между мислене и реч* на Л. Выготский и други.

Понятието *конструктивизъм* е дефинирано като *философия на ученето, мислене за знанието (thinking of knowing), мислене за ученето (thinking of learning)*. *Конструктивизмът не е свързан с отделен аспект на обучението, например методите или учебното съдържание, а е цялостен подход, основан на разбирането, че в процеса на познавателната дейност новите знания се свързват с предишния опит на обучавания* (Д. Железова, 2008, с. 192).

В. Войноховска (2011, с. 11) разграничава два основни негови аспекта:

- ◆ ученето като процес на конструиране на знания на база индивидуалните възприятия и разбираня на учещия се за света и в следствие, на което изграждане на различни значения или понятия;
- ◆ знанието е силно обвързано със средата, в която обучавания учи и конструира знанията си; разбиранята са свързани с преживяванията; набляга се на когнитивните преживявания чрез изпълнение на учебни дейности с използване на типове задачи, които са обичайни и реално прилагани в практиката.

Един конструктивистки модел на обучение предполага непрекъснато осъществяване на основните фази на ученето (Д. Холенбек и др, 2009, с. 350):

- ◆ *асимиляция* - включване на нови обекти във вече формираните познавателни схеми;
- ◆ *акомодация* - модифициране на съществуващите схеми в светлината на нова информация или опит.

Ученето в конструктивизма е процес на преминаване през последователни ситуации, чрез които индивидът придобива знания и компетентност (П. Радев и др, 2007, с. 54). Чрез *конструктивисткото обучение* се (Z. Raykova, 2008, с. 88):

- ◆ стимулира активността при усвояване на учебен материал;
- ◆ насърчава критическото мислене; обучавания заема критична роля в конструиране на значения от нова информация и предишен опит;
- ◆ подпомага формирането и развитието на *основните и научните процесуални умения* (В. Димитрова, Ф. Лустиг, 2011, с. 34);
- ◆ изграждат и развиват способности за самостоятелно търсене, събиране, обработване, анализиране и използване на информация за решаване на проблеми.

Всичко споменато кореспондира с тезата, че *конструктивистката парадигма* се появява вследствие на теорията и практиката на *проблемно-базираното обучение* (П. Радев и др, 2007, с. 396) и е основа за прилагане на ученико-центрираният подход (А.К. Ahmed, 2013, с. 22; В.Л. McCombs, J.S. Whisler, 1997; М. Weimer, 2002).

Моделите на преподаване и учене, проектирани и апробирани на базата на *конструктивизма*, са *интерактивни модели* (А. Недкова, 2012, с. 21). В **Приложение 1** са систематизирани данни от български изследвания, публикувани в периода 2005-2013 г, върху интерактивни модели на:

- ◆ проучване на литературни източници;
- ◆ учене в и чрез дейността;
- ◆ проблемно-базирано обучение;
- ◆ проектно-базирано обучение;
- ◆ провеждане на експерименти и изследвания;
- ◆ свързване на теорията с практиката.

Е. Князева, С. Курдюмов (2014) създават нов подход към образованието, който обхваща теориите на *конструктивизма* и основите на *синергетиката*, наречен *пробуждащо обучение в синергетичен аспект*. *Синергетиката се явява метод и инструмент за изследователска дейност и за това има евристична функция в образованието. Образованието, построено на принципите на синергетиката, е най-ефективно и отговаря на потребностите за всестранно разкриване на способностите на личността и на способите за непрекъснато самообразование*. В контекста на обучението по математика, Д. Гълъбова (2012, с. 417) създава *структурен модел на пробуждащо математическо обучение в синергетичен аспект*, в който обобщено се дефинира диапазона на синергетичност в процеса на обучение, характерен със следните аспекти:

- ◆ *интерактивност*, изразена в синергетична мисловна дейност на обучаващия; реализация на рефлексивен преподавателски процес; използване на интерактивни методи на обучение; интегриране на ИКТ в обучението по математика;
- ◆ *обучаващият учи обучаваните как да учат*, помага в усвояването на методи; ръководи групова и екипна дейност; стимулира мисленето; насърчава предлагането на идеи, хипотези, решения; развива креативността у обучаваните; играе ролята на сътрудник;
- ◆ *съвременност* – комбиниране на традиционното обучение с активни методи; компютърно подпомогнато обучение; използване на синергетичния подход; модерни учебни ресурси.

В новите изисквания към образованието и обучаващите, включени в *Националната програма за развитие: България 2020*, се определя по-широкото приложение на интерактивните методи на преподаване, особено на свързаните с новите ИКТ (РБ, 2014с, с. 33–34), като едни от очакваните резултати от обучението в университета.

Иновационните педагогически технологии, дефинирани от И. Дерновский (2004), са целенасочено, систематично и последователно прилагане в практиката на оригинални и иновативни начини, методи и средства за педагогически дейности, обхващащи цялостния образователен процес от определяне на целите до очакваните резултати. Чрез съвременните педагогически технологии, които притежават елемент на иновация, се реализира нов модел на обучение, основан на сложни информационни взаимодействия между обучаващи, обучавани и средствата на ИКТ. В изследванията си Ф. Даскалова разграничава два типа иновационни подходи към обучението: иновации модернизации и иновации трансформации, последните от които целят преобразуване на класическия традиционен учебен процес в изследователски, насочен преди всичко към формиране на нови знания, тяхното творческо прилагане в нови условия и умения за самостоятелно търсене и трупане на опит (Даскалова, 2007, цит. по Д. Митова, 2011, с. 31).

Може да се обобщи, че общопедагогическите съвременни технологии обхващат конструктивистки модели на преподаване и учене с елемент на иновации, използвани в синергетичен аспект.

1.4.2. Понятието педагогическа технология

Идеите за педагогическата технология (*технология в сферата на педагогиката*) се появяват за първи път в трудовете на Я. Коменски, който разглежда *технологията на учебния процес* като основен фактор за постигане на положителни резултати от обучението чрез строги правила и умело подбрани средствата за използването на технологията. Я. Коменски разглежда *технологизацията като важно средство за осъществяване на водещите дидактически принципи* (И. Дерновский, 2004).

Възможността за *технологизиране на педагогическия процес*, освен приемана, е и отхвърляна. Л. Толстой, например, насърчава идеята за *създаване на специален детски свят, пробуждането на душата на детето, и за запазване човешката оригиналност и блясък на детството. Успехът или провалът на работата на институцията не се оценява въз основа на използваната технология, а по творческата ориентация на личността на учителя, защото той е създал климат в процеса на обучение и образование* (И. Дерновский, 2004).

С началото на *еволюцията на информационните средства в образователната система* и последващите промени, дефинирането на понятията *образователни технологии и педагогически технологии* е широко дискутиран в научната литература. Известни са научните опити в тази насока на руската (Г. Селевко, В. Беспалько, Т. Давыденко, В. Фоменко, А. Колеченко и други), английската (В. Bloom, J. Carroll и други) и българската школи (Д. Павлов, Д. Цветков, Д. Гълъбова). Г. Селевко (2006b, с. 29) описва, че основна причина за това са различните позиции при превода на научна литература по

тази тематика. В руската научна литература, *образователните и педагогическите технологии* служат за рамка при изграждане на цялостния образователен процес на високо педагого-психологическо ниво (Г. Селевко, В. Монахов, М. Кларин и други). В българската научна литература *педагогическата технология* често се заменя с *дидактическа технология* (И. Ганчев и др, 1998, с. 219; Н. Ганчев, И. Иванов, 1993, с. 3). А в английската, то се измества от *педагогическата технология*, която е с по-широк обхват на действие, отколкото *педагогическата* (Г. Селевко, 2005а, с. 28–32, 2006b, с. 29).

Педагогическите технологии имат два основни източника на обособяване: *производствените процеси и науката педагогика* (А.Макаренко, 1989, с. 127, цит. по А. Белоусова, 2010, с. 24), поради което са дефинирани по много начини (М. Петкова, Е. Великова, 2014, с. 61):

- ◆ *като медия и аудио-визуални средства* (Р. Seattler, 2004, с. 9) или *като оборудване за педагогическия процес – разработване, прилагане и оценяване на системи, техники и помощни средства за подобряване процеса на учене* (Н. Ellington и др, 1993, с. 9);
- ◆ *като интегрирано използване на технически и човешки ресурси:*
 - *метод на организиране, начин на възприемане на материалите, хората, институциите, системите от вида човек-машина* (J. Finn, 1960);
 - *област за изследвания и практики в образованието, която има отношения към организацията на педагогическите системи с цел постигане на специфични резултати, които могат да бъдат възпроизведени* (Р. Mitchell, 1972, цит. по Г. Селевко, 2006b, с. 31);
 - *системна съвкупност и подреденост на функционирането на всички инструментални и личностни средства, използвани за постигане на педагогически цели* (Г. Селевко, 2006b, с. 30–31);
 - *модел на съвместна педагогическа дейност по проектиране, организиране и провеждане на учебния процес* (В. Монахов, цит. по Г. Селевко, 1998, с. 14);
- ◆ *като организационен и методически инструментариум на педагогическия процес:*
 - *съвкупност от психолого-педагогически настройки, които определят специален комплекс от форми, техники, методи на обучение, образователни ресурси и други* (Д. Лихачов, 1992, цит. по П. Радев и др, 2007, с. 400);
 - *прилагане на научното познание за ученето с цел повишаване ефективността от обучението* (Н. Ellington и др, 1993, с. 9);
 - *съвкупност от средства и методи за възпроизвеждане на теоретично обосновани процеси на обучение и възпитание, позволяващи реализиране на поставени образователни цели* (В. Беспалько, 1999, цит. по П. Радев и др, 2007, с. 400);
 - *система от дейности за изпълнение на определена преподавателска дейност, чрез разчленяването ѝ на система от последователни, взаимно свързани, елементарни дидактически дейности, които повече или по-малко са определени еднозначно и*

имат за цел да осигурят постигането на висока ефективност в тази дейност (И. Ганчев и др, 1998);

- научнообосновано предписание за ефективно осъществяване на педагогическия процес (Д. Цветков, цит. по Д. Павлов, 2001, с. 54);
- технологизация на педагогическия процес (В. Писаренко, 2012, с. 242);
- последователност от процеси, превеждащи едно (т.н. начално) състояние в друго (бъдещо) състояние (М. Георгиева, С. Гроздев, 2015, с. 36);
- проектиране на образователните процеси, основани на научните постижения на педагогическите науки и научна обосновка на операциите, за да се постигне конкретен резултат (В. Писаренко, 2012, с. 245).

Педагогическата технология се разглежда най-общо като вид социална технология, която преработва, модифицира, конструира една или друга теория, принципи, подходи и методи на различни области на науката за образователни и възпитателни цели (П. Петров, М. Атанасова, 2001, цит. по А. Кръстева, 2013, с. 12). Тя може да бъде обща за обучението и възпитанието, когато се прилага в педагогическата наука като резултат и процес от определена дейност в учебно-възпитателния процес, или конкретна за решаване на определени задачи, когато се прилага като алгоритъм за постигане на конкретни цели (Н. Димитрова, 2009, с. 149).

Руските изследователи В. Слостенин и др. (2007) споделят мнението, че педагогическата технология може да бъде разглеждана като технология на обучението (дидактическа технология) и технология на възпитанието, характеризирани със следните качества:

- ◆ разработването на технологията се извършва във връзка с конкретен педагогически замисъл и се основава на определена методологическа и философска позиция на автора;
- ◆ действията, операциите, комуникациите се изграждат изцяло в съответствие с поставените цели и имат формата на очаквания резултат;
- ◆ технологията осигурява субект-субектна съгласуваност, съобразена с принципите на индивидуализация и диференциация, оптимална реализация на човешките и техническите възможности и диалогова комуникация;
- ◆ поэтапното планиране и последователното реализиране на елементите от педагогическата технология трябва да могат да бъдат възпроизведими от всеки обучаващ и да обезпечават достигането на планираните резултати от всички обучавани;
- ◆ неразделна част от педагогическата технология са диагностичните процедури, които обхващат критерии, показатели и инструментариум за измерване на резултатите от дейността.

П. Петров, М. Атанасова (2001, с. 28) подчертават, че педагогическата технология е ...съвременна интегративна теоретико-приложна наука, която използва теоретични обобщения и приложни знания от областта на педагогиката и психологията, а също и от други области и науки за постигане

на образователно-възпитателни цели..., и нейната основна задача е ...да създава най-благоприятни организационни, методически, технически и други условия за ефективно използване на методите и формите на обучение и възпитание, на дидактическите материали, на техническите средства за обучение.

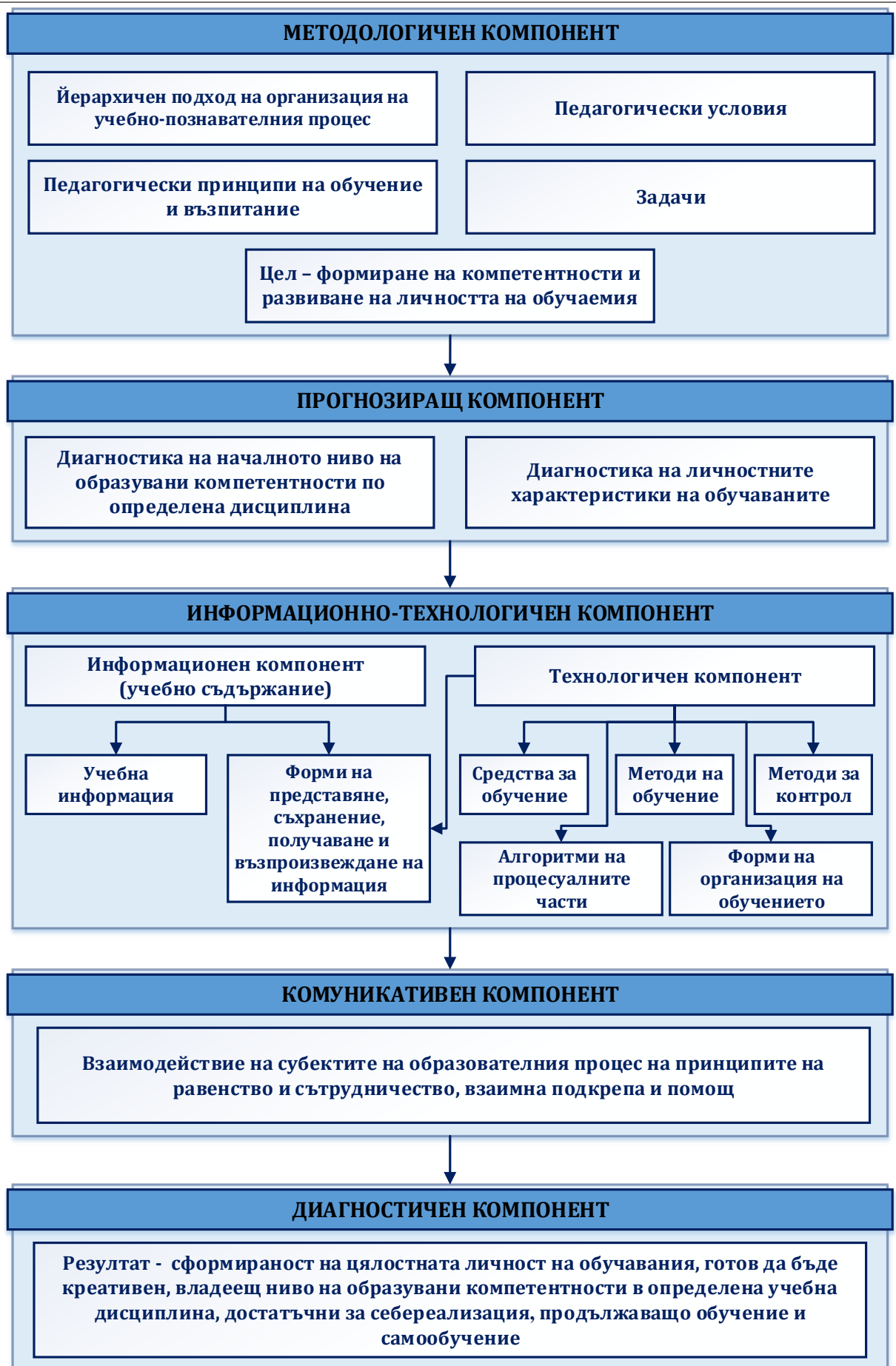
Г. Селевко (2006а, с. 27) създава обобщен модел на педагогическа технология, който включва:

- ◆ наименование;
- ◆ *целева ориентация* – система от цели и задачи, които определят етапите на изпълнение на педагогическата технология;
- ◆ *концептуална основа* – описание на основни идеи, принципи, научни концепции, факти, методи за обучение и възпитание и други, чрез които функционира технологията;
- ◆ *съдържание и структура на педагогическата дейност*, които се разглеждат от позициите на съвременните идеи и теории на обучението и възпитанието и съответстват на целите на образованието и обществените нужди;
- ◆ *процесуална характеристика (методически особености)*, която представя методите, формите на организация на педагогическата дейност и алгоритъмът на дейностите, мотивационни характеристики, особености на прилагането на методи и средства на обучение, управление и организация на образователния процес;
- ◆ *учебно-методическо осигуряване* – планове и програми, учебни и методически средства, визуално и техническо осигуряване, диагностични инструменти и други.

В. Писаренко (2012, с. 245–247) предлага широко обобщение на понятието педагогическа технология - система от образователните процеси, основани на научните постижения на педагогическите науки и научна обосновка на операциите, за да се постигне конкретен резултат. Той предлага универсален модел на педагогическа технология (Фигура 3), чрез който се проследява последователността на операциите при нейното разработване и прилагането. Структурните компоненти на модела са методологичен, прогнозиращ, информационно-технологичен, комуникативен и диагностичен.

Методологичният компонент включва:

- ◆ *цел на обучението*, формулирана според обществения ред в образователните стандарти на държавата, необходимостта от формирането и развиването на личността на обучаваните, йерархия от методологични подходи към развитието на педагогическите технологии;
- ◆ *задачи*, които трябва да бъдат разгледани по време на изпълнението на педагогическата технология;
- ◆ педагогически принципи и педагогически условия за реализиране на педагогическата технология.



Фигура 3. Универсален модел на педагогическа технология

Прогнозиращият компонент включва:

- ◆ първоначална диагностика на нивото на образуване на компетентност в определена дисциплина;
- ◆ диагностика на личностни характеристики на обучавания с цел оптимизиране на обучението и образователния процес.

Информационно-технологичният компонент съдържа:

- ◆ *информационен компонент* или *учебно съдържание*, съдържащ:
 - инвариантна (външно определена) част, образователни стандарти и програми по конкретна учебна дисциплина за образователни институции;
 - вариативна авторска част, създадена от обучавания и от обущавания;
- ◆ *технологичен компонент*, съдържащ всички части, свързани с процедурната част на *педагогическата технология*:
 - форми на организация на обучението;
 - методи на обучение;
 - методи за контрол (взаимоконтрол, проверка);
 - средства за обучение (учебни материали);
 - алгоритми на процесуалните части на *педагогическата технология*, възпроизвеждане на последователност от действия в педагогическия процес;
 - форми на представяне, съхранение, получаване и възпроизвеждане на информация (участва и в *информационния компонент*).

Комуникативният компонент отразява системата и принципите на взаимодействие на субектите на образователния процес на принципите на равенство и сътрудничество, взаимна подкрепа и помощ.

Диагностичният компонент отразява резултатите от прилагането на педагогическата технология - сформираността на цялостната личност на обучавания, готов да бъде креативен, владеещ ниво на образувана компетентност в определена учебна дисциплина (за които разработена педагогическата технология), достатъчна за себerealизация, продължаващо обучение и самообучение.

Върху основата на универсалния модел за разработване и прилагане на педагогическата технология на В. Писаренко, в контекста на дисертационното изследване, се въвежда операционализирано понятие педагогическа технология като система от образователни процеси за постигане на конкретен образователен резултат, която се характеризира с методологичен, прогнозиращ, информационно-технологичен, комуникативен и диагностичен компоненти.

1.4.3. Класификации на педагогическите технологии

В педагогическата наука съществуват много опити за класифициране на *педагогическите технологии*, които се обединяват около отделни научни становища, автори възгледи или педагогически събития, явления и процеси. Причините за трудностите при класифициране на *педагогическите технологии* са тяхното непрекъснато развиване.

Г. Селевко (2006b) класифицира образователните (педагогическите) технологии по следните критерии (Приложение 2):

- ◆ ниво и естество на прилагане;
- ◆ философска основа;
- ◆ основа на методологичния подход;
- ◆ научна концепция за овладяване на опит;
- ◆ ориентация към развитие на определени сфери на личността на индивида (знания, умения, навици; умствени дейности; управление на механизмите на личността; нравствено-естетическите, практически и творчески качества);
- ◆ характер на съдържанието и структурата;
- ◆ вид на социално-педагогическата дейност;
- ◆ принадлежност и определяне на съдържателни области;
- ◆ тип управление на учебно-възпитателно-социалния процес;
- ◆ водещ фактор на психичното развитие;
- ◆ доминиращи методи и техники на обучение и образование;
- ◆ организационната форма;
- ◆ преобладаване на средствата за обучение и възпитание;
- ◆ отношение към детето и ориентация на педагогическите взаимодействия;
- ◆ насоченост към модернизация и отношение към традиционната образователна система;
- ◆ категории на обектите на педагогическо взаимодействие.

Схемата се допълва постоянно с нововъзникнали технологии (Н. Борытко и др, 2006, с. 11).

Работата на всеки обучаващ е свързана с анализ на педагогическите технологии, които да включи в учебната дейност. Целта на анализа е изясняване на качествата на технологиите, получаването на положителни или негативни резултати, възможности за развитие и други. Пример за такъв анализ предлага Г. Селевко (2006а, с. 27), съответен на неговата класификационна схема, който включва следните критерии:

- ◆ вид йерархична структура на педагогическата технология;
- ◆ основни философски позиции;
- ◆ основни използвани методически подходи;
- ◆ основен фактор на развитие на личността;
- ◆ прилагане към научна концепция;
- ◆ ориентация на педагогическата технологии към определена сфера на развитие на индивида;
- ◆ принадлежност и определяне на съдържателни области;
- ◆ преобладаващи видове социално-педагогически дейности;
- ◆ типа управление на педагогическия процес;
- ◆ използвани методи и инструменти;
- ◆ приложими организационни форми на учебния процес;
- ◆ средствата за обучение;
- ◆ образователна организация и подходи към човек;
- ◆ отношение на съвременните (традиционни) технологии.

Конкретен пример на йерархично-структурирани педагогически технологии е предложен от Г. Селевко (2006b, с. 32–34, 13):

- ◆ *хоризонтално* - според взаимосвързаните научни, формиращо-описателни и процесуално-дейностни компоненти;
- ◆ *вертикално* - според нивата на дейностите, организацията на физически лица и организации, по *нивата на детайлност* (*микротехнологии, мезотехнологии, макротехнологии и метатехнологии* (M. Lapp, 2013));
- ◆ *инвариантно многомерно* с компонентите: ниво на технологията, научен компонент, формализирано-описателен елемент, процесуално-дейностен компонент, субектно управление;
- ◆ във вид на *логико-семантичен модел* - конкретна форма на реализация на дидактически многомерни инструменти във вид на образно-понятийни модели, съдържащи смислови и логически компоненти, които се използват в професионалната дейност и дидактическият дизайн (В. Штейнберг, 2011, с. 83), например *семантичен фрактал* на В. Штейнберг.

Други критерии, по които се класифицират *педагогическите технологии*, са, например (М. Петкова, Е. Великова, 2014):

- ◆ *направление* (В. Кукушин, 2005, с. 179; Г. Селевко, 2005а, с. 26–27; Д. Павлов, 2001, с. 57–59; Н. Димитрова, 2009, с. 150):
 - *научно*;
 - *процесуално–описателно*, като алгоритмичен процес;
 - *процесуално–дейностно*, като процес на преподаване или учене;
- ◆ *тълкуване* (I.A. Зязюн и др, 2004):
 - в контекста на използване на технически помощни средства и програмирано обучение;
 - като средство за подобряване на учебния процес;
- ◆ ниво на прилагане, философска основа, научна концепция, методически подходи, управление на педагогическия процес, средства за обучение, отношение към ученика, категория ученици (Г. Селевко, 2006а, с. 20);
- ◆ фактори на психично развитие, естество на съдържанието, организационни форми по отношение на учащите, доминиращ метод цели на образованието и други (Д. Гълъбова в Е. Князева и др, 2013, с. 174; Е. Широкова, 1995);
- ◆ характер на прилагане, ориентация на личностните структури - знания и умения, академични и творчески способности, критично мислене, естетически и морални характеристики, мотивация и ангажимент към поети задължения; тип на образованието, управленските процеси и възпитание, ориентация на учебния процес и други (Е. Velikova, 2008, с. 333).

Факторите, които влияят върху избора на *педагогическа технология*, са:

- ◆ образователните цели (В. Трайнев, И. Трайнев, 2003);
- ◆ приоритетните цели на обучението;
- ◆ специфики по учебното съдържание;
- ◆ характеристики на обучаваните;

- ◆ ниво на техническото оборудване на учебната дейност.

Д. Гълъбова в (Е. Князева и др, 2013, с. 175) дефинира в групата на т.нар. *перспективни образователни технологии*, притежаващи потенциал да саморегулират обучението на обучаващите, следните технологии:

- ◆ технология на проблемното обучение;
- ◆ технология на модулното обучение;
- ◆ търсещи технологии, стимулиращи самостоятелно откриване на знанията и уменията (обучение чрез откритие);
- ◆ *дейностно-ориентираните технологии* (метод на проектите, технология на контекстното обучение и други);
- ◆ *когнитивно-ориентирани технологии* (проблемно обучение, интерактивни и имитационни игри и други).

В контекста на дисертационното изследване могат да бъдат определени като доминиращи следните педагогически технологии:

- ◆ *технология за проектиране на авторски педагогически технологии;*
- ◆ *педагогическа технология на проблемното обучение;*
- ◆ *педагогическа технология на проектно-базираното обучение;*
- ◆ *педагогическа технология на основата на съвременни ИКТ.*

Следователно, използването на класификации на педагогическите технологии подпомага значително ориентирането на обучаващите към подходящата технология и съответните ѝ методи на преподаване и учене, средства и форми на обучение и други, чрез които се осъществява ефективна учебно-познавателна дейност и се постигат формулираните образователни и възпитателни цели.

1.4.4. Авторска педагогическа технология

Терминът *авторски школи* е въведен в края на 80-те години на ХХ век:

- ◆ *експериментални образователни институции*, създадени от автора или група от автори на водещи психологически и педагогически концепции (Г. Селевко, 2006а, с. 298), фундаментални идеи, например образователно-когнитивни, емоционално-волеви, теоретично-понятийни и други технологии и нови образователни практики и други (Г. Селевко, 2006b, с. 44,79–82);
- ◆ технологии, разработени от обучаващите, в които по различен начин са свързани нужното съдържание и диференцираните цели; многообразието на обучението е в прилагането на структурно-логически, интегрални, компютърни или други видове технологии (И. Дерновский, 2004).

Авторски школи са:

- ◆ образователни институции, създадени върху основата на научните резултати на Й. Песталоци, С. Френе, А. Макаренко;
- ◆ школи на М. Монтессори, Р. Штейнер, Л. Толстой, В. Сухомлински, А. Хуторского;
- ◆ частнопредметни авторски педагогически технологии;
- ◆ авторски школи по право, математика, театър, литература и други.

Те трансформират обществените образователни институции чрез търсене и предлагане на различни начини и средства за образование,

разработване на учебно съдържание, изобретяване и експериментиране с нови педагогически технологии и системи. Идентифицират се по следните качества (Г. Селевко, 2006а, с. 298):

- ◆ *иновативност* - наличието на оригинални авторски идеи и хипотези, свързани с реструктуриране на учебния процес;
- ◆ *алтернативност* - отличителни разлики от някои от фундаменталните елементи на традиционния образователен процес, приет в масовите учебни заведения;
- ◆ *концептуалност* на образователния процес - използване на авторски модели във философски, психологически, социални, образователни или други научни области;
- ◆ *системност и всеобхватност* на образователния процес;
- ◆ *социално-педагогическа целесъобразност* – съответствие на целите на школата с обществения ред;
- ◆ *резултатност* - наличие на резултати, които да определят реалността и ефективността на *авторската школа*.

А. Кръстева (2013, с. 12–13) обобщава, че възпроизвеждането на дадена технология е почти невъзможно, тъй като всяка технология носи в себе си част от личностните качества на автора. Когато учител-професионалист използва в работата си елементи от няколко педагогически технологии или оригинални методически техники, то той се явява *автор* на тази обособена технология, която Г. Селевко нарича *авторска педагогическа технология*.

В българската научна литература са описани *авторски педагогически технологии*:

- ◆ *Рефлексивна технология в обучението по математика* (М. Георгиева, 2004, с. 22–23);
- ◆ *Компютърна урочна презентация и Динамичен учебен софтуер GEONEXT* (Д. Гълъбова, 2012);
- ◆ Педагогическа технология за формиране на графична култура у учениците в общообразователното училище (I-VIII клас) (К. Велчева и др, 2007);
- ◆ Педагогическа технология за повишаване на ефективността на обучението по учебна практика (И. Иванова, 2013);
- ◆ Технология за развиване на компетентност за учебно-познавателно моделиране в обучението на учениците от гимназиалния етап на средната образователна степен (Н. Цанков, Л. Антонова (Ed.), 2009);
- ◆ Педагогическа технология за интегриране на ИКТ в процеса на обучение по биология (Н. Цанова, 2011).

Следователно, чрез проектирането и използването на авторска педагогическа технология се обвързват няколко технологии за постигане на конкретни резултати, свързани с осъществяване на самостоятелна работа, изучаване на учебно съдържание, развитие на личностни качества и други.

1.4.5. Педагогическа технология на проблемно обучение

Често в педагогическата научна литература се свързват понятията:

- ◆ проблемно обучение (проблемно-ориентирано обучение и проблемно-базирано обучение), което се дефинира като:
 - *дидактическа система - проблематизирано учебно съдържание и технология на обучение* (Т. Стефанова, Н. Ангелова, 2012, с. 134);
 - *форма за активно учене чрез решаване на познавателни проблеми* (Д. Митова, 2011, с. 34);
 - *организация на учебни занятия* за създаване на проблемни ситуации и творческо овладяване на професионални знания и умения чрез активна самостоятелна дейност и развиване мисловни способности (А. Кръстева, 2013, с. 23);
 - *метод на обучение* за придобиване и интегриране на нови знания чрез използване на проблеми като отправна точка (H.S. Barrows, R.M. Tamblyn, 1980, с. 1);
- ◆ *решаване на проблеми* - познавателен процес на преобразуване на учебната в целева ситуация, без очевиден начин или процедура за нейното реализиране (С. Петрова, 2012, с. 3);
- ◆ *метод и средства за решаване на педагогически проблеми* (Г. Селевко, 2006b, с. 135);
- ◆ *проблемен подход*, принципи на проблематиката, задължителна организация на проблемната ситуация (Г. Селевко, 2006b, с. 135).

Спецификата на разграничаването на *проблемно-базираното обучение* от *обучението чрез решаване на проблеми*, е, че при първият вид обучение решаването на проблема е строго насочен към придобиване и формиране на нови необходими знания, докато при вторият вид обучение, достигането до решения се основава на предварителни знания (М. Savin-Baden, 2014, с. 198).

Схемата на педагогическото взаимодействие при *проблемното обучение* (Р. Салиходжаева, 2012), Фигура 4, кореспондира със схемата на *общопедагогическата технология*, Фигура 2.



Фигура 4. Педагогическо взаимодействие при проблемното обучение

Проблемната ситуация при този вид обучение е възникващо противоречие в процеса на практическа, интелектуална, художествена и социална дейност между потребностите на човека и овладените от него средства и опит за тяхното удовлетворяване. Процесът на разбиране на проблемната ситуация е свързан с овладяването на смисъла на знаковата форма на изразяване на информацията (П. Радев и др, 2007, с. 392). Причините за възникване на *проблемни ситуации* могат да се класифицират като:

- ◆ бариера между знанията, уменията и компетентността на учещия, както и възможностите за решаване на даден проблем;
- ◆ трудност в прилагане на познати методи в нови условия;
- ◆ невъзможност за обосноваване на практически постигнат теоретичен резултат;
- ◆ предизвикателство от информационния масив при избор на специфична и необходима информация в конкретна ситуация.

Д. Митова (2011, с. 34) разглежда *проблема* като вид сложна познавателна задача, която следва да бъде решена по пътя на овладяване на определени знания и умения от вида:

- ◆ *интелектуални* - умения за търсене, подбор, анализ, синтез, обобщаване и представяне на информация;
- ◆ *творчески* - умения за генериране на идеи, за търсене на различни варианти за решаване на проблеми и други;
- ◆ *комуникативни* - умения за дискутиране, за изслушване, за излагане на гледни точки, за търсене на компромисно решение.

Значимо място в *Европейската референтна рамка за учене през целия живот* (ЕК, 2009) заема *умението за решаване на проблеми*, чиито процесуални фази (П. Радев и др, 2007, с. 395), отнесени към основните етапи на *технологията на проблемното обучение* (Г. Селевко, 2006b, с. 134–138), са представени на Таблица 2.

Таблица 2. Процесуални фази за учене чрез решаване на проблеми спрямо етапите на технологията на проблемното обучение

ТЕХНОЛОГИЯ НА ПРОБЛЕМНО ОБУЧЕНИЕ	ПРОЦЕСУАЛНИ ФАЗИ НА УЧЕЩИЯ ЗА УЧЕНЕ ЧРЕЗ РЕШАВАНЕ НА ПРОБЛЕМИ
Създаване на <i>проблемна ситуация</i> .	Възникване на <i>проблемна ситуация</i> .
Издигане на хипотеза за нейното решение.	Анализ на <i>проблемната ситуация</i> и формулиране на проблема.
	Импулсивни опити за решаване на проблема.
Събиране на данни за доказване на хипотезата.	Селекция на масива от необходими знания и умения и формулиране на хипотеза.
	Апробиране на различни начини за доказване или отхвърляне на хипотезата, а от там и на решаване на проблема.
Съотнасяне на данните по посока на целта.	Формулиране и представяне на резултатите от решаването на проблема.
Изводи и заключение.	Аргументиране на решението и обобщаване на изводите от него.

Основните видове съвременни педагогически технологии, ориентирани към проблемно-базираното обучение, са:

- ◆ обучение чрез търсене на информация (inquiry learning);
- ◆ обучение чрез проучване на проблемни ситуации (*learning through exploring problem situations*) (M. Savin-Baden, 2000, с. 4);
- ◆ учене чрез експериментирание и откриване (*discovery learning*), творческо прилагане на наличните знания (С. Гроздев, Д. Деков, 2014);
- ◆ стимулиране на обясненията и рефлексията, необходими за конструиране на знания (В. Войноховска, 2011, с. 11);
- ◆ обучение към критично мислене (*critical thinking learning*), активиране на мисленето (J. Bruner, цит. по И. Старибратов, Е. Ангелова, 2011, с. 331; М. Николова, 2012, с. 59) и други.

Проблемно-базираното обучение създава мощни образователни среди (F. Dochy и др, 2005, с. 42–43; H.S. Barrows, R.M. Tamblyn, 1980), където учещите могат да анализират и идентифицират проблеми, да формулират свои проблеми (problem-posing), да търсят, прилагат и синтезират нови знания за произвеждане на собствени решения, като се стимулира рефлексията върху процеса за решаване на проблеми (F. Dochy и др, 2005, с. 42–43).

В контекста на ИКТ специализираните софтуерни системи по математика са примери за *проблемно-базирани подходи за обучение*, в които обучаваните въвеждат данни, конструират модели, генерират обекти и изследват техните свойства (И. Старибратов, Е. Ангелова, 2011, с. 331), търсят начини за доказване на теореми и хипотези (Е. Князева и др, 2013; С. Гроздев, Д. Деков, 2013), създават математически задачи (С. Christou и др, 2005) и други.

Потенциалът на *проблемно-базираното обучение*, според М. Savin-Baden (2000, с. 13), основно прозира в осъзнаването на стойността и сложността на този подход за обучение и начините, по които той може да помогне на учащите за развиване на важни умения като гъвкавост на мисленето, критичност, решаване на проблеми, работа в екип, самостоятелно учене.

Следователно, педагогическата технология на проблемното обучение съответства на постмодерната компетентностна образователна парадигма за овладяване на знания и умения, формиране и развитие на компетентности, необходими за задоволяване на пазара на труда от компетентни личности.

1.4.6. Педагогическа технология на проектно-базирано обучение

За изходно начало на *проектния метод на обучение* се приема педагогическата система на Дж. Дюи (J. Dewey), който в началото на миналия век обосновава необходимостта от използването в обучението *метод на проектите*, като залага в него идеята за *учене чрез действие*. Най-голяма заслуга за прилагането на този метод има У. Килпатрик (W. Kilpatrick) (А. Кръстева, 2013, с. 52).

В *съвременното развитие на образованието идеята за обучение чрез проекти* придобива нов смисъл и съдържание. Това обучение се нарича още

обучение, базирано на разработването на проекти, проектно-базирано учене/преподаване, проектен подход, проектно-базирани образователни технологии и други.

Съвременните определения за *проект*, срещани в научната литература, са например (М. Павлова и др, 2003):

- ◆ ограничено във времето целенасочено изменение на отделната система с установяване на изискванията за качество на резултатите, рамковите разходи на средства и ресурси и специфичната организация;
- ◆ последователност на взаимосвързани събития, които протичат в установен, ограничен от времето период и насочен за постигане на неповторим, и в същото време на определен (конкретен) резултат;
- ◆ обучение, което включва проблематизация на учебния материал, познавателна активност и практически ориентирана дейност, проектиране и рефлексия.

Прилагането на *проектния метод* се определя като (К. Велчева, 2009):

- ◆ *(нова) педагогическа технология* – например, като личностно-ориентирана технология; начин за организиране на самостоятелната дейност на обучаваните, насочена към решаване на задачи в рамките на учебния проект, интегриращ в себе си проблемния подход, рефлексивните, презентационните, изследователските и други методи;
- ◆ метод на познание;
- ◆ *начин за организация на учебно-познавателната дейност на обучаваните* – за постигане на дидактически цели чрез детайлна и напълно завършена разработка по проблем, която завършва задължително с практически резултат (например като изследователски или реално изработен обект);
- ◆ *форма на организация на обучението* - проекти, разработвани чрез действено обучение, в чиято основа стоят самостоятелното планиране на работата, практическото осъществяване на задачата, поемането на отговорност от страна на обучаваните и други.

В теоретичен план *проектно-базираното обучение* се свързва с *конструктивизма* като философия на човешкото учене, базираща се на разбирането, че чрез отразяване на реалността, се конструира собствено разбиране за заобикалящата среда (А. Кръстева, 2013).

Основната цел при използването на *технологията на проектно-базираното обучение* е, че способства за овладяване на по-задълбочени познания по определени теми; за формиране на общи образователни способности на обучаваните; за развиване на творческа независимост; за формиране на интерес към учебната дейност, която се постига чрез целенасочена, контролирана дейността на обучаваните в изучаването на конкретен проблем (В. Гузеев и др, 2007).

Следователно, между *проектно-* и *проблемно-базираното обучение* съществува научнодоказана връзка. Например, М. Андреев (1987) определя, че педагогическата ефективност на *метода на проектите* се основава на

дейностния подход в обучението и принципа на проблемното обучение и чрез неговата реализация се развиват (И.А. Марашева–Делинова, 2012, с. 8):

- ◆ вътрешната мотивация към ученето;
- ◆ развива се конструктивното критично мислене на обучаваните;
- ◆ формират се основни компетентности: способност за използване на умения за откриване на проблеми, за целеполагане, за планиране на дейността, за самоанализ и рефлексия, сравнение, анализ, синтез, прогнозиране, самостоятелно търсене, съхранение и практическо прилагане на изследваната информация, презентация в хода на самостоятелната дейност и на нейния резултат.

Учебният проект представлява системно и задълбочено изследване на определен проблем, което (Д. Митова, 2011):

- ◆ формулира ясни образователни цели;
- ◆ основава се на единна организационна стратегия;
- ◆ осъществява се в условията на активно и конструктивно сътрудничество между обучаващ и обучаван, както и между обучаемите.

Реализацията на учебния проект преминава през следните основни етапи (А. Кръстева, 2013; Д. Митова, 2011):

- ◆ *проучвателен* – идентифициране темата и целите проекта (изследване на проблема и формулиране на темата на проекта);
- ◆ *аналитичен* – анализиране на ситуацията, информацията и планиране на изпълнението;
- ◆ *практически* – реализиране на проектния замисъл и дейности;
- ◆ *презентативен* – представяне на продуктите на проекта;
- ◆ *контролен* – оценяване на продуктите и работата на учениците.

Видовете проекти могат да бъдат (Е. Полат, 2002):

- ◆ организирани индивидуално, по двойки, групово в зависимост от броя на учениците;
- ◆ игрални, научни изследвания, творчески в зависимост от доминиращия метод;
- ◆ монопредметни, интердисциплинарни, надпредметни в зависимост от научната област;
- ◆ краткосрочни, средносрочни, дългосрочни в зависимост от тяхната продължителност.

Основните етапи на *проекта* са (Д. Митова, 2011):

- ◆ *подготвителен етап*:
 - избор на теми и цели на проекта;
 - определяне на броя на участниците в проекта и съставът на групите;
- ◆ определяне йерархията на конкретните проблеми и задачи на изследването, като се вземат предвид възрастовите характеристики на обучаваните;
- ◆ формулиране хипотези под формата на установяване на отношения между ситуацияите;
- ◆ избор и обработка на данни, които трябва да бъдат в съответствие с научните изследвания;

- ◆ събирането на данни:
 - идентифициране източници на информация;
 - разработване на метод за получаване на данни;
 - определяне на метода за обработка на материалите;
 - обмисляне представянето на резултатите;
- ◆ формулиране на обобщения, заключения, концепции;
- ◆ представяне на резултатите от проекта.

Съгласно различни изследвания М. Георгиева в (М. Георгиева в Е. Князева и др, 2013, с. 94) достига до твърдението, че чрез ИКТ *проектно-базираното обучение* се трансформира до *телеколаборативно проектно-базирано обучение, с което се реализират, в границите на синергетичния подход, различните видове учене ...на основата на контекстното обучение и, чиито основни компоненти са:*

- ◆ наличие на образователна цел;
- ◆ описание на крайния резултат (продукт);
- ◆ планиране, реализиране и отчитане на проект.

Различната типология на *телеколаборативното проектно-базирано обучение* е според (М. Георгиева в Е. Князева и др, 2013, с. 94):

- ◆ използваната комуникативна технология;
- ◆ броя на участващите субекти и връзката между тях;
- ◆ доминиращата дейност в проекта и други.

Следователно, педагогическата технология на проектно-базираното обучение в учебно-познавателния процес осигурява разработване и реализиране на тематични проекти в самостоятелна форма на обучение, свързани с изследователската дейност на обучаваните и използване на ИКТ за разработване и изучаване на учебно съдържание.

1.4.7. Педагогическа технология на основа на съвременни ИКТ

В съвременния етап на развитие на педагогическата наука и практика ИКТ са приспособени за нуждите на процеса на обучение. Тяхната нарастваща роля в образованието осигурява възможности за (И. Павлова, 2006):

- ◆ ползване на интернет от всеки в учебния процес, в произволно време и от произволно място;
- ◆ създаване, развиване и ефективно използване на информационните образователни ресурси, с възможност на повсеместен достъп за работа с тях;
- ◆ формиране и развитие на единно информационно пространство на образователните институции и присъствието им в него в различно време и независимо един от друг на всички участници в образователния и творчески процес.

ИКТ технологиите създават нови възможности за обучаемите да се ангажират в сериозно изследване, да предприемат изследвания, които би било невъзможно да направят по друг начин (А.М. Novak, С.І. Gleason, 2001), като симулации и да трансформират лабораториите от пасивните области на преподаване на науката към динамични и практически, автентични области на изследване и откривателство.

От дидактическа гледна точка ИКТ осигуряват възможност за дълбоко проникване в същността на изучаваните явления, за преодоляване на съществуващите времеви и пространствени ограничения и за висока информационна наситеност.

Г. Селевко (2005b) класифицира *съвременните ИКТ* в категорията технологии, насочени към модернизация и отношение към традиционната образователна система. Субектите ѝ са *обучаващия, обучавания и ИКТ*.

В научната литература са описани разнообразни *педагогически технологии на основа съвременни ИКТ*, например *технологията на компютърния урок* (Г. Селевко, 2005а, с. 112) с основни цели:

- ◆ подобряване на ефективността на урока, на учебния процес, използвайки възможностите на компютърните технологии;
- ◆ формиране на умения за работа с информация и развиване на комуникативни умения; формиране на човешката личност за адаптиране в *информационно общество*;
- ◆ образуване на изследователски умения, способност за вземане на оптимални решения; създаване на мотивация за учене;
- ◆ улесняване на разбиране на учебния материал от урока;
- ◆ осигуряване на възможност за използване на допълнителни материали и други.

В книгата *Педагогически технологии на основе информационно-коммуникационных средств* Г. Селевко (2005а, с. 120) представя *многомерна структура на характеристиките на компютърен урок* под формата на *логико-семантичен модел*.

Други интересни примери са:

- ◆ технология за подготовка на обучители за занятия с компютърни технологии или технология на използване на Интернет в образователния процес (Г. Селевко, 2005а, с. 126);
- ◆ технология *Интерактивна бяла дъска/таблети* и други;
- ◆ *технологии за електронното обучение*: интернет, мултимедия, електронна библиотека, електронни уроци, дистанционно обучение и други (Д. Гълъбова в Е. Князева и др, 2013, с. 177).

Следователно, в контекста на дисертационното изследване, педагогическата технология на основа на съвременните ИКТ обхваща разнообразни подходи и възможности за подобряване ефективността на учебно-познавателния процес чрез използване възможностите на компютърните технологии и за овладяване на знания и умения и формиране и развиване на компетентности за адаптиране в информационно общество.

1.4.8. Създаване и оценяване на педагогически технологии

Пътищата за *създаване на педагогическа технология*, определени от Д. Цветков (1987), са следните:

- ◆ от наличните базови теоретични познания към многовариантно *технологизиране* на теоретични знания;
- ◆ от нови фундаментални научно-педагогически познания към *технологизиране* на нови теоретични знания;

- ◆ от новите информационно–технически средства и методи за програмиране и управление към нови педагогически технологии.

Всяка *педагогическа технология* включва система от елементи (Н. Ганчев, И. Иванов, 1993, с. 7; М. Петкова, Е. Великова, 2014, с. 62–63, 2014):

- ◆ индивидуални характеристики на обучавания;
- ◆ професионални качества на обучаващия;
- ◆ субект-субектни отношения;
- ◆ детерминанти на средата;
- ◆ дидактически средства и материали;
- ◆ система за ръководство на учебния процес, която включва:
 - изучаване на особеностите на обучавания и средата;
 - определяне на стратегия на обучение;
 - планиране на обучението;
 - определяне на стратегия за регулиране и ръководство на учебния процес.

Средствата за илюстрация на педагогическите технологии са технологична схема, карта и други (В. Монахов, 1997; Г. Селевко, 2006b, с. 34; И. Дерновский, 2004):

- ◆ *технологичната схема* изобразява функционалните елементи на педагогическата технология, фокусирани върху специфични педагогически резултати и логическите връзки между тях;
- ◆ *технологичната карта* описва учебния процес чрез последователност от действия и съответни учебни средства;
- ◆ *технологичната микроструктура* - техники, връзки, елементи.

Общ недостатък на тези технологични описания е строгата формализация и детерминираност, силното влияние на субективния фактор при тяхното съставяне и прилагане (Н. Ганчев, И. Иванов, 1993, с. 3).

Оценяването на педагогическите технологии включва количествен и качествен анализ на различни техни характеристики в зависимост от поставените цели (М. Петкова, Е. Великова, 2014, с. 63), например:

- ◆ *цялостно оценяване* (Г. Селевко, 2006a, с. 17; Н. Николаева, В. Гуменюк, 2011, 2012, с. 2): научност, системност, управляемост, ефективност и възпроизводимост и други;
- ◆ *оценяване въздействието им върху специфични психологически фактори* (А. Кушнир, 2001), като например, човешкото съзнание, съотношението на доброволни и неволни процеси и други;
- ◆ *оценяване на функционалността им* (В. Беспалько, 1995):
 - ясни цели на обучението и възпитанието;
 - структуриране на учебната информацията;
 - интегрирано приложение на средствата за обучение и контрол;
 - установяване на диагностични функции за обучение и други;
- ◆ *оценяването им на етап проектиране* (И. Дерновский, 2004):
 - разделяне на процеса на етапи, действия, операции;
 - описание на последователността на получаване на резултата, определен от изходните данни (алгоритмичност);
 - управление;
- ◆ *оценяване спазването на основни принципи* (В. Беспалько, 1989):

- принцип на цялостност;
- принцип вариативно–личностна организация на обучението;
- принцип на фундаментална и професионална насоченост;
- принцип на информационна подкрепа;
- ◆ *оценяване ефективността на използване* (И. Дерновский, 2004):
 - усвояване на знания;
 - формиране и развиване на умения, компетентности, ценности;
 - самореализация на обучавания и обучаващия;
 - специфичен начин на мислене.

Следователно, създаването на педагогическа технология трябва да изпълнява система от критерии, чрез които се осигурява постигането на общи или специални образователни и възпитателни цели.

1.5. Интегриране на технологии в образованието

Технологиите навлизат във всички аспекти на нашето съвремие и са движеща сила на прогреса на човечеството чрез *интеграция*. Това понятие е дефинирано като *обединяване в едно цяло на няколко групи, колективи, учреждения, държави, организации и под, поради общи интереси, обща работа и под.; организирано сътрудничество между две или повече страни или ведомства в една страна;* произход от лат. *integratio, -onis „възобновяване“* през немски *Integration* или руски *интеграция* (Речник на българския език. Т. 6. (И-Й), 1990; М. Филипова-Байрова и др, 1982, с. 344). В съвременните речници понятието е дефинирано като *състояние на свързаност на отделни диференциални части и функции на система в цял организъм, както и на процеса, водещ до това състояние* (А. Прохоров, С. Кравцов, 2006).

Някои от дефинициите на глагола *интегрирам/интегрирам се* са:

- ◆ *обединявам в едно цяло* (М. Филипова-Байрова и др, 1982, с. 344);
- ◆ *осъществявам, правя интеграция на нещо, някого* (Речник на българския език. Т. 6. (И-Й), 1990, с. 344);
- ◆ *комбинирам (две или повече неща) до формиране или създаване на нещо; правя (нещо) част от друго по-голямо нещо; правя (едно лице или група) част от по-голяма група* (Merriam-webster dictionary).

Следователно, *интеграцията* е сложен процес, при който се комбинират отделни компоненти в *единна система*, която, от своя страна, може да се разглежда и като независима част от цялото.

Новите реалности на интегриране на технологиите в образованието водят до сложна система от зависимости, както по отношение на общуването обучаващ – обучаван и осъзнаване на собствената отговорност за успешното обучение, така и в осъществяването на контакта човек – машина (А. Кременска, 2011, с. 21). Поради което, през последните години в национални и международни документи и научни публикации се наблюдава тенденция на изместване на образователните цели от развиване и използване на технически и компютърни умения към *ИКТ грамотността*, която се дефинира като (М. Clough и др, 2013, с. 87–89):

- ◆ управление, интегриране, оценяване и създаване на информация с помощта на цифрови технологии, инструменти за комуникация и мрежи за достъп;
- ◆ критично мислене, когнитивни умения, умения за решаване на проблеми с дигитални технологии и средства за комуникация, технически знания;
- ◆ част от технологичната грамотност.

Р. Пейчева-Форсайт (2010, с. 3) определя използването на ИКТ в образованието като *мултифасетна и комплексна област, която може и следва да бъде проучвана и анализирана от различни аспекти и перспективи и концептуализирана в контекста на различни научни области*. Съществено значение за развитието на обществото, е *влиянието на новите технологии върху качеството и ефективността на ученето и образованието като цяло*.

М. Георгиева (2001, с. 25) отбелязва възможностите за използване на ИКТ за стимулиране на човешкия интелект, творческа дейност, оценяване на дидактическите възможности за творческо усвояване на знания и умения, развиване на изследователската активност, стимулиране на рефлексията.

Много изследвания приемат *технологиите* за:

- ◆ *интелектуален инструмент* (М. Георгиева, 2001, с. 23) за:
 - *откриване на самопознание и саморазвитие у индивида;*
 - *добиване на личностно-значими знания;*
 - *обогаत्याва и ускорява интелектуалното развитие;*
- ◆ *интелигентен инструмент* за (М. Clough и др, 2013, с. 107):
 - *семантична организация на овладени знания;*
 - *изграждане на симулации и представяне на ментални модели;*
 - *проучване и експериментирание с явления в микросветове;*
 - *изграждане на социално сътрудничество чрез синхронни и асинхронни конферентни среди;*
 - *конструктивни среди на знания;*
 - *информационно интерпретиране;*
 - *визуализиране обхвата на генерирани идеи и осигуряване на обратна връзка;*
- ◆ *когнитивен инструмент* за подпомагане на обучавания.

Изследването на П. Хепп (Р. Нерр и др, 2004, с. 1), показва, че други причини за използването на ИКТ в обучението са:

- ◆ *изисквания на новото общество* – необходимост от компетентно общество; овладяване на знания и умения, формиране на компетентности за използване на ИКТ;
- ◆ *повишаване на производителността* – ИКТ като инструмент за управление на всички нива на образователната система;
- ◆ *търсене на по-качествено обучение* - ИКТ за създаване на ефективни учебни среди.

Изследването обхваща ролята на ИКТ в три категории: *роля на педагогически инструмент, културна, социална и професионална роля, административна роля* (училищна администрация).

Като *педагогически инструмент* ИКТ осигурява нова рамка, която благоприятства подобряването на съществуващите практики за преподаване

и учене. ИКТ осигурява възможности за колаборативно обучение чрез проекти и самостоятелно обучение. Те са инструменти за прилагане на специфични и математически умения и основни познания за научни концепции за справяне с огромно количество информация.

Националната стратегия за въвеждане на ИКТ в българските училища (РБ, 2009) от 2009 г. поставя акцент върху:

- ◆ обучение на учители за използване на дигиталните технологии;
- ◆ разработване на Европейски образователни услуги и софтуер;
- ◆ ускорено изграждане на единна академична мрежа на учители, ученици, обслужващи училища

Тя е насочена към осъществяване на обучения с цел (РБ, 2009, с. 1):

- ◆ *адаптация* – обслужване на квалификационните стандарти на служителите в сферата на образованието;
- ◆ квалификация и преквалификация;
- ◆ насърчаване на кариерното израстване и развитие;
- ◆ *иновации* – въвеждане на иновационни методи в трудовите организации и трудовия процес.

Стратегия за ефективно прилагане на ИКТ в образованието и науката на Република България (РБ, 2014е, с. 7) от 2014 г. се фокусира върху ключовите проблеми в българското образование и наука – *ученето през целия живот, цифровата грамотност на нацията, квалификацията на педагогическите кадри, увеличени възможности за младите учени да извършват сложни научни изследвания, без да са принудени да напускат страната.*

Националната програма Информационни и комуникационни технологии в училище (РБ, 2014b) обхваща *eLearning Action Plan* (Commission of the European Communities, 2001) от 2000 г. на Комисията на ЕС като нейна основна цел е обновяване и замяна на компютърните станции със съвременни терминални решения, подпомагане на училищните програми за продължаващо въвеждане и обновяване на ИКТ в училищата и осигуряване на високоскоростна информационна свързаност на всяко училище до национални и международни образователни ресурси.

Една от основните задачи на *Стратегията за интелигентен, устойчив и приобщаващ растеж Европа 2020* (ЕК, 2010, с. 14) е изграждане на изграждане на икономика, основаваща се на знания и иновации. *Интелигентният растеж* включва подобряване качеството на образованието, чрез което се очаква насърчаване за разпространяване на иновации и знания с използване в максимална степен ИКТ и превръщането на иновативните идеи в нови продукти и услуги, които да създават растеж и качествени работни места

Като резултат от приемането на *Стратегията Европа 2020* (ЕК, 2010), Р. България предприе адекватни мерки по обновяване на националната си програма за развитие като прие *Национална програма за развитие: България 2020* (РБ, 2014с). В нея са застъпени приоритети, насочени към:

- ◆ повишаване качеството на човешкия капитал и засилване връзката му с пазара на труда;
- ◆ насърчаване на иновациите и повишаване на конкурентоспособността на българската икономика;

- ◆ подобряване на физическата и институционалната инфраструктури.

Програмата има за цел да преодолява пречките за развитие на конкурентоспособността на българската икономика – например, като *несъответствия между знанията и уменията на работната сила и потребностите на пазара на труда, и по-специално уменията, свързани с новите технологии*. Очакваният основен резултат по този приоритет е *осигуряване на образована, високо квалифицирана, адаптивна, мобилна и отговаряща на нуждите на пазара на труда работна сила* (РБ, 2014с, с. 12).

Друга национална програма, съобразена с целите и приоритетните направления заложи в национални и международни програми и стратегии е *Националната програма „Квалификация“*, която се стреми да осигурява допълнителни възможности за продължаваща професионална квалификация и надграждане на ключови и професионални компетентности на педагогическите специалисти (РБ, 2013, с. 2).

Оперативната програма *Наука и образование за интелигентен растеж 2014 – 2020 г.* (РБ, 2014d, с. 1) кореспондира с целите на *Националната програма за развитие: България 2020* и има ясна цел, насочена към *изграждане на научен, изследователски и иновационен потенциал*.

Интегрирането на технологии в обучението преминава през редица трудности и се повлиява от редица фактори. В изследване на А. Баланскот и др. (А. Balanskat и др, 2006, с. 50–53) бариерите за ефективно използване на ИКТ са разделени условно на три групи, като например:

- ◆ бариери на ниво учители:
 - липса на ИКТ умения;
 - липса на мотивация и увереност в използването на ИКТ;
 - неподходящо обучение на учители;
- ◆ бариери на ниво училище:
 - липса или ниско качество на ИКТ инфраструктура;
 - ограничен достъп до ИКТ оборудване;
 - ограничен опит на училищата, свързан с проекти;
 - липса на опит в проектно-базираното обучение;
 - липса на ИКТ интегриране в стратегиите на училищата;
- ◆ *бариери на системно ниво* свързани с широка образователна рамка.

Основните фактори, които определят интегрирането на технологии от обучаващите в обучението са (Н.-К. Wu и др, 2008, с. 65–66):

- ◆ самият обучаващ:
 - умения за успешно интегриране на технологии в обучението;
 - методически знания, умения и убеждения;
 - способности и умения в предметната област;
- ◆ самите технологии:
 - характеристики и възможности;
 - степен на технологична иновативност;
 - връзка с педагогическата практика;
 - съответствие с методите на преподаване;
- ◆ обкръжаващата среда на обучаващия:

- колегиалност, социална подкрепа, ресурси, училищна култура и други;
- вероятност за реализуемост в училището.

Някои от основните методи на приложение на ИКТ в преподаването и ученето са (J. Vorhaus, 2007):

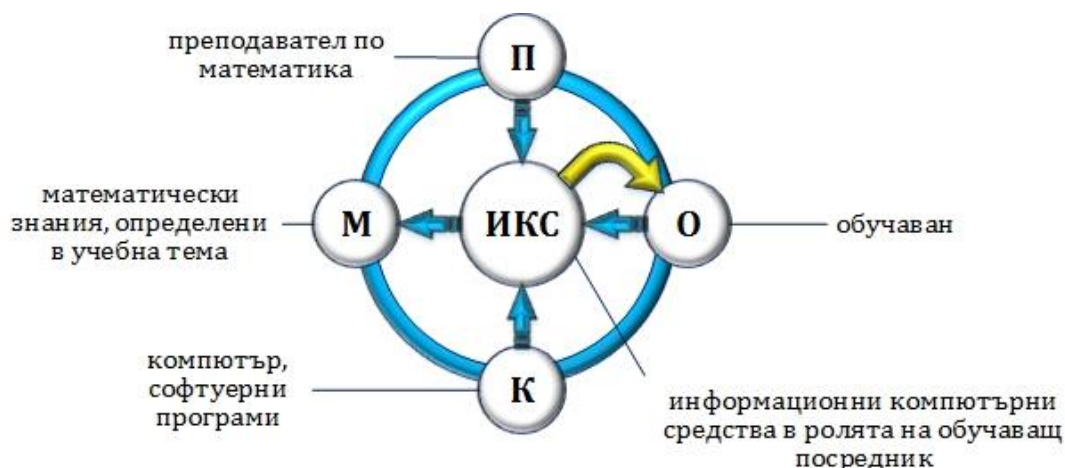
- ◆ *поддържащ метод* за повишаване точността и качеството на представяне;
- ◆ *метод за изследване и контрол* за проучване, експериментирание и изграждане на решения;
- ◆ *ръководещ метод* за представяне на информация и обратна връзка;
- ◆ *ресурсен метод* за достъп до информация;
- ◆ *свързващ метод* за комуникации.

Необходимостта от оценяването на ефективното интегриране на технологиите в преподаването и ученето в рамките на дисциплинарния контекст е от съществено значение за поддържане качеството на преподаване и създаване на учебни програми за професионално развитие (B. Handal и др, 2012, с. 387).

Следователно, от една страна, формирането и развиването на ИКТ грамотност е необходим елемент в професионално-педагогическата подготовката на бъдещите учители по математика и информатика, и от друга страна, използването на технологии от обучаващите като инструменти и като творческа учебно-познавателна среда подпомага овладяването на нови знания, умения и компетентности, които отговарят на съвременните обществени нужди и очаквания.

1.6. Технологии в обучението по математика

К. Гъргов, Е. Тодорова (2010, с. 399) включват в описанието на стандартното образователно дърво *обучаващ – обучавани – учебници*, нов, задължителен елемент – *ИКТ*. Д. Гълъбова (2012, с. 424) констатира аналогични изменения в образованието, но от гледна точка на обучението в конкретна предметна област – математиката. Структурата на компютърно подпомаганото обучение по математика, представена от Д. Гълъбова (2012, с. 424), е изобразена на Фигура 5.



Фигура 5. Структурата на компютърно подпомагано обучение по математика

Интегрирането на специализиран образователен софтуер предлага огромни възможности на обучаващите и учещите.

Ф. Демана и Б. Вайтс (F. Demana, B. Waits, 1990, с. 220) изследват възможностите на интерактивните компютърни технологии за постигане на високо качество на преподаването и изучаването на математика. Те определят следните основни фактори:

- ◆ овладяването на знания и умения за прилагането на технологиите от обучаващи и обучавани;
- ◆ възможностите за осъществяване на самостоятелни изследвания;
- ◆ стимулиране към обобщаване на математически зависимости.

Технологиите в обучението по математика трябва да са гъвкави, да имат динамичен характер, да са многовариантни, съвместими, взаимно да се допълват, но особено важно е да бъдат личностно ориентирани (В. Димитрова, Ф. Лустиг, 2011, с. 31). В тази връзка са полезни научните резултати на Р. Бейкън, който определя възприятието като решаващ елемент в придобиването на познание в математиката (П. Кинг, 2007, с. 69). Резултатите от изследванията на Дж. Джонсън (J. Johnson, 2000, с. 42) върху компютърно-базирано обучение по математика са, че компютърните среди оказват влияние върху нагласите и емоционалните реакции на обучаващите по алгебра и геометрия. Изследванията на Р. Пфонгута (R. Phonguttha и др, 2009, с. 30–36) върху ролята на технологиите като ефективно учебно средство за обучение и самостоятелно изучаване на геометрията също показват лесно разбиране на геометричните отношения и решаването на проблемите.

В изследването си В. Войноховска (2011, с. 9–10) определя положителното влияние на компютърно-базираните образователни технологии върху учебния процес чрез осигуряване на възможности:

- ◆ *активно учене* от страна на обучаващите;
- ◆ *индивидуализация и диференциация на обучението*, свързана със съдържанието, обема, темпа на развитие, равнището на задълбоченост чрез отчитане на индивидуалните особености, интереси и способности на обучаващите и подбор на учебно съдържание, форми, методи темп и обем за създаване на оптимални условия за формиране и развиване на знания, умения и компетентности у всеки обучаем;
- ◆ интерактивно взаимодействие между потребителя и системата;
- ◆ самоподготовка и самообразование - системите с изкуствен интелект създават предпоставка за провеждане на процес на самообучение, формира умения за самостоятелно представяне и извличане на знания, спомага за развитие на аналитично мислене и развитие на личността на обучаемия;
- ◆ самопроверка.

Фирмите, които разработват образователен софтуер, например CASIO, изследователите, учителите и обучителите насочиха вниманието си към разработване или използване на (M. Petkova, 2011, с. 145):

- ◆ цифрови и графични калкулатори;
- ◆ системи за компютърна алгебра (CAS)- Maple, Mathematica, Derive;

- ◆ динамичен геометричен софтуер (DGS) - Cabri Sketchpad, Cinderella, C.a.R;
- ◆ системи, комбиниращи алгебричен и геометричен софтуер - GeoGebra, GeoNext, TI-92 calculator;
- ◆ *специализирани математически системи* - Interactive Platform for Learning Calculus (PIAC).

Непрекъснато се създават нови софтуерни разработки, които удовлетворяват новите обществени и образователни нужди. Например, компютърната програма „Откривател“ (Computer-Generated Encyclopedia of Euclidean Geometry „Discovery“) се разработва от С. Гроздев, Д. Деков (2013, с. 50) с цел осигуряване на възможности за:

- ◆ откриване на нови теореми в Евклидовата геометрия;
- ◆ решаване на задачи за доказателството или за построение, изчислителни и екстремални задачи;
- ◆ групова, индивидуална, кръжочна или самостоятелна работа за подготовка на реферати, научни статии, статии за участие в конкурси, дипломни работи на ученици и студенти;
- ◆ подготовка за състезания и математически олимпиади;
- ◆ подготовка на бъдещи учители по математика;
- ◆ повишаване интереса към математиката и други.

Чрез използване на математическите алгебрични и геометрични системи се усъвършенстват техните възможности за решаване на широк кръг от проблеми.

По-важни характеристики на динамичните геометрични системи са:

- ◆ режим на плъзгане, който се използва за проучване и визуализиране на движения и геометрични свойства чрез местене на обекти и трансформиране на фигури по начини, които са извън обхвата на традиционния лист и молив (Б. Златанов, 2014, с. 3; K. Ruthven и др, 2005; M. Mariotti, 1999);
- ◆ лесно визуализиране и спестяване на много чертожно време (Б. Златанов, 2014, с. 3; С. Гроздев, Д. Деков, 2013, с. 50);
- ◆ среда или инструменти за генериране на нови идеи (С. Гроздев, Д. Деков, 2013, с. 50), за евристички и експериментирание (Б. Златанов, 2014, с. 3).

Възможностите на мултимедийните и аудио-визуалните средства за провеждане на интензивни форми и методи на обучение и самостоятелни учебни дейности повишават мотивацията и равнището на емоционално възприемане на информацията (М. Petkova, 2011).

Изследвания върху интегрирането на системи за компютърна алгебра и динамична геометрия в обучението по математика и ролята им за подобряване на процесите за проверка на знания и умения, за развитие на стратегиите за решаване на задачи и други установяват, че те съдействат за (K. Ruthven и др, 2009; K. Ruthven, S. Hennessy, 2002):

- ◆ увеличаване на скоростта и повишаване на ефективността на представяне на учебния материал по математика;
- ◆ осигуряване на условия за промяна на формата на учене – въвеждане на елементи на игра, забавление и вълнение;

- ◆ мотивиране и стимулиране на обучаваните за учене.

Интегрирането на образователни софтуерни технологии в учебно-познавателната дейност е насочено преди всичко към развиване на умения за ефективно използване на знанията, уменията и компетентностите. *Очакванията са свързани с позитивна промяна в отношението на обучаващите и обучаваните спрямо ролята на ИКТ в обучението по математика и развиване на способността на учениците за творчество, самостоятелност и интегриран подход към ученето (М. Petkova, 2011, с. 147).*

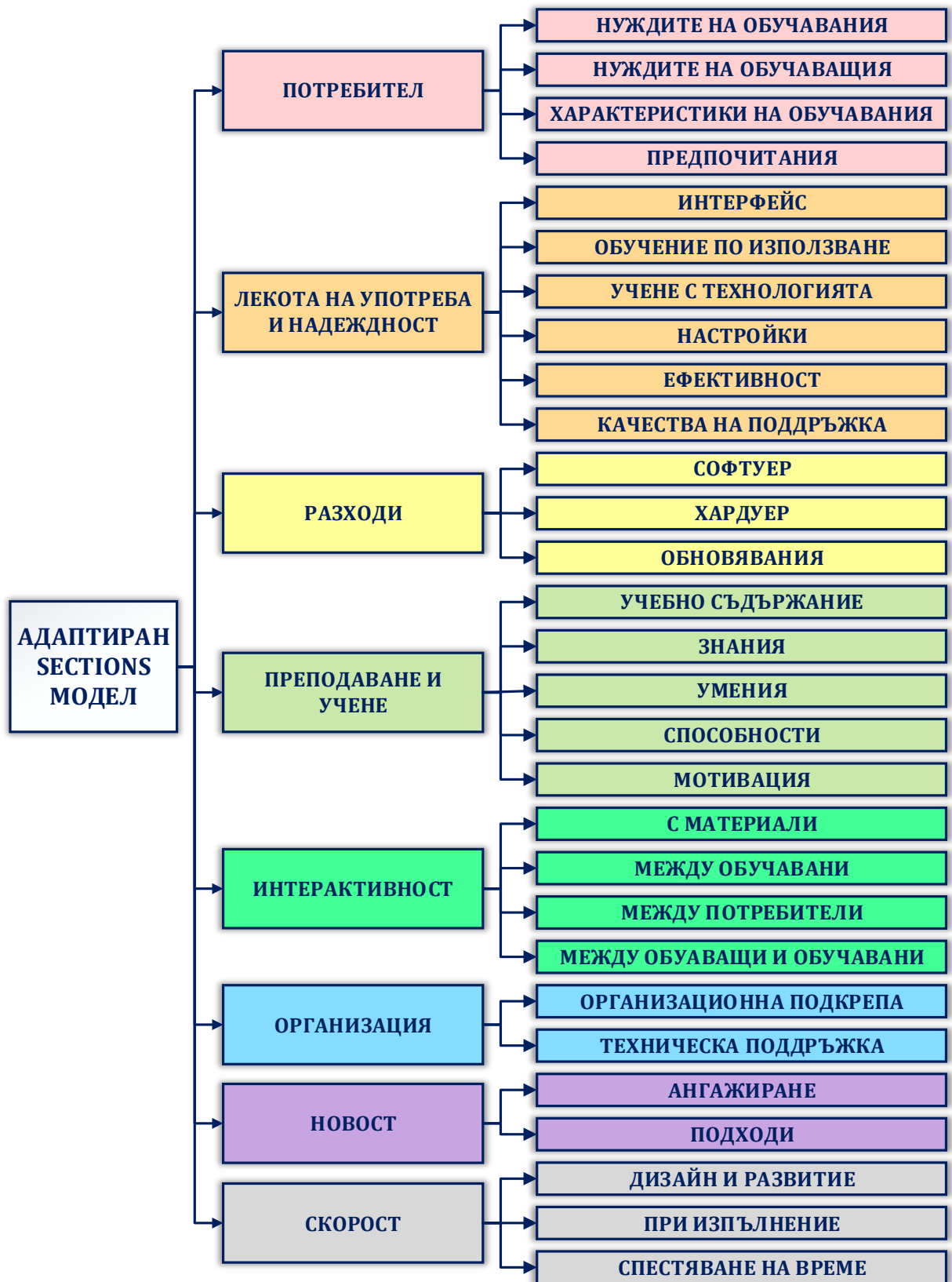
Следователно, интегрирането на технологии в учебно-познавателната съвместна и самостоятелна дейност е база за формиране и развиване на компетентности за създаване на нови познания, решаване и създаване на оригинални задачи, изследване на обекти, формулиране, потвърждаване или отхвърляне верността на хипотези и други.

1.7. Критерии за избор на софтуерни технологии

Оценяването на селекцията на софтуерни технологии, които притежават качества за ефективно интегриране в обучението, се осъществява чрез модела *SECTIONS* на А. Байтс и Г. Пол (А. Bates, G. Poole, 2003, с. 78–80), адаптиран от К. Блейз (К. Blaze, 2011) (Фигура 6).

Моделът улеснява вземането на правилно решение относно качествата на избрана технология за постигане на ефективно обучение чрез нейното интегриране в учебно-познавателната дейност. Той обхваща осем области на оценяване *потребител, лекота на употреба и надеждност, разходи, преподаване и учене, интерактивност, организационни въпроси, новост, скорост*. Оценяването на избора включва четири етапа:

- ◆ *Определяне* - конкретизират се кандидат-технологиите, които могат да бъдат избрани и оценявани;
- ◆ *Оценяване* - преминава се към обхождане на модела по области. Всяка област включва определени критерии, по които се оценяват кандидат-технологиите;
- ◆ *Прилагане* – прилагат се в реална или симулирана среда за установяване на нейния обхват на действие;
- ◆ *Усъвършенстване* - констатирани са предимствата и недостатъците на кандидат-технологиите и, ако технологиите позволяват, може да се развият или подобрят чрез актуализации, така че да отговорят на максимално на критериите, определени в модела. Последният етап има по скоро препоръчителен характер.



Фигура 6. Адаптиран модел SECTIONS

Изборът на една софтуерна технология за ефективно интегриране в обучението се оценява и с друг важен критерий, *правата за достъп на потребителите*. Спрямо този критерий софтуерните технологии могат да се класифицират в четири групи (R. Stallman, 2009):

- ◆ *софтуер със затворен изходен код* – няма достъп до изходния код на програмите, а само до само изпълними файлове;
- ◆ *софтуер с отворен изходен код* – достъпът при определени условия;
- ◆ *софтуер със свободен изходен код (свободен софтуер)* – безплатен;
- ◆ *свободното използване на изходния код* - платен.

Р. Столмън (R. Stallman, 2002, с. 3) описва *четири свободи*, които дефинират дадена софтуерна технология като свободна:

- ◆ използва програмата;
- ◆ изучаване и променяне на програмата;
- ◆ разпространяване на програмата;
- ◆ оптимизиране и споделяне на програмата в полза на общество.

Оценяването на свободната софтуерна технология от гледна точка на нейното интегриране в обучението обхваща анализ на нейните предимства (Таблица 3) и недостатъци (Таблица 4) (В. Павлова, 2011; Г. Кирякова и др, 2011).

Таблица 3. Предимства на свободния софтуер

ПРЕДИМСТВА	ХАРАКТЕРИСТИКИ
<i>Достъпност</i>	достъпен за всички потребителите в Интернет
	без заплащане на лиценз
	не са тестови версии
<i>Свобода</i>	огромен брой модули
	настройване на продукта за използване за конкретни потребителски цели и задачи
<i>Поддръжка и развитие</i>	поддръжка и усъвършенстване от широк кръг специалисти и потребители
<i>Качество</i>	добавяне на нови компоненти към вече съществуващ продукт, които са плод на действителни изисквания на обществото
	действително готови и работещи нови версии
<i>Надеждност и сигурност</i>	отвореният код позволява откриването на евентуални грешки и бързата им корекция
	доразвиване и доусъвършенстване на самия код
<i>Преводи</i>	разпространяване на различни езици (български език)
	при желание потребителите могат да участват в превода
<i>Споделеност, работа в екип, взаимопомощ</i>	използването, разпространяването, подобряването на свободния софтуер възпитава потребители на тези основни принципи
<i>Избягване на софтуерното пиратство</i>	свободното му разпространяване е законно и допринася за неговото развитие

Таблица 4. Недостатъци на свободния софтуер

НЕДОСТАТЪЦИ	ХАРАКТЕРИСТИКИ
<i>Липса на свободен софтуер в определени области</i>	няма възможност за избор
<i>Голям избор на свободен софтуер</i>	много продукти и потребителите изпитват затруднения в избора си
	загубя много време за ориентиране сред програмите, което би задоволила потребностите им
<i>Интерфейс и документация на свободния софтуер</i>	Набляга се на функционалност за сметка на потребителския интерфейс
	невинаги подробна документация

Следователно, неделима част от образователния процес е подборът и оценяването на качествата на софтуерна технология, подходяща за ефективно интегриране в обучението, какъвто е свободно разпространяемият софтуер с отворен изходен код.

1.8. Качества на GeoGebra за обучението по математика

GeoGebra включва много от възможностите на системи, които съдържат алгебричен и геометричен софтуер за създаване на (M. Hohenwarter, K. Jones, 2007):

- ◆ конструкции от геометрични обекти като точки, вектори, кръгови сегменти, отсечки, сечения и други;
- ◆ функции, които се определят алгебрично и след това могат да се променят с мишката;
- ◆ уравнения и координати, които могат да се въвеждат директно, графично с мишката или алгебрично чрез задаване на стойности.

Онлайн мултиплатформата GeoGebra е част от дългогодишните изследвания на *Международния GeoGebra Институт* (IGI последно посетен на 04.10.2015 г.) върху прилагане методиката на обучението по математика в компютърно-базирана учебно-познавателна дейност. GeoGebra се усъвършенства непрекъснато с цел задоволяване на съвременните образователни нужди и е преведен на повече от 50 езика със съдействието на потребители-доброволци (M. Petkova, E. Velikova, 2015b, с. 30–31). Първата официалната версия *GeoGebra 1.0* е създадена през 2002 г. Тя е обновявана още девет пъти в периода 2004 – 2015 г. През 2006 г. Министерство на образованието на Австрия гарантира предоставянето на GeoGebra като *свободно разпространяем софтуер с отворен код*. В софтуера са вградени:

- ◆ MathPiper - система за компютърна алгебра, написана на Java, <http://www.mathpiper.org/>;
- ◆ Reduce - интерактивна система за общи алгебрична изчисления, <http://reduce-algebra.com/>;

- ◆ Apache Commons Mathematics Library - математически и статистически компоненти, <http://commons.apache.org/>;
- ◆ FreeHEP Java Libraries - библиотека за споделяне и насърчаване използването на Java код, <http://java.freehep.org/>;
- ◆ JLaTeXMath - EPS Graphics Library. <http://www.abeel.be/epsgraphics/>;
- ◆ JUNG за моделиране, анализи и визуализация на данни, представени като графика или мрежа, <http://jung.sourceforge.net/>;
- ◆ Tango Icon Gallery - <http://tango.freedesktop.org/>;
- ◆ Maxima - система от символни и числови изрази и действия, например диференциране, интегриране, ред на Тейлър, трансформации на Лаплас, пресмятане на обикновени диференциални уравнения, системи линейни уравнения, действия с полиноми, вектори, матрици. <http://maxima.sourceforge.net/>;
- ◆ JSXGraph - <http://jsxgraph.uni-bayreuth.de/wp/>;
- ◆ perlETC - Perl енциклопедия на триъгълника, <http://www.jasoncantarella.com/webpage/index.php?title=PerlETC>.

Достъпът до мултиплатформата GeoGebra зависи от потребностите на потребностите.

Компонентите на GeoGebra са (М. Petkova, Е. Velikova, 2015b, с. 30–31):

- ◆ динамичен математически софтуер GeoGebra със:
 - *два режима на работа*: online (Web App) и offline;
 - *съвместимост с операционни системи* за компютърни конфигурации - Chrome App, Windows, Mac OS X; Linux (Red Hat, openSUSE, Debian, Ubuntu); за таблети в Windows Store, App Store на Apple, Google Play на Android); за телефони (в процес на тестване);
 - *приятелски интерфейс, мултилингвистично меню, команди*;
 - *двойствено представяне на обекти* в алгебричен и геометричен прозорец и други;
- ◆ *GeoGebraForum* - обмяна на идеи, проблеми, въпроси и други;
- ◆ *GeoGebraTube* - база за създаване, търсене, публикуване и споделяне на онлайн материали;
- ◆ *GeoGebraBook* с възможности за:
 - интегриране на текст, видео, аплети, изображения, уеб адреси, групиране на материали (GeoGebraWorkSheets);
 - задаване на въпроси и създаване на упражнения.
- ◆ *GeoGebraGroup* - онлайн организация на образователни ресурси.

Някои от основните предимства на мултиплатформата в контекста на обучението по математика са:

- ◆ интегриране на *системите за динамична геометрия* и *системите за компютърна алгебра* в един софтуерен продукт с цел връзка между символни манипулации, визуализация и динамична изменчивост (М. Hohenwarter, К. Fuchs, 2004, с. 1);
- ◆ демонстрация и визуализация; конструктивен протокол за описване изграждането на конструкции; създаване на подходяща атмосфера за учене; подготовка на учебни материали за използване

в сътрудничество, комуникация и като презентационен инструмент (M. Hohenwarter, K. Fuchs, 2004, с. 3);

- ◆ проследяване на математически отношения, закономерности между обекти, интегрирани в GeoGebra приложения;
- ◆ симулации за анализ на възможни решения (M. Petkova, 2011, с. 146);
- ◆ изследователска дейност чрез комбиниране на факти, експериментиране, анализиране на резултатите и издигане на хипотези, създаване на модели, потвърждаване или отхвърляне на хипотезите (M. Petkova, 2011, с. 146);
- ◆ разширяване и обогатяване средата на обучение чрез прилагане на интерактивни методи и стратегии на преподаване и учене (M. Petkova, 2013, с. 136);
- ◆ подобряване на съществуващите статични форми на учебните материали и създаване на динамични мултимедийни такива (M. Petkova, 2013, с. 136);
- ◆ кооперирано обучение (cooperative learning) (L. Dikovic, 2009, с. 192);
- ◆ създаване и решаване на математически задачи (M. Petkova, E. Velikova, 2015a), доказателства и геометрични конструкции;
- ◆ математически изследвания (M. Hohenwarter, K. Fuchs, 2004, с. 3);
- ◆ обобщаване на проблеми и отношения (C. Christou и др, 2005, с. 127);
- ◆ създаване на творческа учебна среда (M. Petkova, E. Velikova, 2015a);
- ◆ математическо проучване, насърчаване на дискусия и групова работа (M. Hohenwarter, K. Fuchs, 2004);
- ◆ постигане на образователни цели за математическо обучение (M. Hohenwarter, J. Preiner, 2007);
- ◆ формиране и развиване на мотивация за самостоятелна познавателна дейност (M. Petkova, 2011);
- ◆ индивидуална работа; усвояване на нови знания и развиване на умения за работа с платформата; осъществяване на обратна връзка (M. Petkova, E. Velikova, 2015b, с. 31);
- ◆ условия за обучение на мултиетнически групи, използване при различни възрастови групи на различни етапи от обучението; възможност за модификация на интерфейса (I. Chrysanthou, 2008);
- ◆ условия за създаване на нови задачи и тяхното използване в различни контексти (C. Christou и др, 2005, с. 125).

Някои от използваните методи на обучение в GeoGebra среда са (M. Petkova, E. Velikova, 2015b, с. 31):

- ◆ решаване на математически задачи;
- ◆ решаване на задачи чрез конструиране или доказване на твърдения;
- ◆ създаване на нови или интересни задачи от гледна точка на обучавания и в съответствие с изучаваната тематика;
- ◆ развитие на уменията за създаване и решаване на задачи;
- ◆ интегриране на GeoGebra приложения в математически задачи и самостоятелно разработени теми по математика;
- ◆ формиране и развиване на специфични знания, умения и компетентности за построяване на геометрични фигури, създаване

на интерактивни мултимедийни илюстрации към изучавания материал (А.М. Юрьевич, 2013).

Изследванията върху създаването и прилагането на GeoGebra приложения в обучението по математика показват, че:

- ◆ е по-лесно и отнема по-малко време в сравнение с други подобни софтуерни продукти и се повишава степента на компютърна грамотност (М. Hohenwarter и др, 2007);
- ◆ се повишава интересът към самостоятелни научни изследвания в областта (К. Jones и др, 2009, с. 97);
- ◆ влияят положително върху ефективността на преподаването и изучаването на математиката (Е.S. Naciomeroglu и др, 2009, с. 26).
- ◆ има положителен ефект върху разбирането и овладяването на знания от обучаваните (L. Dikovic, 2009, с. 201).

Следователно, мултиплатформата GeoGebra има качествата на творческа учебна математическа среда за мотивиране на обучаваните за творческа и самостоятелна дейност, овладяване на специфични знания, умения, формиране и развиване на компетентности, необходими за постигане на актуалните цели на обучението по математика.

1.9. Формиране и развиване на компетентности в учебно-познавателната дейност

1.9.1. Понятията знания, умения и компетентности

Необходимо условие за ефективността на образованието е високата информационна култура, която включва знания, умения, компетентности, критично мислене, самостоятелна интерпретация на съдържанието и ценността на информационните източници и владееене създаването на стратегии за работа с информационни масиви от данни (И. Павлова, 2006).

В Европейската квалификационна рамка за учене през целия живот (ЕК, 2009, с. 11) и в съответната Национална квалификационна рамка на Република България (РБ, 2012) резултатите от обучението означава показатели за онова, което учащият знае, разбира и може да направи при завършване на учебния процес, които се определят по отношение на знания, умения и компетентности:

- ◆ знания означава резултат от усвояване на информация в процеса на учене. Знанията са съвкупност от факти, принципи, теории и практики, които са свързани с определена сфера на работа или обучение. В контекста на Европейската квалификационна рамка знанията се описват като теоретични и/или фактологични;
- ◆ умения означава способност за прилагане на знанията и използване на ноу-хау при изпълнение на задачи и решаване на проблеми. В контекста на Европейската квалификационна рамка уменията се описват като:
 - *познавателни, включващи прилагане на логическо, интуитивно и творческо мислене;*
 - *практически, включващи сръчност и употреба на методи, материали, уреди и инструменти;*

- ◆ компетентност означава доказана способност за използване на знания, умения и личностни, социални и/или методологични дадености в работни или учебни ситуации и в професионално и личностно развитие. В контекста на Европейската квалификационна рамка компетентностите се описват с оглед степента на поемане на отговорност и самостоятелност.

Понятието *знание* се дефинира от някои изследователи, например като:

- ◆ проверен от практиката резултат от познанието на действителността (Г. Коджаспирова, А. Коджаспиров, 2000);
- ◆ форма на продукт на социалния опит и познанието, които се развиват, уточняват и задълбочават (П. Радев и др, 2007, с. 218);
- ◆ организирана информация, която може да се използва по специфичен начин (Х. Гейвин, С. Комаров, 2003);
- ◆ система от формирани у субекта идеални образи на предмети и явления, техни свойства и особености, връзки и отношения помежду им във вид на на впечатления, представи, мисли, понятия, идеи (Л. Десев, 1999, с. 176).

У. Фу-Дзъ подчертава, че *знанието* и *действието* са свързани (П. Кинг, 2007, с. 92).

И. Иванов (2004, с. 113 – 114) формулира измеренията на знанието като:

- ◆ фактологично знание;
- ◆ *концептуално знание* – взаимовръзка на основни елементи в рамките на по-големи структури, които им позволяват да функционират съвместно, например знание з теории и структури;
- ◆ *процедурно знание* – методи за изследване и критерии за използване на умения, алгоритми, методи и техники;
- ◆ *метакогнитивно знание* – стратегическо знание; знание за познавателните задачи, включително и контекстуално условно знание; знание за собствените когнитивни особености.

Понятието *умение* също е определено по различен начин от дефиницията, включена в *Европейската квалификационна рамка*, например като:

- ◆ възможност за успех в изпълнението на задача или начинание, зависима от съзряване, способност и упражненост или тренираност на субекта; усвоен в резултат на повторение, упражнение или по подражание начин за самостоятелно ползване знания и понятие, умствени процеси и физически действия за решаване на теоретически и практически задачи (Л. Десев, 1999, с. 611);
- ◆ ситуационно отнесена система на организацията на психиката, система от поведенчески актове за реализиране на дадена цел с висока степен на ефективност; единица на човешката практика, на опита, „ситуационна активност“, което означава, че активността на субекта противостои на ситуацията и целесъобразно я преобразува (Б. Минчев, 1998, цит. по Л. Десев, 1999, с. 611);
- ◆ способност за ефективно и адаптивно реализиране на различни модели на поведение в теоретичен, практически и социален аспект;

- ◆ интегративно свойство на личността, което се изразява като координирана и интегрирана серия от действия, операции и процедури за постигане на определени цели, решаване на задачи и проблеми (П. Радев и др, 2007, с. 220–221);
- ◆ висше човешко свойство, формирането, на което е крайна цел на педагогическия процес, и негов завършек (К. Платонов, 1963);
- ◆ подготвеността за извършване на такъв относително цялостен комплекс от действия от интелектуален и двигателен характер при практическата дейност на човека, които се осъществяват в органическо единство, бързо и правилно и, чрез които се постига определен резултат (Г. Мавров, 1960).

Видовете умения могат да бъдат, например (П. Радев и др, 2007, с. 222):

- ◆ *теоретични интелектуални умения* за осъществяване на когнитивни операции, процедури и действия като например изпълняване на основни аритметични действия;
- ◆ умения за ментално самоуправление:
 - *регулиране на интелектуалната дейност* – планиране, проследяване хода на решението на задачата, разработване на форма за презентация на задачата, разпределение на времето;
 - *изпълнение на когнитивни процеси* – свързване, допълване, сравнение, селекция, групиране, кодиране на информация;
 - *използване на знанията* – диференциация, оперативност;
- ◆ умения за придобиване на нов опит: справяне с нови ситуации;
- ◆ практически интелектуални умения за решаване на проблеми;
- ◆ *неявни умения*, получени чрез ежедневен опит;
- ◆ практико-приложните умения за решаване на проблеми;
- ◆ *социални умения* за компетентно решаване на социални задачи.

Изследователите на подготовката учители по физика определят необходимостта от формиране и усъвършенстване на процесуалните умения (В. Димитрова, Ф. Лустиг, 2011, с. 34; Ж. Райкова в Р. Маврова (Ed.), 2009, с. 5–6):

- ◆ основни процесуални умения за комуникация, използване на ИКТ, работа в екип, решаване на проблеми и анализ на резултати;
- ◆ основни научни процесуални умения за наблюдение, класифициране, заключение, прогнозиране, комуникация;
- ◆ интегрирани научни процесуални умения за формулиране на хипотеза, откриване и описание на отношенията между променливите величини, описание и провеждане на експеримент, събиране, организиране и анализиране на данни, определяне на причинно-следствени връзки, конструиране на модели.

Осемте *ключови компетентности за учене през целия живот*, необходими на съвременния пазарна труда, са дефинирани през 2016 г. от Европейският парламент и Съветът на Европа (C. of Education, 2006):

- ◆ общуване на роден език;
- ◆ общуване на чужди езици;
- ◆ математическа компетентност и основни компетентности в природните науки и технологиите;

- ◆ дигитална (или ИКТ) компетентност;
- ◆ умения за учене;
- ◆ обществени и граждански компетентности;
- ◆ инициативност и предприемачество;
- ◆ културна осъзнатост и творчество.

Тези компетентности са базата за личната и професионална реализация и развитие и социална интеграция на всеки човек в наши дни (Д. Ангелова-Ганчева в Г. Каменова (Ed.), 2011, с. 12).

Много изследователи дефинират *компетентността*, например като:

- ◆ обща способност и готовност за извършване на определена дейност, основана на знания и опит, ориентирани към самостоятелно и успешно участие (В. Байденко, 2006; Г. Селевко, 2004, с. 139–140);
- ◆ *способност за качествено решаване на практически и теоретични проблеми в конкретна област* (М. Kravcik, 2009, с. 10);
- ◆ *способност за мобилизиране на знания и опит* (Н.В. Фоменко, 2012);
- ◆ *организиране и използване на знания, умения навици и опит за ефективни решения и извършване на определена дейност* (Н. Цанков, 2013; П. Радев и др, 2007, с. 222–223);
- ◆ способност да се реши някаква задача и да се извърши нещо; ...трансфер към експертност и майсторство; ...*адаптация на съществуващите структури от знания и умения и тяхната реорганизация при нужда* (П. Радев и др, 2007, с. 222–223).

Математическата компетентност е описана от изследователите М. Niss (2003) по следния начин:

- ◆ способност да се развие и прилага математическо разсъждаване за решаването на различни проблеми;
- ◆ способност и желание да се използват математически методи на мислене и представяне;
- ◆ способност за задаване и отговаряне на въпроси:
 - *математическо мислене* - знания относно видовете въпроси, способност да се прави разлика между различните видове математически твърдения, способност за откриване, формулиране и решаване на различните математически задачи;
 - *математическо моделиране* - способност да се анализират свойствата на съществуващи модели и да се оцени техният обхват и валидност, способност за активно моделиране на конкретни ситуации, чрез определяне на обекти, отношения и проблеми и се представят чрез математически символи;
 - *математически разсъждения*: способност за откриване на идеи и аргументи за математическите доказателства;
- ◆ способност за боравене с математическия език и неговите инструменти:
 - *способност за представяне* - разбиране и използване на подходящо алгебрично, геометрично или друго представяне на математически обекти, явления, проблеми и ситуации и разбиране на зависимостите между тях;

- *способност за символно и формално представяне* – използване на математическа числова и знакова символика и работа с формални математически системи;
- *комуникативна компетентност* – способност за изразяване по математически въпроси по различни начини и с различни нива на сложност в зависимост за аудиторията.

Към *математическата компетентност* се включват още:

- ◆ *способност за използване на учебни помагала, инструменти и информираност* за тяхното съществуване, свойства и възможности (Р. Василева-Иванова, 2015, с. 27);
- ◆ *взаимосвързани качества на личността*: математически знания, умения, навици, начини на мислене и действие, способност за овладяване на нови математически знания и тяхното използване в бъдещата професионална дейност (Т. Анисова, 2013).

Може да се обобщи, че в контекста на дисертационното изследване понятията знания, умения и компетентности, дефинирани в Европейската квалификационна рамка ще бъдат използвани операционни понятия.

1.9.2. Условия за формиране и развиване на компетентности в учебно-познавателната дейност

Необходимостта от ново качество на образователните резултати налага по-широко използване на подходящи подходи в образованието, например:

- ◆ *технологичният подход* осигурява прецизно управление на учебната дейност за осъществяване на ефективен педагогически процес; съответства на определена педагогическа технология и прилагането му е важна част от теоретичните постановки и успешните практики на съвременната педагогика;
- ◆ *компетентностният подход създава условия за формиране на компетентности* (Р. Василева-Иванова, 2015, с. 22) *образователни резултати и индикатори на човешкия капитал* (Н. Цанков, Л. Антонова (Ed.), 2009, с. 100). Той е свързан с образователните технологии, които имат повишат ефективността на образованието (В. Димитрова, Ф. Лустиг, 2011, с. 30);
- ◆ *изследователският подход* се разглежда като *учене чрез откриване, учене чрез дейността*; осигурява възможности за овладяване на знания от високо ниво, методи на научно познание и прилагането им в нови ситуации; притежава творчески характер, изразен в създаване на оригинални продукти за обучаваните и групата, за които са предназначени (Е. Великова, 2006, с. 14–19);
- ◆ *дейностен подход* или *учене чрез правене*;
- ◆ *лично-ориентиран подход* – позиция, при която субектите на педагогическия процес се характеризират като активни, съзнателно действащи индивиди, променящи и развиващи себе си, чрез програмите на педагогическата интеракция, наследственост и отношения с природната и социалната среда (П. Радев и др, 2007, с. 36).

Три от тези подходи могат да бъдат обединени в един общ подход, който се характеризира с прилагане на интерактивни методи и нетрадиционни форми на работа; и други.

Д. Равен (2002) доказва, че *формирането и развитието на компетентностите* може да се осъществи чрез създаване на *развиваща образователна среда* и осигуряване на подходящи условия за:

- ◆ когнитивно развитие, разработване и използване на вербални средства, предоставяне на информация и свободно изразяване на мнение, дискутиране; повишаване на мотивацията;
- ◆ изучаване на разнообразен опит, решаване на нови сложни реални проблеми, участие в нови дейности, съвместно решаване на значими за обучаваните проблеми, самостоятелна работа и системно съдействие по всички въпроси и проблеми, определяне на високи изисквания, взаимодействие и други.

Придобиването на определено *равнище на компетентност* се разглежда като степен на развитие на способност на индивида да съчетава и използва знания, умения и компетенции, според разнообразните изисквания, породени от специфичния контекст, ситуация или проблем (Р. Василева-Иванова, 2015, с. 49). Анализирането *равнището на компетентността* като вариативна величина се осъществява чрез (Р. Василева-Иванова, 2015, с. 21):

- ◆ *входните величини* - способностите, с които ще се извършва определена дейност;
- ◆ *величините на дейността* - поведението, с което личността трансформира входа в изход;
- ◆ *изходни величини* - крайният резултат, постигнат чрез максимално използване на знания, умения, качества на личността, качества на технологии и други.

Равнището на развитие на определена *компетентност* се измерва чрез (Р. Василева-Иванова, 2015, с. 49):

- ◆ *равнището на овладени знания и умения*, свързани с теоретично-дисциплинарния и дейностен компонент на изучаването учебно съдържание;
- ◆ *ориентирането в ситуации*, които имат отношение към бъдещата професионална дейност и осигуряват възможности за адекватно и самостоятелно решаване на проблеми;
- ◆ *използването на личностни качества* - инициативност, находчивост, комуникативност, отговорност, и други.

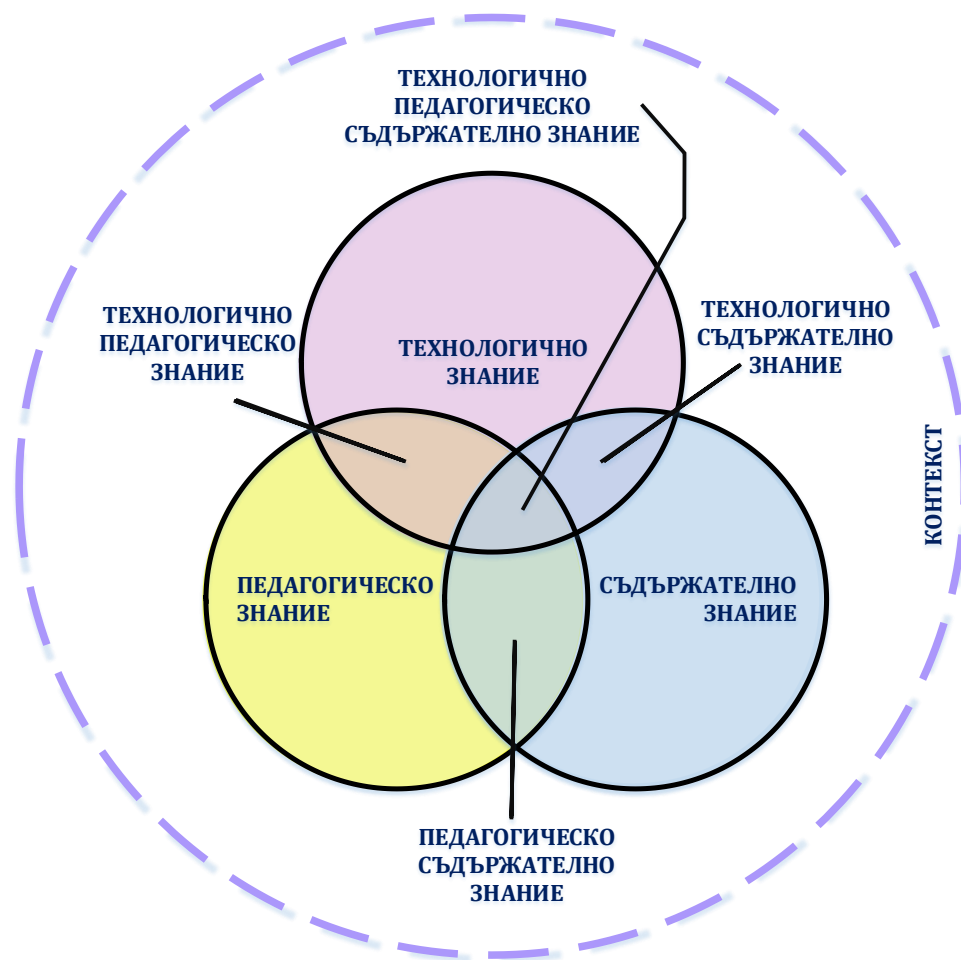
Въпросите за повишаване на професионална квалификация на учителите за използване на ИКТ в учебно-познавателната дейност се изследват в научната литература (В. Handal и др, 2012, с. 388), като най-важните причини за това са (Р. Пейчева-Форсайт, 2010, с. 3):

- ◆ приносът на технологиите към интернационализацията и глобализацията на образованието;
- ◆ потенциалните възможности на технологиите за демократизация на образованието;
- ◆ потребностите и очакванията на учещите, живеещи и работещи в информационното общество;

- ◆ нарастването на потребностите от обучение през целия живот;
- ◆ необходимостта от подобряване ефективността на обучението;
- ◆ големият интерес на ИКТ бизнеса към образованието като един сериозен потребител на техните продукти.

Тази ситуация определя необходимост от теоретична рамка, която да създава възможности за научни изследвания, свързани например с професионалните способности на учителите в използването на технологии за преподаване и учене (V. Handal и др, 2012, с. 388).

Известен е концептуалния модел *Педагогическо предметно знание (Pedagogical content knowledge, PCK)* на Л. Шулман (L. Shulman, 1986), който обхваща необходимите знания (*педагогическо знание, предметно знание*) и компетентности на преподавателите за успешно интегриране на технологии в обучението. Изследователите П. Митра и М. Коехлер (P. Mishra, M. Koehler, 2006) от Масачузетски технологичен университет обогатяват модела на Шулман през 2006 г. и 2009 г. като добавят *Технологии* и новият модел (Фигура 7), наречен *Технологично, педагогическо и предметно знание (Technological, pedagogical, and content knowledge Technological pedagogical content knowledge, TPACK)*, е теоретична основа за използването на ИКТ в образованието на база новите интегрални педагогически подходи за формиране на комплексно знание (M. Koehler, P. Mishra, 2009).



Фигура 7. *Технологично педагогическо съдържателно знание* - възпроизведено и преведено с разрешение на издателя, 2012 г. от <http://tpack.org>

Това е модел на *смысленото педагогическо използване на технологии* в обучението (Е. Стефанова, 2012, с. 23). Той е изграден на основата на ефективното преподаване чрез интегриране на технологии и изисква знания, свързани с:

- ◆ понятията отнесени към технологиите;
- ◆ педагогически техники, които използват технологии по конструктивни начини за преподаване на учебно съдържание;
- ◆ методи на изучаване на концепции, които подпомагат преодоляването на някои от проблемите на обучаваните при използване на технологии;
- ◆ методи за усвояване на знания с помощта на технологиите (М. Koehler, P. Mishra, 2008).

Моделите за дизайн на обучение на обучители с помощта на технологии използват съдържателни цели, педагогически методи и технологични решения, съобразени с личностните характеристики на участниците (Е. Стефанова, 2012). Те също са подходящи за ефективно преподаване чрез интегриране на технологии: *the SAMR model* (R. Puentedura, 2010):

- ◆ *substitution, заместване* - технологията действа като пряк инструмент заместител, без функционална промяна;
- ◆ *augmentation, увеличаване* – технологията действа като пряк инструмент заместител, с функционално подобрене;
- ◆ *modification, модификация* – технологията осигурява възможност за значително редизайн на задачата;
- ◆ *redefinition, ново дефиниране* – технологията осигурява възможност за създаване на нови задачи.

В българската литература съществуват универсални модели на обучение, които могат да се използват с интегриране на технологии, като например моделът на И. Ганчев за *усвояване на знания и формиране на умения* и моделът на *технологично-рефлексивно обучение*.

Моделът на И. Ганчев (1999, с. 57), създаден върху основата на теорията на Л. Виготски за *висшите психически функции*, разглежда процеса на усвояване на нови знания, формиране и развиване на умения и умствено развитие като процес на формиране и съзряване на висшите психически функции в учебно-познавателната дейност.

Моделът на *технологично-рефлексивното обучение* разглежда възможностите на рефлексивните средства на обучение, като компютъра, за точното възприемане от страна на обучаваните на собствените действия, като например, самостоятелно вземане на решения, изследователска работа, усъвършенстване на личностната рефлексия (М. Георгиева, 2001, с. 59).

В сферата на усвояване на математически опит, рефлексията се характеризира с интензивно умствено занимание, с целенасоченост, напрегната мисловна дейност, с преодоляване на трудности при решаване на задачи, със самоизменение и развитие на ангажираните в него личности. В процесът на такава дейност субектът се ориентира в задачата чрез анализ, актуализира необходимите знания, използва ги в процеса на решаване на проблеми, съставя хипотези, прилага и варира с познати знания и умения,

открива нови решения, проверява ги, прави изводи за собствената си дейност (М. Георгиева, 2001, с. 143).

Следователно, моделът ТРАСК и моделът на технологично-рефлексивното обучение са подходяща основа за създаване на педагогически технологии за формиране и развиване на компетентности на обучители в условия на творческа учебна среда.

Изводи от ГЛАВА ПЪРВА

На база теоретичния анализ, могат да се изведат следните основни изводи:

1. *Актуалните обществени потребности от компетентни специалисти определят използването на понятието технология в контекста на дисертационното изследване като учебно-познавателна дейност, която може да се трансферира във всяка научна област, за постигане на конкретни образователни резултати.*
2. *Технологичният подход в образованието и в обучението съответства на определена образователна/педагогическа технология и осигурява прецизно управление на учебната дейност за осъществяване на ефективен педагогически процес.*
3. *Множеството на образователните технологии включва няколко подмножества, сред които технологии на образованието, технологии в образованието и педагогически технологии. Технологиите на образованието са насочени към постигане на ефективна среда на обучение, подкрепена от технологиите в образованието, които обхващат технически средства и инструменти за трансфер на знания и информация и постигане на образователни цели.*
4. *Върху основата на универсалния модел за разработване и прилагане на педагогическата технология на В. Писаренко, в контекста на дисертационното изследване, се въвежда операционализирано понятие педагогическа технология като система от образователни процеси за постигане на конкретен образователен резултат, която се характеризира с методологичен, прогнозирац, информационно-технологичен, комуникативен и диагностичен компоненти.*
5. *Авторската педагогическа технология, педагогическата технология на проблемното обучение, на проектното обучение и тази, основана на използването на съвременни ИКТ, съответстват на постмодерната компетентностна образователна парадигма за овладяване на знания, формиране и развиване на компетентности и умения, необходими за професионалното и личностното развитие и за адаптиране към информационното общество.*
6. *Различните видове математически софтуерни технологии осигуряват условия за повишаване на ефективността на преподаване на учебния материал, мотивират и стимулират обучаваните за активно учене и за самостоятелна изследователска дейност.*
7. *Моделът ТРАСК и моделът на технологично-рефлексивно обучение са подходяща основа за създаване на педагогически технологии за формиране и развиване на компетентности на обучители в условия на творческа учебна среда.*

ГЛАВА ВТОРА

МЕТОДОЛОГИЯ И МЕТОДИКА НА ИЗСЛЕДВАНЕТО

2.1. Параметри на дисертационния труд

Обект на изследване са педагогическите технологии в учебно-познавателната дейност.

Предмет на изследването са закономерностите на целенасоченото прилагане на педагогически технологии за формиране и развиване на компетентности за интегриране на GeoGebra приложения в самостоятелно разработени теми от училищния курс по геометрия.

Основната цел на дисертационното изследване е създаване и апробиране на педагогически технологии в обучението на студенти, бъдещи учители по математика и информатика, по дисциплината *Училищен курс по геометрия за формиране и развиване на компетентности за интегриране и представяне на GeoGebra приложения* в самостоятелно разработени теми по геометрия.

Целите на дисертационния труд са:

Научно-приложни цели:

- ◆ Синтезиране на научни проблеми и изграждане на теоретична постановка на дисертационния труд в педагого-психологически и педагого-технологичен план.
- ◆ Проучване на качествата на различни видове педагогически технологии и подходите за тяхното създаване и прилагане за повишаване ефективността от обучението.
- ◆ Анализиране на възможностите за интегриране на технологии и на мултиплатформата GeoGebra за ефективно обучение по математика и определяне на критерии за тяхното оценяване.
- ◆ Проучване на условията за формиране и развиване на компетентности в учебно-познавателната дейност.

Приложни цели:

- ◆ Създаване на авторски педагогически технологии за формиране и развиване на компетентности за интегриране и представяне на GeoGebra приложения в самостоятелно разработени теми от училищния курс по геометрия.

- ◆ Осъществяване на психолого-педагогическо експериментално изследване на учебно-познавателната дейност на студенти, бъдещи учители по математика и информатика, по дисциплината *Училищен курс по геометрия*, за оценяване на възможностите на създадените педагогически технологии за формиране и развиване на компетентности за интегриране и представяне на GeoGebra приложения в самостоятелно разработени теми.

За осъществяване на поставените цели са формулирани актуални задачи:

Задачи с теоретико-изследователски характер:

- ◆ Да се проучат научната литература и резултатите от експериментални изследвания в научните области методика на обучението по математика, информатика, педагогика, психология, математика, философия.
- ◆ Да се формулират теоретични психолого-педагогически и експериментални актуални проблеми в областта на дисертационния труд.
- ◆ Да се изследват закономерностите на релациите и използването в теоретико-приложен аспект на педагогически, математически, технологически, методически, психологически и други научни понятия в контекста на дисертационното изследване.
- ◆ Да се проучат основните видове, качества и възможности за създаване и използване на педагогически технологии, които да изпълняват конкретни образователни и възпитателни цели.
- ◆ Да се изследват възможностите за интегриране на технологиите в образованието.
- ◆ Да се анализира ролята на интегрирането на технологиите в обучението по математика.
- ◆ Да се определят критериите за оценяване на софтуерни технологии, подходящи за интегриране в обучението по математика.
- ◆ Да се анализират качествата и техническите характеристики на мултиплатформата GeoGebra за ефективно обучение по математика.
- ◆ Да се проучи съдържанието на понятията *знания, умения, компетентност* и условията за *формиране, развиване и оценяване на компетентностите* в учебно-познавателната дейност.

Задачи с приложен и експериментален характер:

- ◆ Да се анализират резултатите от проучване мнението на преподаватели върху полезността от използване на специализиран геометричен софтуер GeoGebra в обучението по геометрия и да се анализират резултатите от оценяването на GeoGebra за осъществяване на психолого-педагогическо изследване.
- ◆ Да се разработи и апробира модел на обучение за изучаване възможностите на GeoGebra за създаване на геометрични конструкции в обучението на студенти по дисциплината *Математически софтуер*. Да се анализират резултатите от пилотното изследване.

- ◆ На база анализа на резултатите от пилотното изследване, да се разработят *педагогически технологии* за обучение на студенти, бъдещи учители по математика и информатика, по:
 - интегриране на GeoGebra приложения в задачи от училищния курс по геометрия;
 - интегриране на GeoGebra приложения в самостоятелно разработване на теми по геометрия;
 - представяне на самостоятелно разработените теми;с които се постигат конкретни образователни цели.
- ◆ Да се разработи система от критерии, параметри, индикатори и оценъчни скали за измерване на изследваните характеристики: *компетентностите за интегриране и представяне на GeoGebra приложения в самостоятелно разработени теми по геометрия.*
- ◆ Да се апробират създадените *авторски педагогически технологии* в обучението на студенти, бъдещи учители по математика и информатика, по дисциплината *Училищен курс по геометрия.*
- ◆ Да се анализират експерименталните резултати и се установят съществуващи релации и степени на формиране и развиване на изследваните характеристики.
- ◆ Да се приложат подходящи и разнообразни статистически методи за анализ на експерименталните резултати и се установят качествата на изследователския инструментариум, значими релации и степени на формиране и развитие на изследваните характеристики.

Хипотеза: Целенасоченото прилагане на *авторски педагогически технологии* в обучението на студенти, бъдещи учители по математика и информатика, по дисциплината *Училищен курс по геометрия*, формира и развива *компетентности за интегриране и представяне на GeoGebra приложения* в самостоятелно разработени теми от училищния курс по геометрия.

2.2. Концептуален модел на изследването

2.2.1. Обща структура на концептуалния модел

Концептуалният модел на изследването е изграден на база разгледаните в Глава ПЪРВА концепции, теории, резултати от експериментални изследвания и осъществените изследвания относно закономерностите на релациите и използването в теоретико-приложен аспект на подбрани научни понятия.

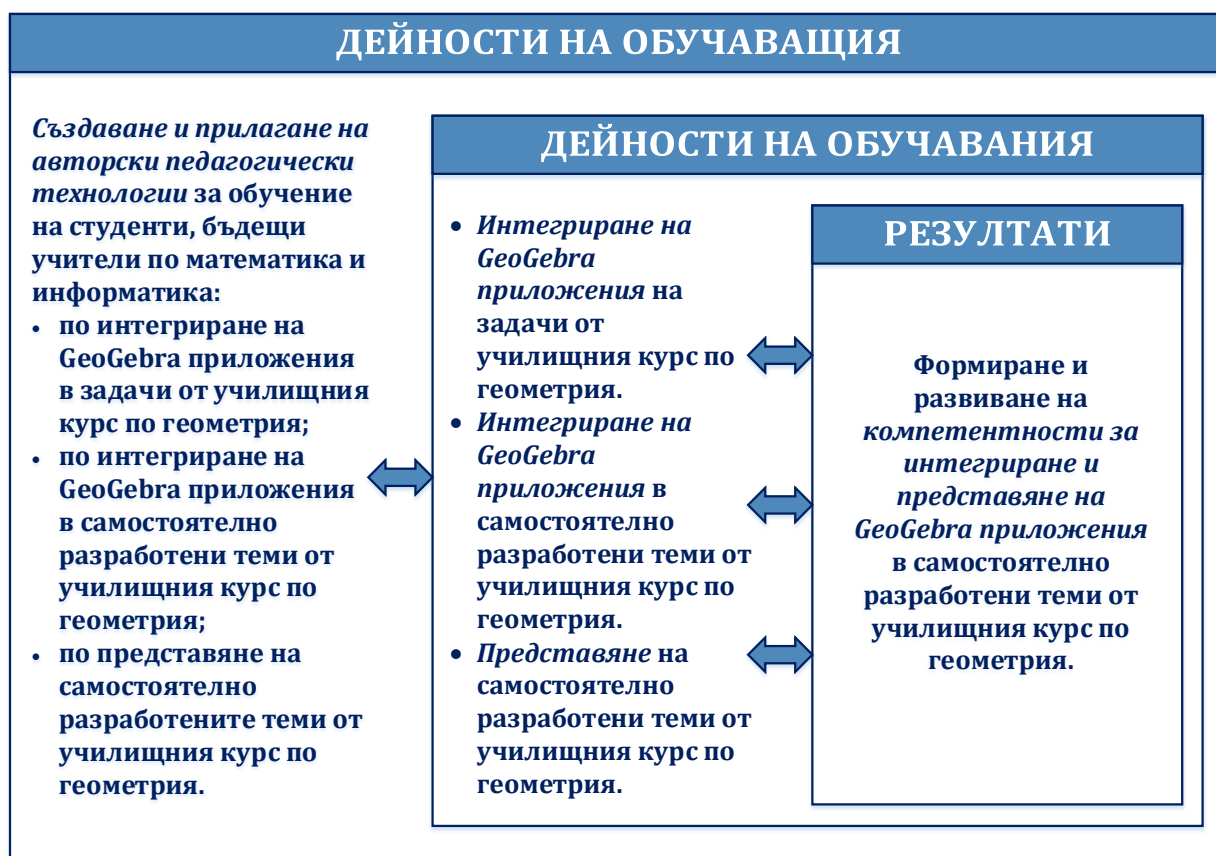
Параметрите на концептуалния модел очертават областта на *авторските педагогически технологии*, разработени и приложени съобразно поставените цели.

В контекста на дисертационния труд е въведено операционализираното понятие *компетентности за интегриране на GeoGebra приложения* като *доказана способност за прилагане на знания, умения и личностни качества за интегриране на GeoGebra приложения в учебна ситуация.*

Понятието *компетентности за интегриране на GeoGebra приложения* се приема за обобщаващо понятие, което обхваща следните три групи компетентности:

- ◆ компетентности за интегриране на GeoGebra приложения в задачи по геометрия;
- ◆ компетентности за интегриране на GeoGebra приложения в самостоятелно разработена тема по геометрия;
- ◆ компетентности за представяне на самостоятелно разработена тема по геометрия.

Моделът на педагогическия процес на експерименталното изследване, разработен на основата на Фигура 2, с. 23, е представен на Фигура 8.



Фигура 8. Общата формула на взаимодействие на *авторските педагогически технологии* от концептуалния модел на изследването

2.2.2. Модел на *авторски педагогически технологии*

Основните структурни компоненти, чрез които се изгражда универсален модел на дадена *педагогическа технология*, описани в Първа Глава, са: *методологичен, прогнозиращ, информационно-технологичен, комуникативен и диагностичен компонент.*

Методологичен компонент

Методологичният компонент на *авторските педагогически технологии* за формиране и развиване на компетентности за интегриране и представяне на GeoGebra приложения в самостоятелно разработени от студентите теми от

училищния курс по геометрия включва *цел, задачи, педагогически принципи и педагогически условия* за реализиране на педагогическите технологии.

Основната *цел* на модела е изграждане и целенасочено прилагане на *авторски педагогически технологии* за обучение на студенти, бъдещи учители по математика и информатика, по дисциплината *Училищен курс по геометрия*, които да бъдат основа за формиране и развиване на *компетентности за интегриране и представяне на GeoGebra приложения* в самостоятелно разработени теми от училищния курс по геометрия.

В модела на *авторските педагогически технологии* са включени три взаимосвързани групи технологии, на база на които се оформят трите подцели на модела (Таблица 5).

Таблица 5. Група технологии и подцели на концептуалния модел

ГРУПА ТЕХНОЛОГИИ	ПОДЦЕЛИ
<i>Педагогически технологии за обучение на студенти, бъдещи учители по математика и информатика, по интегриране на GeoGebra приложения в задачи от училищния курс по геометрия</i>	Подцел 1. Формиране на <i>компетентности за интегриране на GeoGebra приложения в задачи по геометрия</i>
<i>Педагогически технологии за обучение на студенти по самостоятелно разработване на теми от училищния курс по геометрия чрез интегриране на GeoGebra приложения в тях</i>	Подцел 2. Формиране на <i>компетентности за интегриране на GeoGebra приложения в самостоятелно разработена тема по геометрия</i>
<i>Педагогически технологии за обучение на студентите по представяне на самостоятелно разработени теми от училищния курс по геометрия, които включват GeoGebra приложения</i>	Подцел 3. Развиване на <i>компетентности за представяне на самостоятелно разработена тема по геометрия в училищния курс по геометрия във вид на презентации</i>

Задачите за постигане на целите на *авторските педагогически технологии* са разпределени в група от задачи с общ характер и конкретни задачи към всяка подцел:

- ◆ общи задачи:
 - Да се въвеждат студентите в педагогическите, математическите и технологичните аспекти на процеса на интегриране на GeoGebra приложения в задачи по геометрия.
 - Да се стимулира интереса и да се мотивират студентите към личностно и професионално развитие.
 - Да се запознаят студентите с предназначението и функциите на GeoGebra приложенията и възможностите за тяхното използване в учебно-познавателната дейност.
 - Да се развие способността на студентите за използване на информационни и мултимедийни технологии.

- ◆ задачи за постигане на Подцел 1:
 - Да се мотивират студентите за създаване на индивидуални самостоятелни GeoGebra приложения към задачи по геометрия.
 - Да се усвоят основни GeoGebra алгоритми (логическа последователност от стъпки) за създаване на части от приложението, съответстващи на части от решението на дадена математическа задача.
 - Да се осъществи изследователска дейност с GeoGebra приложения (алгебрично-въвеждани функции, алгебрично-командни функции, геометрично-инструментални функции, геометрично-командни функции, лично разработени инструменти, анимирани чертежи, статичен или динамичен текст, постъпкова визуализация).
 - Да се формират способности за прилагане на математически и GeoGebra знания/умения в училищния курс по геометрия.
 - Да се формират способности за създаване на творческа GeoGebra среда.
- ◆ задачи за постигане на Подцел 2:
 - Да се мотивират студентите за разработване на тема по геометрия с интегрирани GeoGebra приложения в нея.
 - Да се формират способности за прилагане на математически и GeoGebra знания/умения в училищния курс по геометрия при самостоятелното разработване на тема по геометрия, в която са интегрирани GeoGebra приложения.
- ◆ задачи за постигане на Подцел 3:
 - Да се мотивират студентите за представяне на тема по геометрия.
 - Да се развият способности за прилагане на математически и GeoGebra знания при представянето на самостоятелното разработване на тема по геометрия, в която са интегрирани GeoGebra приложения.
 - Да се развие способност за прилагане на умения за презентиране.

Ю. Бабански (1988) смята, че *педагогическите принципи (принципите на обучението)* се определят в зависимост от основните компоненти и условия на технологията на обучение (в зависимост от задачите, съдържанието, методите и средствата, формите за организация и резултатите от обучението, условията за обучение и резултатите от обучението). Следователно, концептуалният модел на изследването се изгражда върху традиционните дидактически принципи и принципите на конструктивизма, с елемент на иновации в синергетичен аспект. Основен принцип в концептуалния модел е *принципът на цялостност* - закономерно развитие на цялата система, хармонично взаимодействие на всички компоненти и елементи. *Педагогическите принципи*, използвани при разработване на модела на *авторските педагогически технологии*, са описани в Таблица 6 (Е. Великова, 2006, с. 53; М. Андреев, 1987; Ю. Бабански, 1988, с. 161-164).

Таблица 6. Основни компоненти на учебния процес и педагогически принципи в концептуалния модел на изследването

ОСНОВНИ КОМПОНЕНТИ И УСЛОВИЯ НА ОБУЧЕНИЕТО	ПЕДАГОГИЧЕСКИ ПРИНЦИПИ НА АВТОРСКИ ПЕДАГОГИЧЕСКИ ТЕХНОЛОГИИ
Задачи на обучението	<p><i>Принцип на развиващо и възпитаващо обучение (принцип на продължаващото обучение) – реализиране на трите основни функции на обучението образование, възпитание и развитие в контекста на постмодерната компетентностна образователна парадигма.</i></p>
Съдържание на обучението	<p><i>Принцип на научност и достъпност – закономерност между съдържанието на математика и съдържанието на дисциплината Училищен курс по геометрия за запознаване на обучаваните с научни факти, понятия, теории от всички раздели на геометрията и училищния курс по геометрия, както и разкриване на съвременни постижения и перспективи за развитие, свързани с формирането на професионално-педагогически GeoGebra компетентности. Отчитат се възрастовите особености и познавателните възможности на обучаваните като динамична система и обучението се съобразява със зоните на актуално и близко развитие (И. Ганчев и др, 1998).</i></p>
Методи на обучение и съответните средства	<p><i>Принцип на нагледност и абстрактност (принцип на онагледяване) – разширяване и обогатяване на сетивния опит на обучаваните, на техните усещания, възприятия, представи, на тяхната наблюдателност. Чрез спазването му се подпомага разбирането на връзката между теория и практика, подобрява се мотивацията за учене, разкрива се многообразието на явленията, което спомага за изграждането на цялостни представи у обучаваните (П. Радев и др, 2007, с. 353–354); характеризира се с използване на многообразни илюстрации и модели, демонстрации, симулации, практическа работа (GeoGebra приложения, таблица, графики, схеми и други) за развиване на абстрактно-логическото мислене и способността за обобщаване.</i></p> <p><i>Принцип на информационна подкрепа - прилагане на педагогически обосновани средства, информационни и компютърни технологии в учебно-познавателния процес.</i></p> <p><i>Принцип за съчетаване на различни методи за обучение, който обхваща проблемност – максимално използване на методи за обучение, които осигуряват възможности за включване на обучаваните в проблемни ситуации, приложимост – създаване и представяне на продукти, предназначени за конкретна аудитория, интерактивност, адаптивност и други.</i></p>
Форми на организация на обучението	<p><i>Принцип за съчетаване на различни форми на организация на обучение, който обхваща общогрупови и индивидуални форми на организация, практическа работа,</i></p>

	<p>работа с компютърни технологии, мултимедийни образователни технологии и други.</p> <p><i>Принцип за вариативно-личностна организация на обучението</i> – адаптивност към особеностите на личността на обучавания.</p>
Условия за обучението	<p><i>Принцип за създаване на необходимите условия за обучение</i> – осигуряване на дидактически материали и компютърни лаборатории за провеждане на учебно-познавателен процес.</p>
Резултати от обучението	<p><i>Принцип за трайност, осъзнатост и действеност на знанията и уменията</i> - осигуряване на трайни и задълбочени знания, умения, опит чрез осъществяване на ефективен контрол и самоконтрол на процеса на обучение, които позволяват използване на усвоеното за:</p> <ul style="list-style-type: none"> ◆ продължаване на образованието; ◆ решаване на различни практически задачи; ◆ успешна социална и професионална реализация. <p><i>Принцип на фундаментална и професионална насоченост</i> на технологиите, която осигурява формирането и развитието на професионални умения и професионално значими качества, в съответствие с настоящи и бъдещи изисквания.</p>

За формиране и развиване на компетентности у студентите важна ролята имат *педагогическите условия за реализиране на авторските педагогически технологии*, например:

- ◆ формиране на ценностно отношение на студентите към овладяването на технологични, педагогически и математически знания (моделът ТРАСК), за да се гарантират бъдещи перспективи на използването им; създаване на развиваща образователна среда; контрол върху правилното усвояване на знанията (И.Б. Невзорова, 2012, с. 46);
- ◆ използване на *съвременните традиционни технологии* за обучение по математика; развитие на практически умения за използване на съвременни информационни технологии в педагогическата дейност; създаване на информационно-интелектуална среда (М.А. Гаврилова, 2009, с. 110).

От теоретичния анализ върху начините, методите и средствата за формиране и развиване на компетентности, представен в Глава ПЪРВА, може да се обобщи, че подходите върху използването на които се основава модела на *авторските педагогически технологии* за формиране и развиване на компетентности за интегриране на *GeoGebra приложения*, са *технологичният, компетентностният, изследователският, дейностният и личностно-ориентираният* подход (Глава ПЪРВА, с. 62).

Прогнозиращ компонент

Прогнозиращият компонент включва първоначална диагностика на степен на формиране на изследваните компетентности, които се измерват чрез:

- ◆ способността за прилагане на математически знания/умения;
- ◆ способността за прилагане на GeoGebra знания/умения;
- ◆ способността за създаване на творческа GeoGebra среда;
- ◆ мотивацията за създаване на GeoGebra приложения.

Чрез анализ и оценка на качества на продуктите от дейността на обучаваните (*пре-тест*) се установява до каква степен са формирани или развити изследваните характеристики на студентите до момента в процеса на учебно-познавателната дейност при обучението по различните дисциплини преди *Училищния курс по геометрия*.

За целта се провежда *Етап I. Констатиращ експеримент* (2.3.6. Методика на експеримента, с. 122) през първите три (3) седмици от обучението на студентите. Той включва:

- ◆ възлагане на теми по геометрия за индивидуална самостоятелна работа; запознаване на студентите с изискванията към самостоятелно разработената тема, GeoGebra приложения към нея и тяхното представяне; събиране, класифициране, оценяване и интерпретиране на данни от студентите; откриване на подходящи източници на информация; проучване на данни от списъка с препоръчителната литература - първа (1) учебна седмица;
- ◆ провеждане на дискусии по възникнали въпроси у студентите при разработването на темата; индивидуална работа на студентите - втора (2) седмица;
- ◆ представяне на разработените теми от студентите в рамките на групата; цялостно оценяване: на разработка, на GeoGebra приложенията и на представянето - трета (3) седмица.

Оценяването е критерийно и се извършва съгласно създадената система от критерии, параметри, индикатори и оценъчни скали за измерване на изследваните характеристики - *компетентностите за интегриране на GeoGebra приложения* в самостоятелно разработени теми от училищния курс по геометрия и нейното представяне.

Провеждането на *Етап II. Развиващ експеримент* (2.3.6. Методика на експеримента, с. 122) от експерименталното изследване се състои в осъществяване на *Информационно-технологичният и Комуникативният компонент* на модела на *авторските педагогически технологии*. Периодът на провеждане е 9 учебни седмици (от четвърта (4) до дванадесета (12) вкл.).

Информационно-технологичен компонент

Информационно-технологичният компонент съдържа следните два компонента: *информационен* и *технологичен*.

Информационният компонент съдържа разглеждане и обсъждане на:

- ◆ държавните образователни изисквания за обучение по геометрия от 5 – 12 клас, които са основен градивен компонент на образователната система;
- ◆ правилника за провеждане на практически упражнения в компютърни лаборатории на територията на Русенския университет;
- ◆ учебната програма по дисциплината *Училищен курс по геометрия* на Русенски университет „А. Кънчев“;
- ◆ авторска част, създадена от обучаващия (докторанта), която включва разработени GeoGebra приложения, интегрирани в задачи по геометрия; примерни теми за обучение по геометрия с интегрирани GeoGebra приложения в тях; презентации на теми за обучение по геометрия.

Технологичният компонент обхваща:

- ◆ *форми на организация на обучението* – двете основни форми са практически занятия от конструктивистки тип в компютърни лаборатории на Русенски университет и *самостоятелната работа от конструктивистки тип*. Практическите занятия от конструктивистки тип имат някои характерни особености, изискващи специализирана подготовка. Този тип занятия са основани на действието в познавателни ситуации, като знанията се възприемат и оформят, проверяват и затвърдяват чрез действия. Познанието тук се оформя, развива и трансформира в действието, като се реализира непрекъснат преход от познание към знание (Н. Цанков в Л. Антонова (Ed.), 2009, с. 104). Изпълняват се серия от творчески занятия от *когнитивен тип* и от *креативен тип*, реализиращи подходите на конструктивисткото обучение (Д. Гълъбова в Е. Князева и др, 2013, с. 196), с основни цели формиране и развиване на способности за прилагане на:

- математически знания/умения;
- GeoGebra знания/умения;
- при проучване и откриване на нови знания;
- развиване на умения за решаване на проблеми;
- формулиране на хипотези;
- създаване на учебни GeoGebra приложения с елементи на новост и оригиналност.

Самостоятелната работа е другата организационна форма, свързана с развиването на компетентността за учебно-познавателната дейност чрез конкретни задачи, създаващи познавателни ситуации и други, като постепенно се достига до възможността за по-цялостно прилагане на уменията, които са основен компонент на компетентностите за интегриране на GeoGebra приложения. Основно се акцентира върху практическата работа, основана на добра теоретична подготовка. Студентите могат да прилагат своите знания и умения в разработването и интегрирането на GeoGebra приложения в задачи по геометрия в теми, заложи в учебната програма по дисциплината *Училищен*

курс по геометрия. Моделът на самостоятелната работа, изграден по идеите на конструктивизма, използва съвременни педагогически технологии, основани на системно-действиен и синергетичен подход. При организацията на самостоятелната дейност на обучаемите се използва самостоятелна работа (Д. Гълъбова в Е. Князева и др, 2013, с. 179):

- от *възпроизвеждащ тип* – получените знания се репродуцират от обучаемите в семинарни упражнения;
 - от *познавателен тип* – чрез самостоятелната работа обучаваният придобива (открива за себе си) нови знания;
 - от *творчески тип* – обучаваният създава нещо ново или с елементи на новост и оригиналност;
 - от *познавателно-критически тип* – насоченост към разширяване (засилване) на връзката на обучаваните с практиката като източник на професионално-методическа рефлексия.
- ◆ *методи на обучение* - обяснително-илюстративни, развиващи, информационни, интерактивни, изследователски и евристични методи, които да формират и развиват няколко групи компетентности; обучаваният изпълнява ролята на субект на обучение, чрез изпълнение на самостоятелна работа или творческа дейност (Глава Първа);
 - ◆ *средства за обучение* - вербални, нагледни, компютърни и други. Навлизането на новите технологии в обучението обогатява възможностите на използването на рефлексивните средства на обучението, поради: индивидуализиране процеса на обучение; отчитане на индивидуалните особености и подбиране такива обучаващи въздействия, които да отговарят на потребностите на всеки обучаван на даден етап; оптимално съчетаване на самостоятелната работа с работа под ръководство на обучаващия; контрол на знанията, в резултат на което има възможност за получаване на мигновен резултат (М. Георгиева, 2001, с. 21);
 - ◆ *форми на представяне, съхранение, получаване и възпроизвеждане на информация* – хартиен носител (дидактически материали), електронни форми (.ggb файлове, .html файлове, .pptx файлове, .pdf файлове), аудиовизуални хардуерни технологии (проектор, интерактивна бяла дъска);
 - ◆ *методи за контрол* – дискусии, периодична проверка относно изпълнението на поставените задачи.

Етап II. Развиващ експеримент включва обучение на студенти чрез прилагане на модела на авторски педагогически технологии по интегриране на GeoGebra приложения:

- ◆ в задачи от училищния курс по геометрия;
- ◆ в самостоятелно разработени теми от училищния курс по геометрия чрез интегриране на GeoGebra приложения в тях;
- ◆ по представяне на самостоятелно разработени теми от училищния курс по геометрия, които включват GeoGebra приложения.

1. Обучение на студенти чрез прилагане на авторски педагогически технологии по интегриране на GeoGebra приложения в задачи по геометрия

Първата дейност по прилагане на модела се отнася до използване на предварително подготвени от обучаващия GeoGebra приложения за осъществяване на изследователска дейност (Д. Гълъбова в Е. Князева и др, 2013, с. 206–208) от страна на студентите. Тези приложения се характеризират със следните качества:

- ◆ отнасят се до конкретен раздел и използват фактологични и теоретични математически знания от училищния курс по геометрия;
- ◆ прилага се подходящ метод към всяко приложение за решаване на конкретната математическа задача;
- ◆ осигуряват възможности за проверка на решението на задачите;
- ◆ показват разнообразни възможности за преобразуване на интерфейса на GeoGebra (създадени нови инструменти, скриване на определени части от интерфейса на GeoGebra и други);
- ◆ подпомагат учебно-познавателната дейност;
- ◆ показват връзки между отделни части на приложението и части от решението на задачата;
- ◆ осигуряват възможности за изследване на GeoGebra приложения за творческо разгръщане на потенциала;
- ◆ притежават качества като: прецизност, атрактивност и разнообразие от гледа точка на конструиране на GeoGebra приложения (динамичен или статичен текст, плъзгачи, полета за въвеждане, чекбокс (поле за отметка), алгебрично въвеждане чрез символи и команди, геометрично въвеждане чрез инструменти и команди; анимирани чертежи, постъпкова визуализация, булеви функции и други);
- ◆ предоставят възможност за работа с динамични трансформации, динамично измерване, анимация, свободно преместване на независими обекти и други.

На студентите се поставя задача да изследват начините на конструиране на приложенията и да определят към какви математически задачи те могат да бъдат интегрирани.

Обучаващият използва също предварително разработени дидактически материали, всеки от които включва алгоритъм за построяване на GeoGebra приложения.

Следващата задача, която се поставя на студентите, е да приложат съответния алгоритъм при създаване на самостоятелни GeoGebra приложения, да предложат нови алгоритми за построяване на GeoGebra приложения и на база тези приложения да създадат нови инструменти в GeoGebra среда.

Друга задача, която се поставя на студентите е, да решат предварително подбрани от обучаващия задачи по геометрия. Към всяка решена задача, те трябва да създадат подходящо GeoGebra приложение, което да отговаря на изискванията на обучаващия.

Решаването и визуализацията на математически задачи в GeoGebra среда от студентите се осъществява чрез прилагане на алгоритъм, който се състои в реализирането на следните етапи:

- ◆ Постановка на задачата:
 - да се направят допускания и да се опрости ситуацията;
 - да се определят основните данни;
 - да се конструират връзките между данните;
- ◆ Построяване на математически модел:
 - да се изберат подходящи математически обекти;
 - да се изразят и опростят връзките между тях;
 - да се въведат подходящи математически означения и графично представяне;
- ◆ Избор или разработване на подходящ метод за решаване и конструиране на задачата;
- ◆ Решаване на математическата задача:
 - да се използват евристични стратегии (разделяне на задачата на подзадачи; използване на връзки с аналогични или подобни задачи, преформулиране на задачата и други);
 - да се използват математически и GeoGebra знания;
- ◆ Съставяне на алгоритъм за интегриране и конструиране на задача в GeoGebra среда:
 - да се подберат подходящи GeoGebra елементи, функции и методи за създаване на GeoGebra приложение на дадената задача;
 - да се изградят отделни части на GeoGebra приложението, които съответстват на части от решението на математическата задача и на поставената учебна цел;
- ◆ Валидиране (drag-тест):
 - използване на рефлексивни умения за оценка на полученото решение, процеса на решаване и конструиране на GeoGebra приложения;
 - анализ на възможността за други решения и конструкции.

2. Обучение на студенти чрез прилагане на авторски педагогически технологии по интегриране на GeoGebra приложения в самостоятелно разработени теми от училищния курс по геометрия

Обучаващият използва предварително подготвени теми по геометрия за обучение на студентите, които се характеризират със следните качества:

- ◆ съдържат интересни исторически факти, които имат отношение към темата на разработката;
- ◆ съдържат подходящи фактологични и теоретични знания, математически задачи подредени по степен на трудност, решения, указания, отговори и други;
- ◆ съдържат подходяща система от GeoGebra приложения към задачите;
- ◆ коректно са цитирани използваните при разработването на темата информационни източници;
- ◆ приложени са изискванията за оформяне на текстови документи.

На студентите се поставя задача да подготвят два кратки учебни материала (минипроекти) по избрани от студентите теми от училищния курс по геометрия в обем не повече от три страници всяка. Изискванията към всеки минипроект са еквивалентни на качествата на представените от обучаващия теми по геометрия.

3. Обучение на студенти чрез прилагане на авторски педагогически технологии за интегриране на GeoGebra приложения по представяне на самостоятелно разработени теми от училищния курс по геометрия

Обучаващият използва предварително подготвени презентационни материали по геометрия, които имат отношение към конкретна разработка. Той представя пред групата студенти подготвените презентационни материали като използва информационни и мултимедийни технологии (технология *Интерактивна бяла дъска* (Д. Гълъбова в Е. Князева и др, 2013, с. 206–208), обикновена презентационна система).

Последната задача, която студентите трябва да изпълнят, е свързана с подготвянето и представянето в рамките на групата на два презентационни материала към създадените от тях минипроекти. Изискванията към всяка от презентациите са еквивалентни на качествата на представените от обучаващия.

В Таблица 7 са представени основните дейности на обучаващия и обучаваните при изпълнение на работата по разработването и представянето на теми по геометрия.

Таблица 7. Основни дейности на обучаващия и обучаваните

ОСНОВНИ ДЕЙНОСТИ	
ОБУЧАВАЩ	ОБУЧАВАНИ
Дава обща представа за дейността по разработването на темите/презентационните материали	Слушат, дискутират
Предлага на вниманието на студентите разработени учебни теми/презентации по геометрия	Разглеждат готови теми
Оказва съдействие при необходимост, отговаря на въпроси	Поставят въпроси при необходимост
Изяснява изискванията относно вида на представянето на темите/правилата за представянето на темите	Представяне на минипроектите (текстови материал, на хартиен и електронен носител)/Представяне на минипроектите пред групата (електронен носител)
Задава въпроси, изказва мнение, оценява	Отговарят на поставените въпроси

След завършване на обучението по дисциплината *Училищен курс по геометрия* формираните и развити компетентности могат да способстват при разработването на:

- ◆ реферати, план-конспекти, статии за студентска научна сесия, части от дипломна работа;
- ◆ материали за самоподготовка;
- ◆ създаване на оригинални задачи или GeoGebra приложения;
- ◆ задачи, урок или тема с конкретна образователна цел, разработване на специфични дидактически средства, като приложения с динамичен характер (динамични модели);
- ◆ помощни приложения за проверка на математически резултати и други;
- ◆ презентации с учебен характер, които да бъдат използвани за постигане на конкретни образователни цели.

Комуникативен компонент

Комуникативният компонент отразява системата и принципите на взаимодействие на субектите на образователния процес и на принципите на равенство и сътрудничество, взаимна подкрепа и помощ.

Взаимодействието (интеракция) е педагогическо, когато преследва изменение на поведението на обучавания, което е свързано с постигане на специфична образователна цел. То изпълнява редица роли: предаване на информация, стимулиране на рефлексията, ангажиране на вниманието на обучавания, запазване на неговия интерес, стимулиране на ученето. Видовите взаимодействия могат да бъдат субект-субектни и субект-обектни (Фигура 5) (И. Иванов, 2012, с. 95–96).

В рамките на конструктивисткото обучение учителят-конструктивист играе ролята на стимулатор, партньор, медиатор, иноватор, регулатор, оценител в създадите се познавателни ситуации, които са предварително обмислени и подготвени от него, провокирани чрез разработени учебно-познавателни задачи, така че да се осигури сблъскването с нови ситуации, които изискват нови знания, умения и преминаване от едни към други действия (Н. Цанков в Л. Антонова (Ed.), 2009, с. 104; П. Радев и др, 2007, с. 211–212).

Конструктивното учене, ръководено от учител-конструктивист, означава осъществяване на следните дейности:

- ◆ конструиране и реконструиране на опит и идеи, въвличане и стимулиране в процеса на активното учене; ангажиране на цялостната личност; личностно-ориентирано обучение (А. Недкова, 2012, с. 21);
- ◆ създаване на условия за трансфер на знание в реални условия, актуализиране на стари знания преди конструиране на нови; решаване различни типове задачи, с практическа насоченост; осигуряване на условия за придобиване на учебен опит чрез решаване на задачи, проблеми, участие в дискусии, насърчаване на творческото и критичното мислене, за повишаване самостоятелността на обучаваните (А.Б. Маркова, 2011).

Диагностичен компонент

Диагностичният компонент включва изходна диагностика на степените на формиране и развиване на изследваните компетентности, които включват:

- ◆ степента на формиране на компетентности за интегриране на GeoGebra приложения в задачи по геометрия;
- ◆ степента на формиране на компетентности за интегриране на GeoGebra приложения в самостоятелно разработена тема по геометрия;
- ◆ степента на развиване на компетентности за представяне на самостоятелно разработена тема по геометрия.

Чрез анализ и оценка на качествата на продуктите от дейността на обучаваните (*пост-тест*) се установява до каква степен са формирани или развити изследваните характеристики на студентите, непосредствено след проведеното обучение по предложения модел на *авторските педагогически технологии* за формиране и развиване на *компетентности за интегриране на GeoGebra приложения* по дисциплината *Училищен курс по геометрия*.

За постигане на тази цел, се провежда *Етап III. Контролен експеримент* (2.3.6. Методика на експеримента, с. 122) през последните три (3) седмици от обучението на студентите. Той включва извършването на дейности, аналогични на дейностите, предвидени в *Етап I. Констатиращ експеримент* (от тринадесета (13) учебна седмица до петнадесета (15) седмица вкл.).

Оценяването се извършва критерийно, според създадената система от критерии, параметри, индикатори и оценъчни скали за измерване на изследваните характеристики.

2.2.3. Дидактически инструментариум

Дидактическият инструментариум се използва от обучаващия и обучаваните при експерименталните взаимодействия на експеримента. Всички неясни елементи, например, означения, инструкции, изисквания се разясняват, припомнят се нужните знания, обменя се информация.

Дидактическият инструментариум трябва да осигурява възможности на обучаваните за:

- ◆ провеждане на изследователска дейност чрез комбиниране на факти, експериментиране, анализиране на резултатите и издигане на хипотези, създаване на модели, потвърждаване или отхвърляне на хипотезите, на база на които да се открият алгоритми за създаване и/или интегриране на GeoGebra приложения в задачи и самостоятелно разработени теми по геометрия;
- ◆ подготовка на учебни материали за използване като презентационен инструмент (M. Hohenwarter, K. Fuchs, 2004, с. 3) и за подобряване на съществуващите статични форми на учебните материали и създаване на динамични мултимедийни такива (M. Petkova, 2013, с. 136);
- ◆ проследяване на математически отношения, закономерности между обекти, интегрирани в GeoGebra приложения в задачи; обогатяване на интерфейса на GeoGebra чрез създаване на нови GeoGebra инструменти;

- ◆ симулации за анализ на възможни решения (М. Petkova, 2011, с. 146);
- ◆ създаване и решаване на математически задачи (М. Petkova, E. Velikova, 2015a), доказателства и геометрични конструкции; обобщаване на проблеми и отношения (С. Christou и др, 2005, с. 127);
- ◆ математическо проучване, насърчаване за дискусия;
- ◆ формиране и развиване на мотивация за самостоятелна познавателна дейност (М. Petkova, 2011);
- ◆ индивидуална работа; овладяване на нови математически и GeoGebra знания и формиране и развиване на способности за използване на мултиплатформата GeoGebra, за прилагане на GeoGebra знания и умения, за създаване на творческа GeoGebra среда;
- ◆ условия за създаване на нови задачи в GeoGebra среда и тяхното използване в различни контекста (С. Christou и др, 2005, с. 125).

Някои от използваните методи на обучение в GeoGebra среда са (М. Petkova, E. Velikova, 2015b, с. 31):

- ◆ решаване на математически задачи, от които геометричните се отличават с голямо разнообразие, трудност, взаимозаменяемост, формални описания, отсъствие на ясни граници на областта на прилагане; при решаване на сложни задачи се налага комбиниране на различни методи;
- ◆ решаване на задачи чрез конструиране или доказване на твърдения;
- ◆ създаване на нови или интересни задачи от гледна точка на обучавания и в съответствие с изучаваната тематика;
- ◆ развитие на уменията за създаване и решаване на задачи;
- ◆ интегриране на GeoGebra приложения в математически задачи и самостоятелно разработени теми по математика;
- ◆ формиране и развиване на специфични знания, умения и компетентности за построяване на геометрични фигури, създаване на интерактивни мултимедийни илюстрации към изучавания материал (А.М. Юрьевич, 2013).

Използването на GeoGebra предоставя цял, завършен педагогически модел за обучение по математика. На Фигура 9 е представена в най-общ вид схема на метод за използване на GeoGebra като средство за обмен на математически знания, умения, навици и способности между обучаващи и обучаеми. В нея няма ясно обозначено място за начало, което показва, че то може да бъде избрано в зависимост от разглежданата задача. При осъществяване на един пълен оборот по схемата би се стигнало до стандартно решение. Но не е задължително да се спре до тук. Може да се обходи схемата втори или трети път като на всяко завъртане началната задача се доразвива, търсят се зависимости и връзки към други задачи, области от математиката, методи на обучение или се построяват/добавят нови обекти към конструкцията. Етапите *Скицирай* и *Конструирай* могат да се комбинират и прилагат едновременно. Също така етапът *Скицирай* може да бъде и изпуснат.



Фигура 9. Циклична схема на използване на GeoGebra

GeoGebra приложенията са образувани от редица *структурни единици*, които са обвързани строго и единствено с придружаващата ги конструкция в конкретно GeoGebra приложение. Структурните единици в една разработка могат да бъдат например:

- ◆ статичен и/или динамичен текст;
- ◆ чекбокс(ове);
- ◆ поле за въвеждане на стойности;
- ◆ плъзгач(и)/параметър;
- ◆ динамични елементи;
- ◆ бутон за спиране или пускане на анимация;
- ◆ инструменти за построение;
- ◆ скрити помощни обекти;
- ◆ база данни, въведени в електронна таблица и други.

Структурните единици (обекти) са част от всяко едно GeoGebra приложение, чрез които се *определя, построява, анализира, изследва, проверява, усъвършенства, изменя, тестира* даден математически проблем в GeoGebra среда. В процеса на разработване се преминава *осъзнато* или *неосъзнато* през различни структурни звена на различни *нива на дълбочина в конструкцията*. Използваните в дадена конструкция структурни единици се определят индивидуално от всеки разработващ. Структурните единици могат да бъдат алгебрични, геометрични, статистически, програмни, графични, динамични, комбинирани и други. Предварителното определяне какви структурни единици ще бъдат включени в разработката преди самото ѝ осъществяване е трудно и строго индивидуално. Начинаещият потребител

използва минимален брой структурни единици. Едно GeoGebra приложение, което съдържа няколко структурни единици и изпълнява предварително определени условия и математически закономерности, може да се използва и да се приспособява в различни тематични разработки под формата на алгоритъм, който се запаметява в GeoGebra среда като *нов инструмент* в лентата с инструментите.

Основни построения на стандартни геометрични фигури от училищния курс по геометрия

При задачите за построение в училищния курс по геометрия са дадени геометрични обекти и се изисква да се получи нов геометричен обект, свързан с дадените, като в построението се използват само някои от основните дейности (М. Върбанова, И. Ганчев, 2002, с. 134):

- ◆ Построяване на права през две дадени различни точки.
- ◆ Построяване на обща точка (ако такава съществува) на две дадени прави.
- ◆ Построяване на окръжност по дадени център и радиус.
- ◆ Построяване на общите точки (ако съществуват) на дадена права и окръжност.
- ◆ Построяване на общите точки (ако съществуват) на дадени две окръжности.

Чрез всяка построятелна задача се задава явно едно множество от геометрични обекти и се изисква това множество да се разшири с присъединяване на друго множество от нови геометрични обекти, като се използват краен брой построения, характеризиращи някакви чертожни инструменти (М. Върбанова, И. Ганчев, 2002, с. 134).

В контекста на дисертационния труд, за тези чертожни инструменти е използван интерфейса на GeoGebra, а за основните построения – инструментите на софтуера GeoGebra.

Обикновено при решаване на построятелни задачи се използват следните методи (М. Върбанова, И. Ганчев, 2002, с. 135):

- ◆ Метод на геометричните места от точки (ГМТ) (метод на сечение на множества).
- ◆ Метод на осева симетрия.
- ◆ Метод на ротация.
- ◆ Метод на централна симетрия.
- ◆ Алгебричен метод.
- ◆ Метод на подобие.
- ◆ Метод на инверсията.
- ◆ и други.

За основните построения стандартни геометрични фигури от училищния курс по геометрия в експерименталното изследване се използват алгоритми, използващи за база методите на решаване на построятелните задачи.

В дисертационният труд са включени само част от използвания дидактически инструментариум, свързан с основни построения на стандартни геометрични фигури от училищния курс по геометрия.

Задача 1: Като следвате представения алгоритъм за построяване на GeoGebra конструкция в дидактическия материал, създайте GeoGebra конструкция на геометричната фигура *квадрат*.

Разучете *Конструктивния протокол* на геометричната фигура „Квадрат“.

Запомнете в различни формати GeoGebra конструкцията (.ggb.html.png и други).

Създайте нов GeoGebra инструмент към лентата с инструменти за интегриране към по-сложни конструкции или задачи по геометрия.

Опитайте се да създадете нови алгоритми за построяване на геометричната фигура.

Предложете математически задачи, към които могат да бъдат интегрирани създадените GeoGebra приложения на геометричната фигура *квадрат*. Обосновете се за каква възрастова група са подходящи предложените задачи.

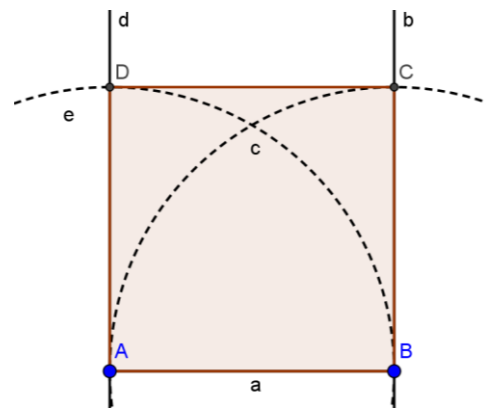
Алгоритъмът за построяване на „Квадрат“ (Фигура 10) включва:

Подготовка

- ◆ Отваряне на нов GeoGebra файл.
- ◆ Скриване на алгебра прозореца, полето за въвеждане на команди и координатните оси.
- ◆ Промяна на етикет – само за точките.

Инструкции

- ❖ Отсечка АВ между точки А и В.
- ❖ Перпендикулярна линия *b* на отсечката АВ през точка В
- ❖ Окръжност с център В през точка А. Сечение на окръжността „*c*“ с перпендикуляра *b* в точката С.
- ❖ Перпендикулярна линия *d* на отсечката АВ през точка А.
- ❖ Окръжност „*e*“ с център А през точка В.
- ❖ Сечение на окръжността „*e*“ с перпендикуляра „*d*“ в точката D.
- ❖ Създаване на квадрата ABCD с GeoGebra инструмента „многоъгълник“.



Фигура 10. GeoGebra конструкция на геометричната фигура Квадрат по алгоритъм, зададен от обучаващия

Съвет: Не забравяйте да затворите геометричната фигура при обхождането ѝ.

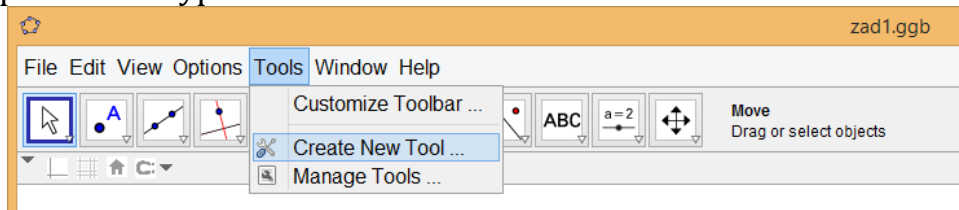
- ❖ Скриване на обекти.
- ❖ Използване на drag теста за проверка верността на конструкцията.

Въпрос: Колко са квадратите?

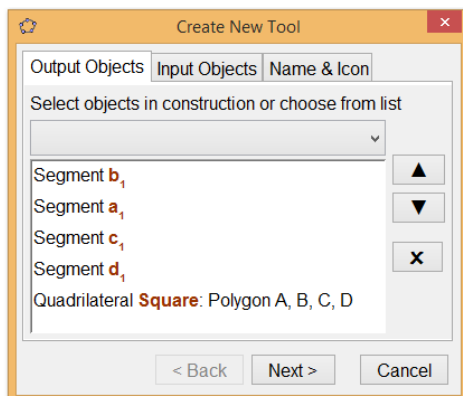
Конструктивен протокол на алгоритъма за построяване на „Квадрат“ в GeoGebra:

№	Име	Описание	Стойност
1	Точка А		$A = (4.78, 0.26)$
2	Точка В		$B = (9.22, 0.26)$
3	Отсечка а	Отсечка [А, В]	$a = 4.44$
4	Права d	Права през А, перпендикулярна на а	$d: x = 4.78$
5	Права b	Права през В, перпендикулярна на а	$b: x = 9.22$
6	Окръжност е	Окръжност през В с център А	$e: (x - 4.78)^2 + (y - 0.26)^2 = 19.71$
7	Окръжност с	Окръжност през А с център В	$c: (x - 9.22)^2 + (y - 0.26)^2 = 19.71$
8	Точка F	Пресечна точка на е и d	$F = (4.78, -4.18)$
8	Точка D	Пресечна точка на е и d	$D = (4.78, 4.7)$
9	Точка E	Пресечна точка на с и b	$E = (9.22, -4.18)$
9	Точка C	Пресечна точка на с и b	$C = (9.22, 4.7)$
10	Четириъгълник Square	Многоъгълник А, В, С, D	Square = 19.71
10	Отсечка a ₁	Отсечка [А, В] от Четириъгълник Square	$a_1 = 4.44$
10	Отсечка b ₁	Отсечка [В, С] от Четириъгълник Square	$b_1 = 4.44$
10	Отсечка c ₁	Отсечка [С, D] от Четириъгълник Square	$c_1 = 4.44$
10	Отсечка d ₁	Отсечка [D, А] от Четириъгълник Square	$d_1 = 4.44$

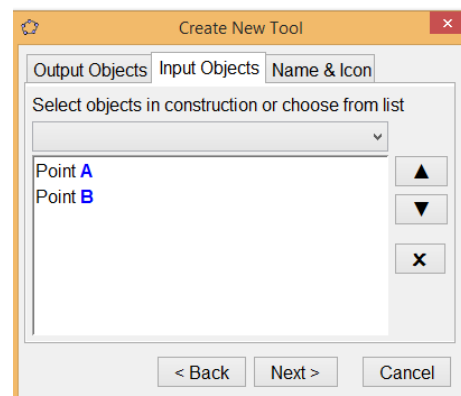
Процесът на създаване на GeoGebra инструмент “Квадрат” е представен на Фигура 11 ÷ Фигура 15.



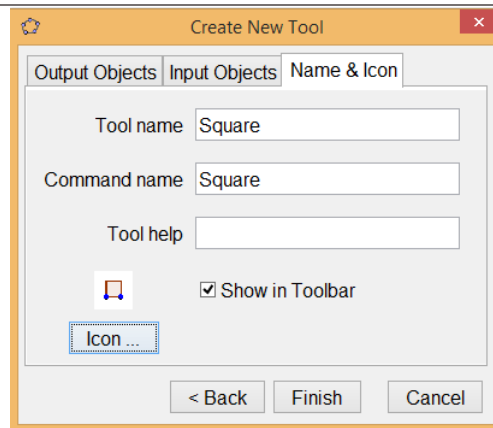
Фигура 11. Създаване на нов инструмент



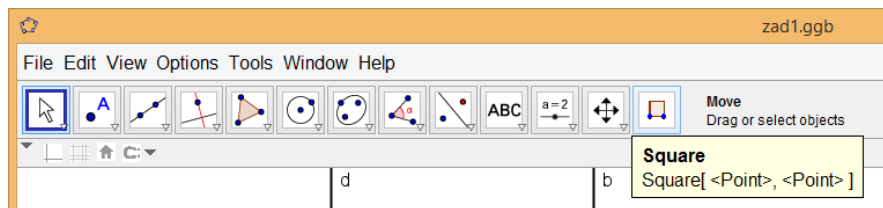
Фигура 12. Избор на изходящи (произведени) обекти от инструмента „Квадрат“



Фигура 13. Избор на входящи обекти за инструмента „Квадрат“

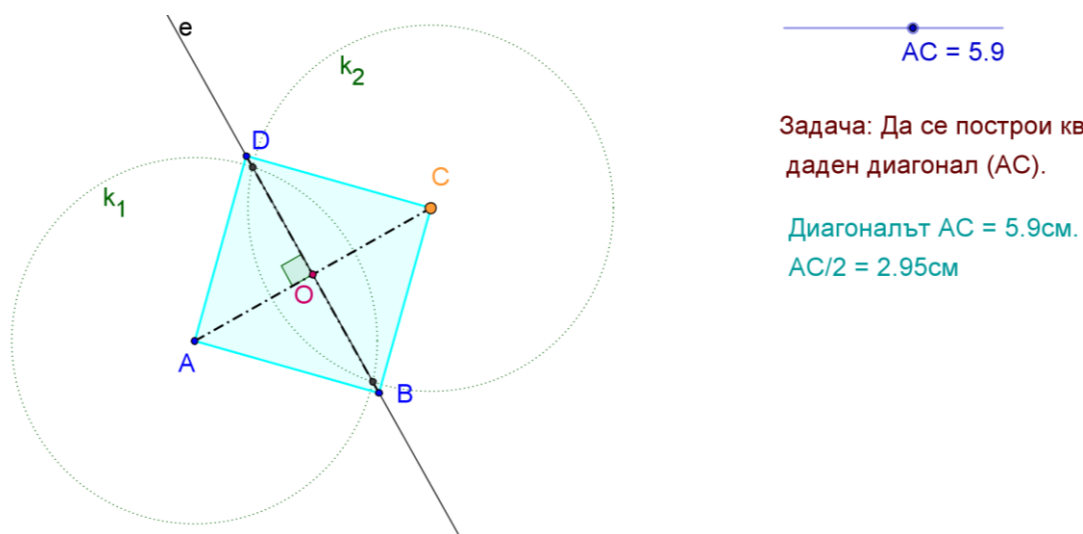


Фигура 14. Въвеждане на име и икона на инструмента „Квадрат“



Фигура 15. Нов инструмент „Квадрат“, добавен в лентата с инструменти

Нов алгоритъм за построяване на „Квадрат“ в GeoGebra среда е представен на Фигура 16.



Фигура 16. Друг алгоритъм за построяване на „Квадрат“ в GeoGebra среда

Конструктивен протокол към новия алгоритъм за построяване на квадрат:

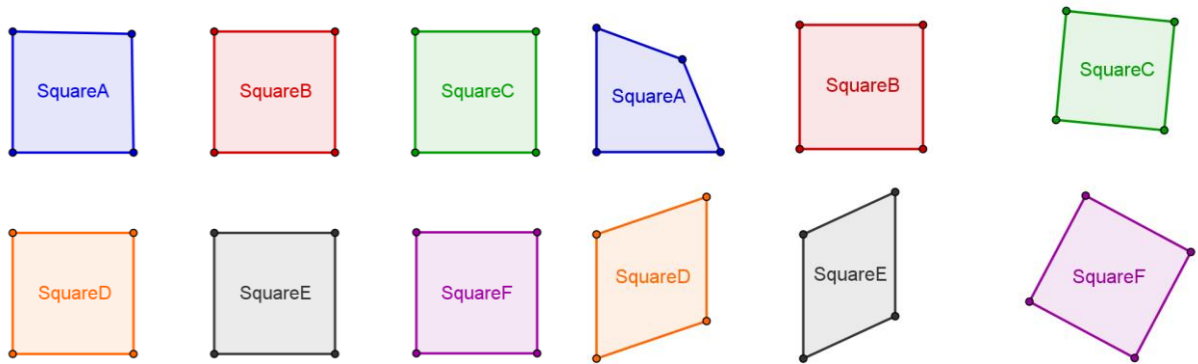
№	Име	Описание	Стойност
1	Текст text1		Задача: Да се построи квадрат по даден диагонал (AC).
2	Число AC		AC = 5.3
3	Точка A	Пресечна точка на O _x и O _y	A = (0, 0)
4	Точка C	Точка върху Кръг[A, AC]	C = (4.62, 2.59)
5	Отсечка b	Отсечка [A, C]	b = 5.3

ПЕДАГОГИЧЕСКИ ТЕХНОЛОГИИ ЗА ИНТЕГРИРАНЕ НА GEOGEBRA ПРИЛОЖЕНИЯ
В ОБУЧЕНИЕТО ПО ГЕОМЕТРИЯ

6	Точка R	Точка върху b	$R = (3.12, 1.75)$
7	Окръжност k_1	Окръжност през R с център A	$k_1: x^2 + y^2 = 12.78$
8	Окръжност k_2	Окръжност с център C и радиус Отсечка[A, R]	$k_2: (x - 4.62)^2 + (y - 2.59)^2 = 12.78$
9	Точка E_2	Пресечна точка на k_1 и k_2	$E_2 = (1.14, 3.39)$
9	Точка E_1	Пресечна точка на k_1 и k_2	$E_1 = (3.49, -0.79)$
10	Права e	Права през E_2 и E_1	$e: 4.18x + 2.35y = 12.71$
11	Точка O	Пресечна точка на e и b	$O = (2.31, 1.3)$
12	Ъгъл α	Ъгъл между E_2 , O и A	$\alpha = 90^\circ$
13	Число distanceAC	Разстояние от A до C	distanceAC = 5.3
14	Текст TextAB	" $\overline{\{$ + (Име[A]) + (Име[C]) + $\}$ \, = \, " + distanceAC	\overline{AC} \, = \, 5.3
15	Число d'	AC / 2	$d' = 2.65$
16	Текст text2	"Диagonalът AC = " + distanceAC + "см. AC/2 = " + d' + "см"	Диagonalът AC = 5.3см. AC/2 = 2.65см
17	Точка B	A завъртян/а/о на ъгъл 90°	$B = (3.61, -1.01)$
18	Точка D	C завъртян/а/о на ъгъл 90°	$D = (1.01, 3.61)$
19	Отсечка b'	Отсечка [B, D]	$b' = 5.3$
20	Четириъгълник Square	Многоъгълник A, B, C, D	Square = 14.05
20	Отсечка a	Отсечка [A, B] от Четириъгълник Square	$a = 3.75$
20	Отсечка a'	Отсечка [B, C] от Четириъгълник Square	$a' = 3.75$
20	Отсечка c_1	Отсечка [C, D] от Четириъгълник Square	$c_1 = 3.75$
20	Отсечка c'	Отсечка [D, A] от Четириъгълник Square	$c' = 3.75$
21	Права g	Права през B, перпендикулярна на Ox	$g: x = 3.61$
22	Права h	Права през D, перпендикулярна на Oy	$h: y = 3.61$

Математически задачи, в които могат да бъдат интегрирани създадените GeoGebra приложения на геометричната фигура *квадрат*:

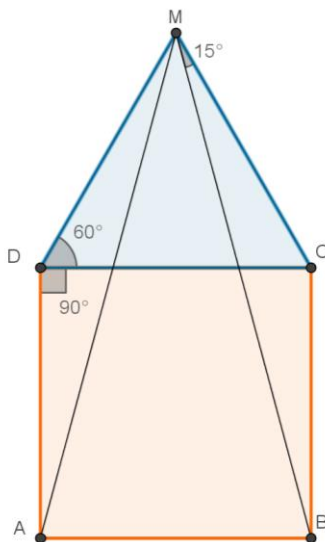
Пример 1.1: Изследвайте коя от представените в GeoGebra среда геометрични фигури е квадрат? (Фигура 17, за 6 клас)



Фигура 17. Начален изглед

Фигура 18. Резултат от
изследователска дейност

Пример 1.2: Върху страната CD на квадрата $ABCD$, вън от него, е построен равностранен триъгълник $\triangle CDM$. Да се определи градусната мярка на $\sphericalangle AMB$? (Фигура 19, за 7 клас)



Решение:

Страните в квадрата са равни,
а така също и страните в равностранния
триъгълник са равни

$$\Rightarrow AD = DC = DM$$

$$\sphericalangle ADM = 90^\circ + 60^\circ = 150^\circ.$$

$$\triangle ADM = 150^\circ \Rightarrow \sphericalangle DMA = \frac{180^\circ - 150^\circ}{2} = 15^\circ.$$

Аналогично, за $\sphericalangle CMB = 15^\circ$.

$$\text{Окончателно } \sphericalangle AMB = 60^\circ - 2 \cdot 15^\circ = 30^\circ.$$

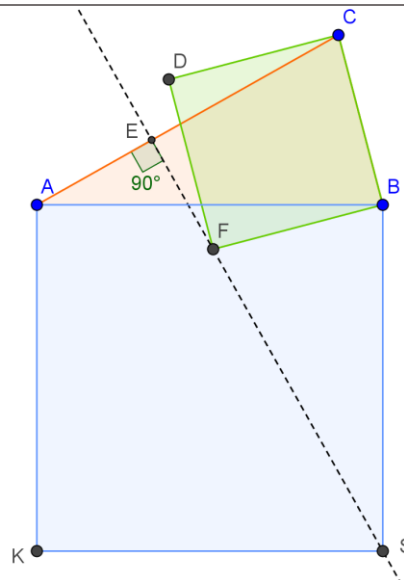
Допълнителни означения

Фигура 19. GeoGebra приложение на Пример 1.2

Пример 1.3 (М. Върбанова, И. Ганчев, 2002, с. 130): На страната BC на $\triangle ABC$ е построен квадрат $BCDF$, в полуравнината, в която лежи $\triangle ABC$. На страната AB и в полуравнината, в която не лежи $\triangle ABC$ е построен квадрат $BAKS$. Докажете, че $AC \perp FS$ (Фигура 20, 8 клас).

Решение (Метод на ротацията): От свойството, че ъгълът между дадена права и нейния образ при ротация, е равен на ъгъла на ротация, $\rho(B, 90^\circ)$, следва, че

$$\rho(CA) = FS.$$



Фигура 20. GeoGebra приложение на Пример 1.3

Задача 2: Като следвате начина на работа с представените алгоритми за построяване на GeoGebra конструкции от *Задача 1*, постройте геометричната фигура *триъгълник*. Към създаденото GeoGebra приложение предложете подходящи условия на задача за построение.

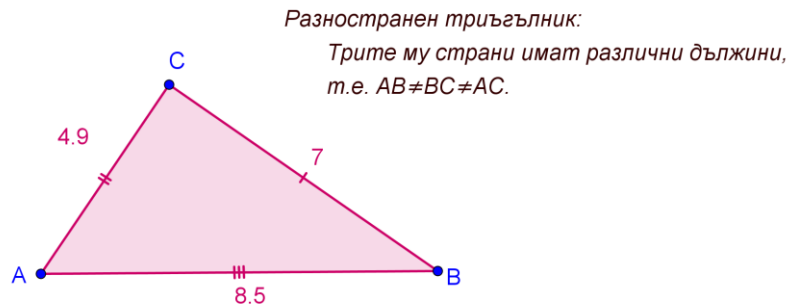
Пример 2.1: Да се построи равностранен триъгълник по представения алгоритъм в GeoGebra среда.

Номер	Име	Описание	Стойност
1	Точка O_1		$O_1 = (4, -2)$
2	Точка O_2		$O_2 = (8.3, -2.02)$
3	Окръжност c	Окръжност през O_2 с център O_1	$c: (x - 4)^2 + (y + 2)^2 = 18.47$
4	Окръжност d	Окръжност през O_1 с център O_2	$d: (x - 8.3)^2 + (y + 2.02)^2 = 18.47$
5	Точка C	Пресечна точка на c и d	$C = (6.17, 1.71)$
5	Точка D	Пресечна точка на c и d	$D = (6.13, -5.73)$
6	Триъгълник T1	Многоъгълник O_1, O_2, C	$T1 = 8$
6	Отсечка c_1	Отсечка $[O_1, O_2]$ от Триъгълник T1	$c_1 = 4.3$
6	Отсечка a	Отсечка $[O_2, C]$ от Триъгълник T1	$a = 4.3$
6	Отсечка b	Отсечка $[C, O_1]$ от Триъгълник T1	$b = 4.3$
7	Триъгълник T2	Многоъгълник O_1, O_2, D	$T2 = 8$
7	Отсечка d_1	Отсечка $[O_1, O_2]$ от Триъгълник T2	$d_1 = 4.3$
7	Отсечка a_1	Отсечка $[O_2, D]$ от Триъгълник T2	$a_1 = 4.3$
7	Отсечка b_1	Отсечка $[D, O_1]$ от Триъгълник T2	$b_1 = 4.3$

На следващите фигури са представени GeoGebra приложения, които показват построения на:

- ♦ видовете триъгълници според дължините на страните – разностранен (Фигура 21), равнобедрен (Фигура 22 ÷ Фигура 25), равностранен (Фигура 26);

- ◆ видовете триъгълници според големините на ъглите – остроъгълен (Фигура 27), правоъгълен (Фигура 28), тъпоъгълен (Фигура 29);
- ◆ забележителни точки в триъгълника:
 - ортоцентър и височини (Фигура 30);
 - медицентър и медиани (Фигура 31, Фигура 32);
 - симетрали и център на описаната около триъгълника окръжност (Фигура 33);
 - вътрешни ъглополовящи (Фигура 34);
 - център на вписаната в триъгълника окръжност (Фигура 35).



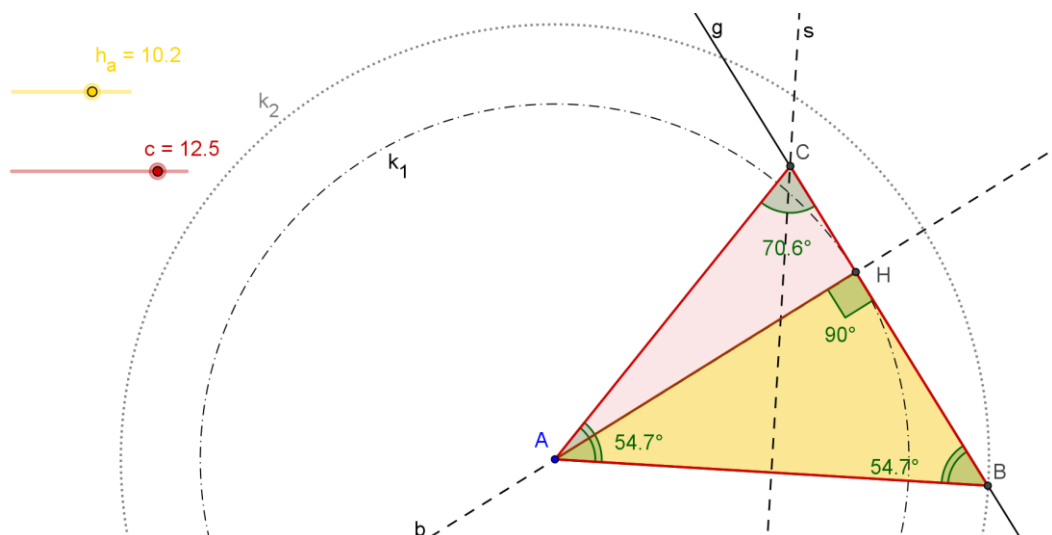
Фигура 21. GeoGebra приложение на разностранен триъгълник



Свойства на равнобедреният триъгълник:
Двете му страни (бедра) имат равни дължини,
т.е. бедро₁ = бедро₂ или $AC = BC$.
Двата му ъгъла при основата имат еднаква големина,
т.е. $\sphericalangle BAC = \sphericalangle ABC$.

Преместете някоя от динамичните точки A или B.
Защо точката M е неподвижна (статична) точка?
Можете ли да преместите точката C?
Каква зависимост откривате?
Може ли точката C да се нарече 'полуподвижна точка'?

Фигура 22. GeoGebra приложение №1 на равнобедрен триъгълник



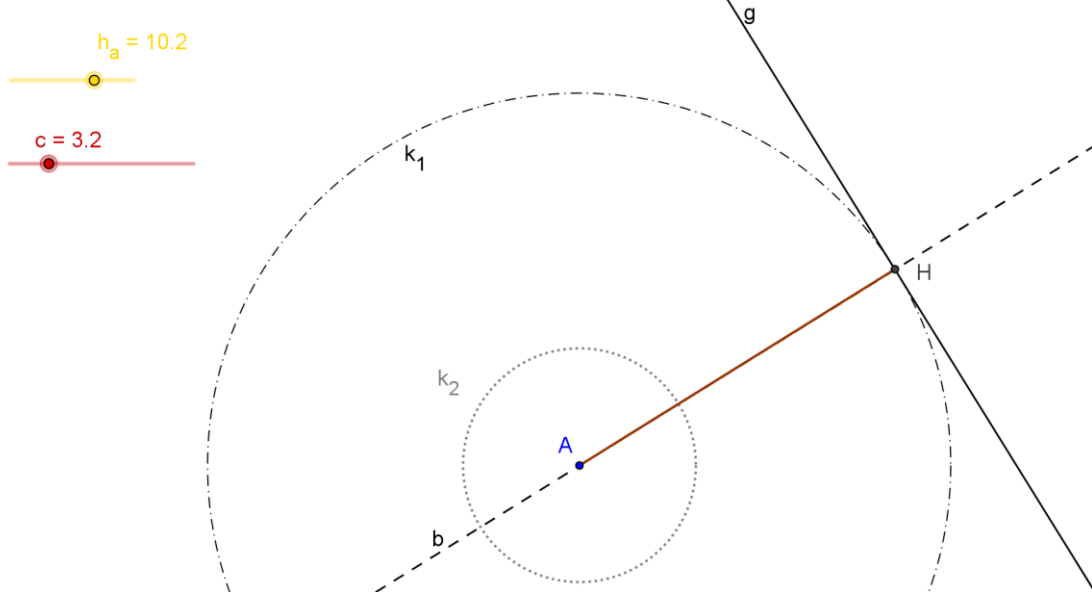
Фигура 23. GeoGebra приложение №2 на равнобедрен триъгълник

На база Фигура 23 може да се формулира следната задача за построение:
Пример 2.2: Да се построи равнобедрен триъгълник по дадени основа и височина към бедрото.

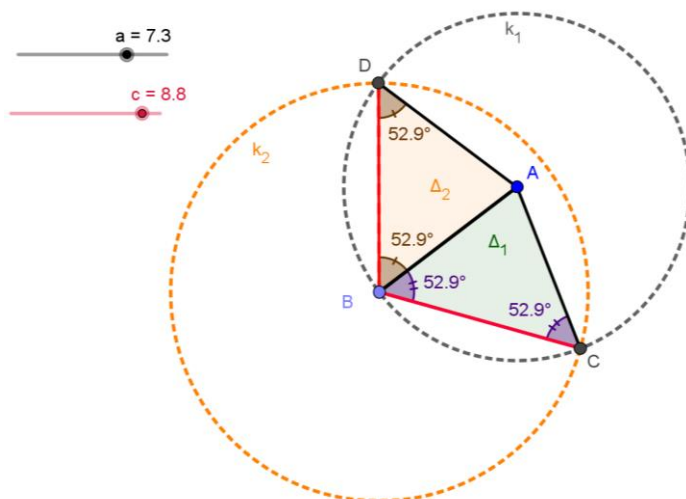
Построение и изследване: Построява се първо $\triangle ABH$ правоъгълен триъгълник с основа $AB = c$, катет $AH = h_a$ по следният начин: върху произволна права b се избира т. A ; построява се $k_1(A, h_a)$; $b \cap k_1 = H$, от където се получава, че $AH = h_a$; построява се перпендикулярна права g на AH през т. H ; $k_2(A, c)$; т. $B = k_2 \cap g$; $\triangle ABH$. Построява се симетрала s към AB . Точката $C = s \cap g$.

При $h_a < c$ задачата има единствено решение (Фигура 23).

При изследване на създаденото GeoGebra приложение се достига до извода, че при $h_a \geq c$ задачата няма решение (Фигура 24).



Фигура 24. Равнобедрен триъгълник по дадени основа и височина към бедрото, когато $h_a \geq c$



Построяване на равнобедрен триъгълник по дадени основа и бедро.

$$AB = a = 7.3$$

$$BC = c = 8.8$$

$$k_1 \cap k_2 = C, D$$

$$\Rightarrow \triangle ABD \cong \triangle ACB$$

Изследвайте!

Колко решения има задачата и при какви условия ?

Фигура 25. GeoGebra приложение №3 на равнобедрен триъгълник

Аналогично на Пример 2.2, на база Фигура 25 може да се формулира следната задача за построение:

Пример 2.3: Да се построи равнобедрен триъгълник по дадени основа c и бедро a .

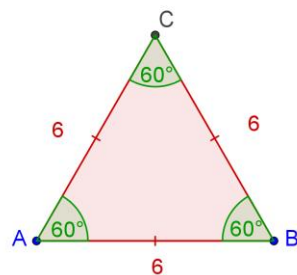
Построение и изследване: Построява се първо окръжност $k_1(A, R = a)$. Върху тази окръжност се избира точка B . Така се получава отсечката $AB = a$ – бедро. Построява се втора окръжност $k_2(B, r = c)$. В зависимост от това, коя отсечка е с по-голяма дължина, може да се получат следните решения:

I. $k_1 \cap k_2$ нямат пресечни точки, тогава не може да се построи равнобедрен триъгълник. При изследване на конструкцията се установява, че този случай е възможен, когато $a < \frac{c}{2}$.

II. $k_1 \cap k_2 = C, D$ имат две пресечни точки, които са на еднакво разстояние (c) от центъра на k_2 точката B , т.е. $BC = BD = c$. При изследване на конструкцията се установява, че в този случай е възможно построяването на равнобедрен триъгълник, когато $a > \frac{c}{2}$. Тъй като пресечните точки са две, тогава ще се получат два еднакви равнобедрени триъгълника.

III. $k_1 \cap k_2 = C \equiv D$ една пресечна точка. При изследване на конструкцията се установява, че в този случай не е възможно построението на триъгълник, т.е. когато $a = \frac{c}{2}$.

Допълнителен извод: Когато $a = c$ се получават два еднакви равнострани триъгълника.



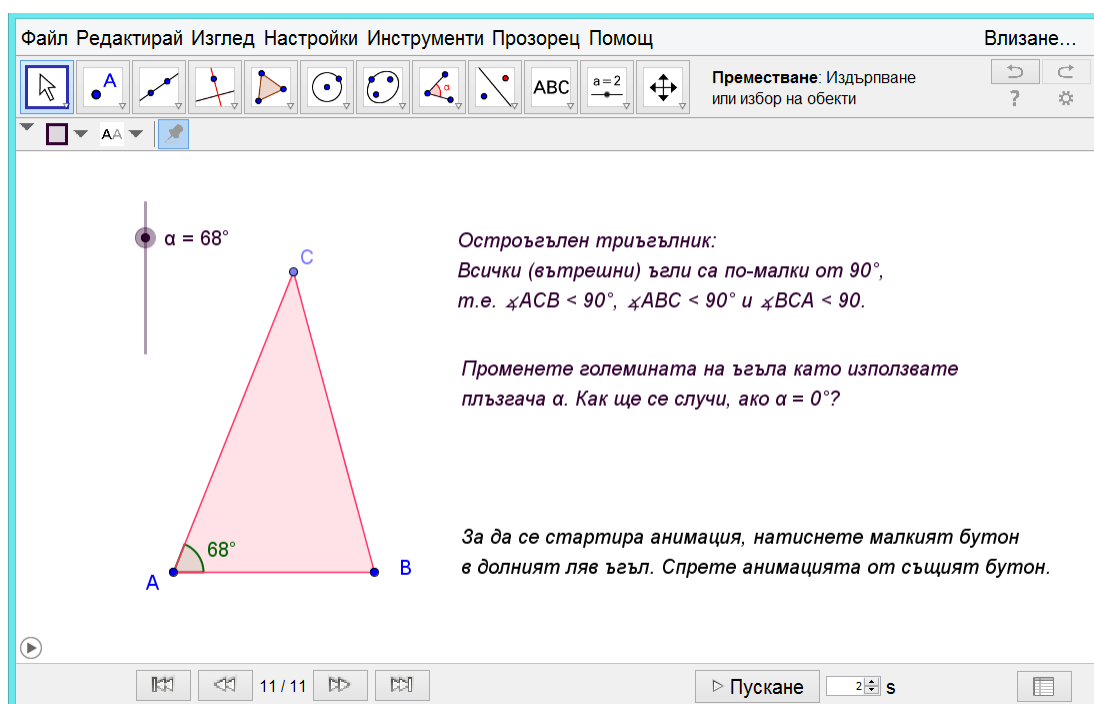
Равностранен триъгълник

Трите му страни имат равни дължини
 $\Rightarrow AB = BC = AC = \text{бст}$

Трите му ъгъла са равни
 $\Rightarrow \angle ABC = \angle BCA = \angle BAC$

Преместете някоя от двете динамични (сини) точки A или B . Наблюдавайте! Защо точката C не е подвижна точка?

Фигура 26. GeoGebra приложение на равнострани триъгълник

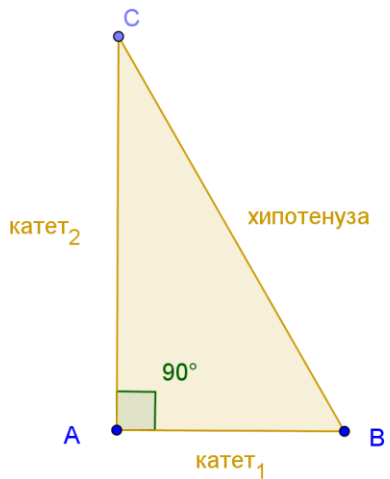


Остроъгълен триъгълник:
 Всички (вътрешни) ъгли са по-малки от 90° , т.е. $\angle ACB < 90^\circ$, $\angle ABC < 90^\circ$ и $\angle BCA < 90^\circ$.

Променете големината на ъгъла като използвате плъзгача α . Как ще се случи, ако $\alpha = 0^\circ$?

За да се стартира анимацията, натиснете малкият бутон в долния ляв ъгъл. Спрете анимацията от същият бутон.

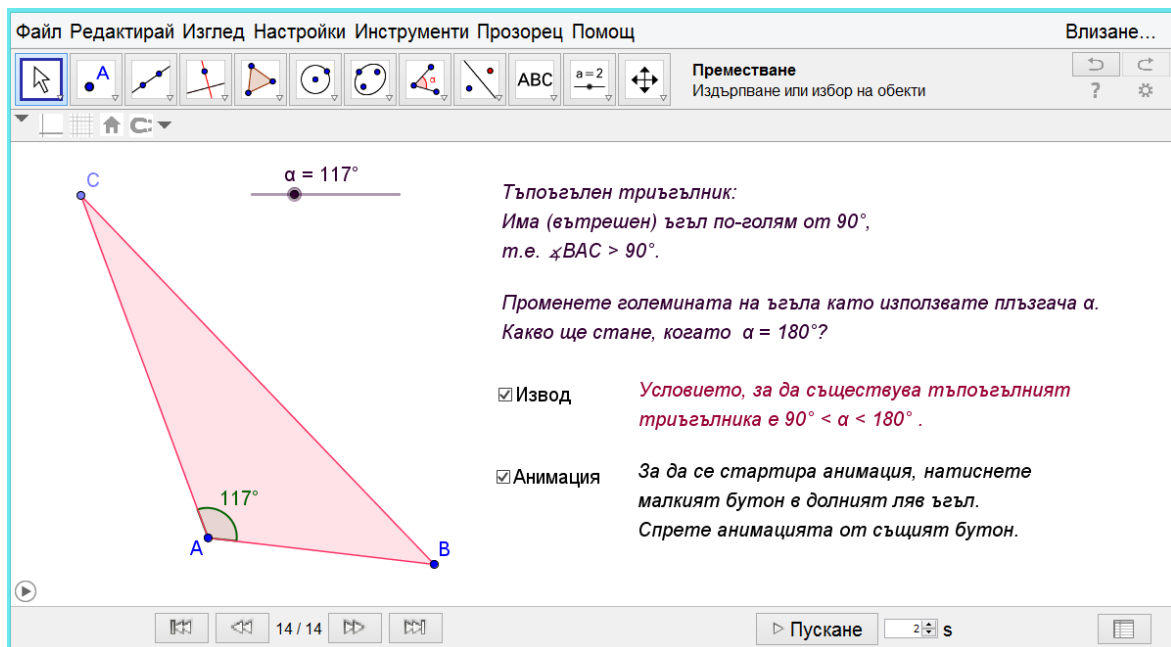
Фигура 27. GeoGebra приложение на остроъгълен триъгълник (с анимация и стъпки за проследяване на построението)



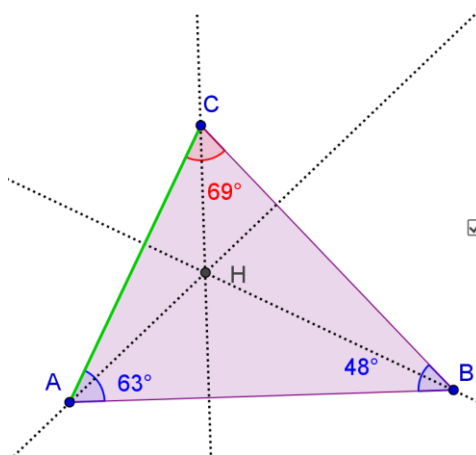
Правоъгълен триъгълник:
Има един ъгъл с големина равна на 90° .
Страната срещу този ъгъл се нарича хипотенуза.
Тя е най-дългата страна в правоъгълния триъгълник.
Другите две страни се наричат катети.

Преместете някоя от динамичните точки или полудинамичната точка С.

Фигура 28. GeoGebra приложение на правоъгълен триъгълник



Фигура 29. GeoGebra приложение на тъпоъгълен триъгълник (с анимация и стъпки за проследяване на построението)



ъгъл = 69° AC = 10

Пример: Чрез плъзгача променете големината на ъгъл $\angle ACB$ и изследвайте колко различни положения има точката Н (ортоцентър).

Отговор

Положенията на т. Н са три!

В тъпоъгълен триъгълник т. Н е извън триъгълника.

В правоъгълен триъгълник т. Н съвпада с т. С.

В остроъгълен триъгълник т. Н е вътре в триъгълника.

Фигура 30. GeoGebra приложение на ортоцентър и височини в триъгълник

Свойство Пример 1 Решение
 Пример 2 Решение

Свойство на медианата:
 $AM : MM_1 = 2 : 1$
 $BM : MM_2 = 2 : 1$
 $CM : MM_3 = 2 : 1$

Пример 1: Ако CM_3 е равно на 4.99, то на колко ще са равни MC и MM_3 ?

Пример 2: Ако знаеш, че $MA = 5.27$, на колко ще са равни MM_1 и AM ?

Преместете някоя от динамичните точки и наблюдавайте дали е изпълнено свойството на медианата.

Фигура 31. GeoGebra приложение на медицентър, свойство на медианата в триъгълник и два примера за упражнение (изглед 1)

Свойство Пример 1 Решение
 Пример 2 Решение

Свойство на медианата:
 $AM : MM_1 = 2 : 1$
 $BM : MM_2 = 2 : 1$
 $CM : MM_3 = 2 : 1$

Пример 1: Ако CM_3 е равно на 4.99, то на колко ще са равни MC и MM_3 ?

Решение:
 Знаем, че $CM_3 = 4.99$, $CM : MM_3 = 2 : 1$ или за удобство $CM : MM_3 = 2x : 1x$.
 Също така знаем, че $CM_3 = MM_3 + MC$.
 Тогава имаме $4.99 = 1x + 2x$,
 $4.99 = 3x$,
 $x = 4.99/3 = 1.66$.
 Получаваме за $MM_3 = 1x = 1.66$, $MC = 2x = 2 * 1.66 = 3.33$.

Пример 2: Ако знаеш, че $MA = 5.27$, на колко ще са равни MM_1 и AM ?

Решение: Знаем, че $AM : MM_1 = 2 : 1$, т.е $AM : MM_1 = 2 * 5.27 : 1x$.
 От $AM_1 = MM_1 + MA = 1x + 2x$,
 $3x = 1x + 10.55$,
 $3x - 1x = 10.55$
 $2x = 10.55$,
 $x = 10.55/2 = 5.27$.
 Като заместим, ще получим $MM_1 = 1x = 2.64$,
 $AM_1 = 3x = 7.91 = 7.91$.

Преместете някоя от динамичните точки и наблюдавайте дали е изпълнено свойството на медианата.

Фигура 32. GeoGebra приложение на медицентър, свойство на медианата в триъгълник и два примера за упражнение (изглед 2)

Симетрали Радиуси на описаната около триъгълника окръжност

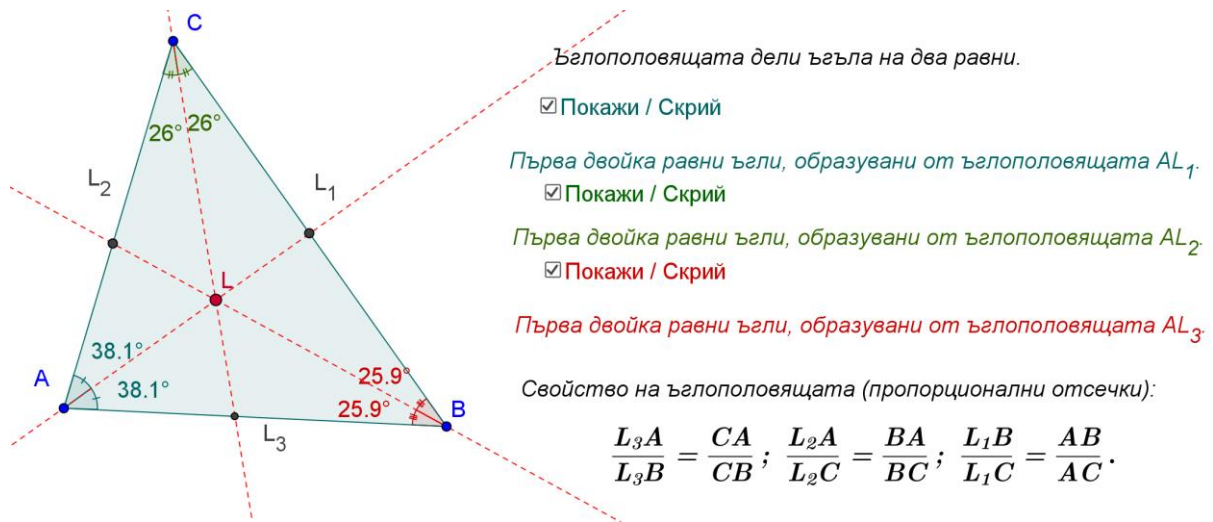
Пример: Проследете колко положения има центъра на симетрия в зависимост от вида на триъгълника (чрез преместване на динамичните точки на чертежа).

Отговор

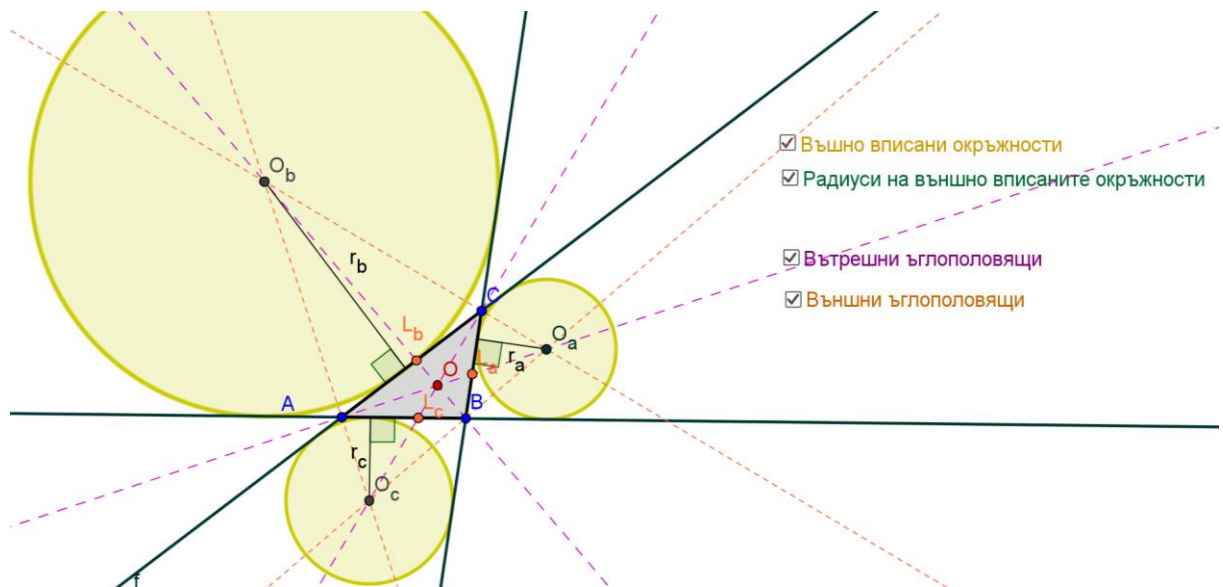
Три положения:

1. Вътре в триъгълника, ако той е остроъгълен.
2. Извън триъгълника, ако той е тъпоъгълен.
3. Точката на симетрия съвпада с пресечната точка на височината, спусната от правия ъгъл.

Фигура 33. GeoGebra приложение на симетрали в триъгълника и център на описаната около триъгълника окръжност



Фигура 34. GeoGebra приложение на вътрешни ъглополовящи в триъгълника

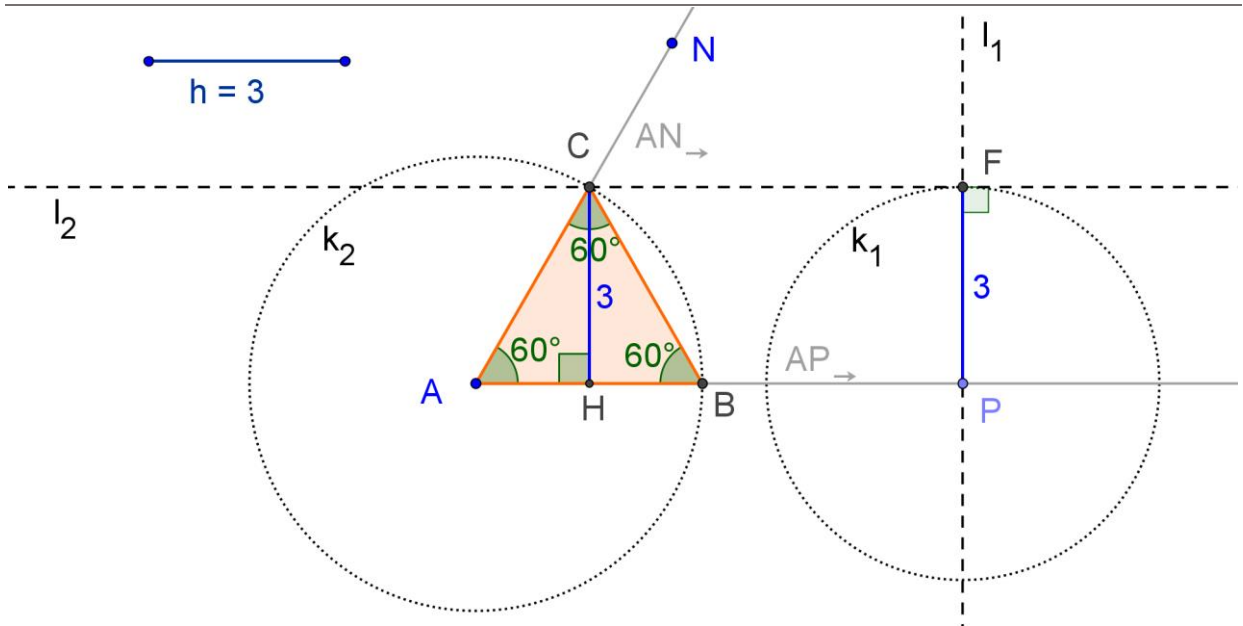


Фигура 35. GeoGebra приложение на външно вписаните в триъгълника окръжности

Пример 2.4: Да се построи равностраничен триъгълник по дадена височина (Г. Ганчев, Н. Райков, 1995).

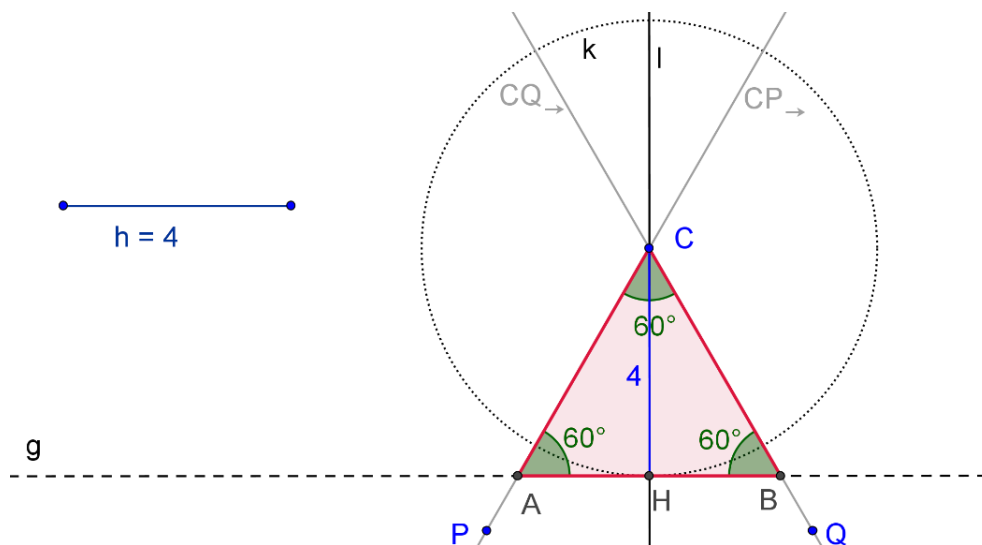
Построение и изследване: Тази задача ще бъде представена по няколко начина.

I начин: Построява се $\sphericalangle PAN = 60^\circ$ (Фигура 36). Построява се перпендикулярна права l_1 през т. P на лъча AP^\rightarrow . Построява се окръжност k_1 с радиус, равен на дължината на височината. През пресечната точка на $k_1 \cap l_1$ т. F се построява права l_2 успоредна на AP^\rightarrow . Точката $C = l_2 \cap AN^\rightarrow$. Окръжност $k_2 \cap AP^\rightarrow = B$. Задачата има единствено решение.



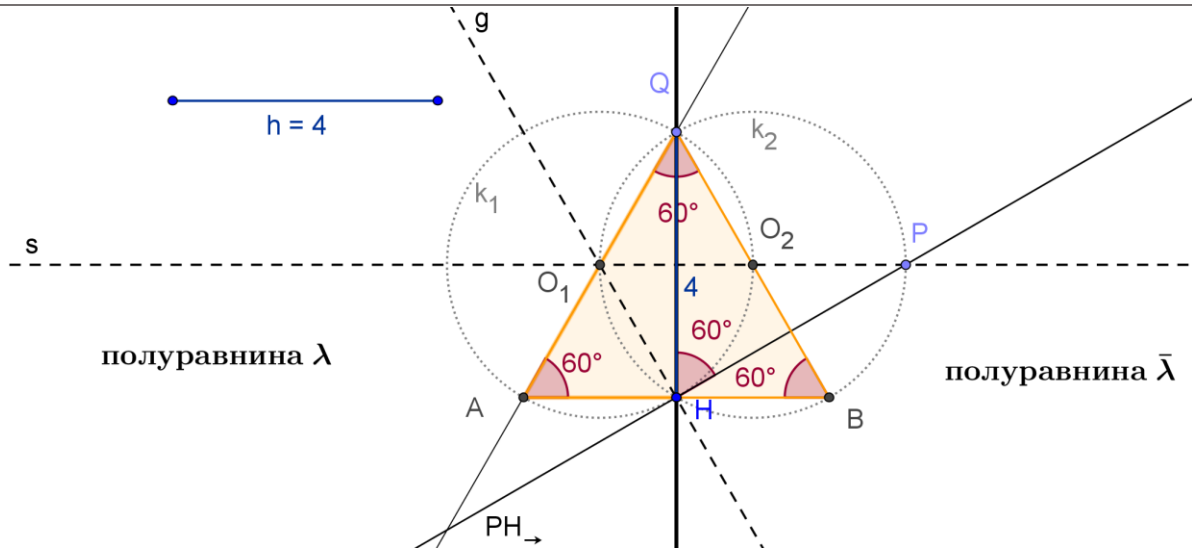
Фигура 36. Построяване на равностранен триъгълник по височина (I начин)

II начин: Построява се $\sphericalangle PCQ = 60^\circ$ (Фигура 37). Построява се ъглополовяща права l на $\sphericalangle PCQ$. Окръжността $k(C, h) \cap l = H$. Построява се перпендикулярна права g през т. H на права l . Там, където $g \cap CP \rightarrow$ в т. A и $g \cap CQ \rightarrow$ в т. B , се образува заедно с т. C равностранен триъгълник.



Фигура 37. Построяване на равностранен триъгълник по височина (II начин)

III начин: Геометрично място на точки, от които дадена отсечка се вижда по даден ъгъл (В. Лазаров, 1997). Построява се ъгъл $\sphericalangle PHQ = 60^\circ$, $HQ = h$ (Фигура 38).



Фигура 38. Геометрично място на точки, от които дадена отсечка се вижда по даден ъгъл 60°

Построява се перпендикулярна права g през т. H на $P\vec{H}$. Построява се симетрала s на HQ , така че $s \cap g = O_1$. Построява се окръжност $k_1(O_1, HO_1)$. Точката Q също ще лежи и на k_1 . Определяме диаметъра на окръжността да е отсечката AQ . ΔAQH е правоъгълен триъгълник с $\sphericalangle AQH = 30^\circ$. Използва се свойството, че срещу ъгъл от 30° в правоъгълен триъгълник лежи страна, равна на половината от хипотенузата. Следователно, ΔAQH се явява част от търсеният ΔABC . За да се определи другата част от търсения триъгълник, се приема, че построената част се намира в полуравнината λ , а по аналогичен начин се намира другата, която е в полуравнината $\bar{\lambda}$.

Пример 2.5: Да се построи триъгълник по дадени страна, срещулежащ на нея ъгъл и медиана към една от другите две страни.

Забележка: Този пример беше представен от докторанта на Информационно – образователен QUICK семинар през 2012 г. на тема „Въведение в динамичен геометричен софтуер GeoGebra“, проведен в Русенския университет „А. Кънчев“.

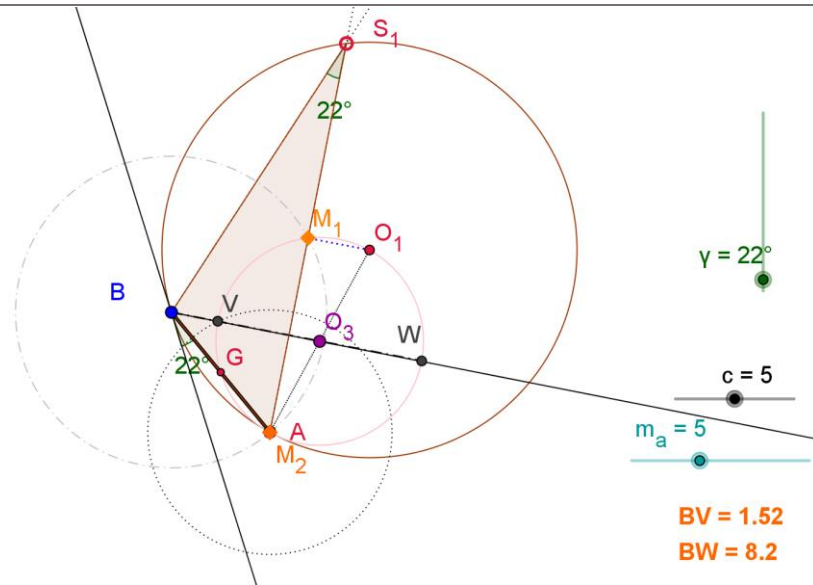
Скрый / Покажи текста

Задача: Да се построи триъгълник по дадени страна s , срещулежащ на нея ъгъл γ и медиана към една от другите две страни m_a .

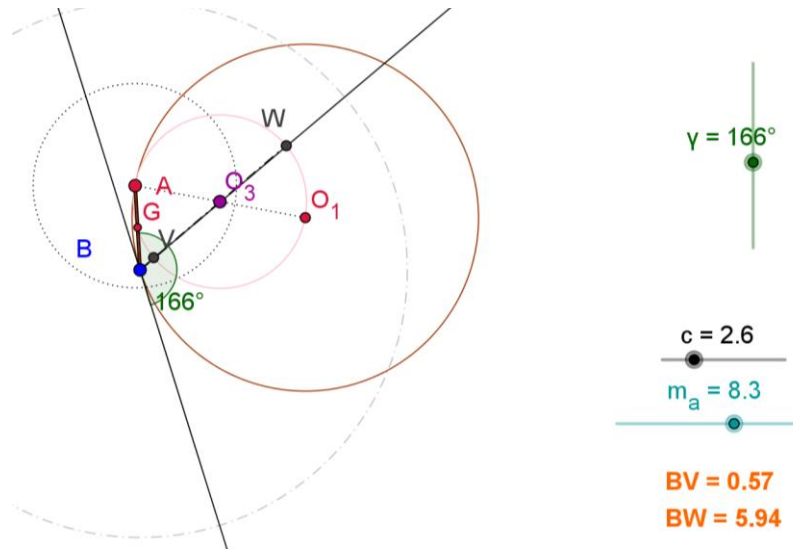
При $0^\circ < \gamma < 90^\circ$ се разглеждат следните случаи:

- I. $s = m_a \rightarrow$ едно решение;
- II. $s < BW < m_a \rightarrow$ няма решение;
- III. $s < m_a < BW \rightarrow$ две решения;
- IV. $s/2 = m_a \rightarrow$ едно решение;
- V. $m_a < BV \rightarrow$ няма решение;
- VI. $BV < m_a < s/2 \rightarrow$ две решения;
- VII. $BV < m_a < s \rightarrow$ две решения;
- VIII. $BV = m_a \rightarrow$ едно решение;
- IX. $m_a > BV \rightarrow$ няма решение.

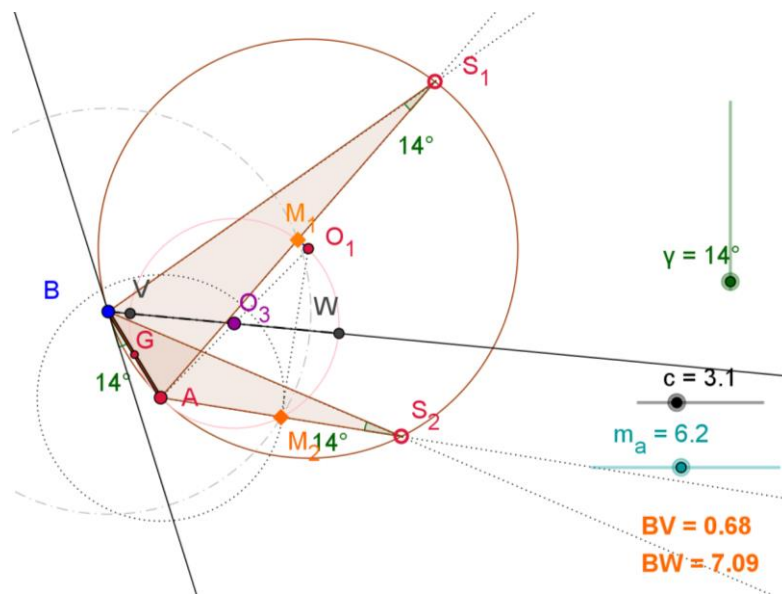
Фигура 39. Описание на всички изследвани случаи в Пример 2.5



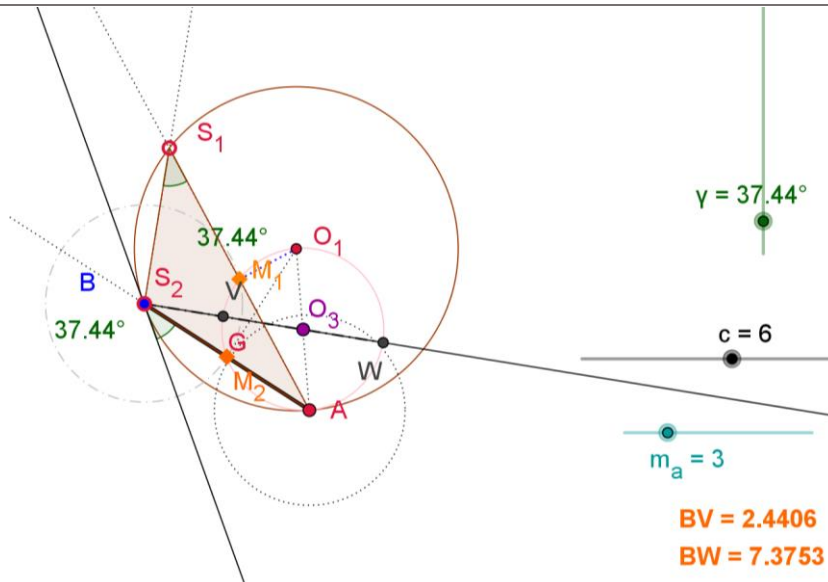
Фигура 40. Случай I



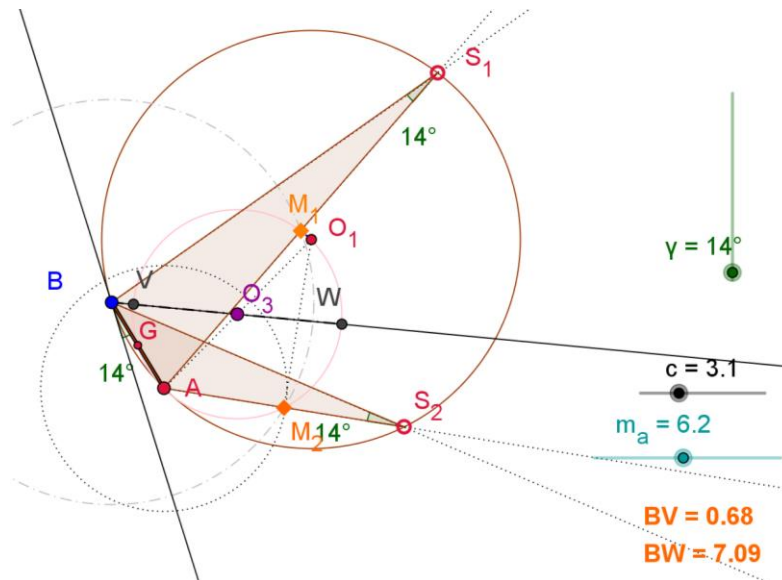
Фигура 41. Случай II



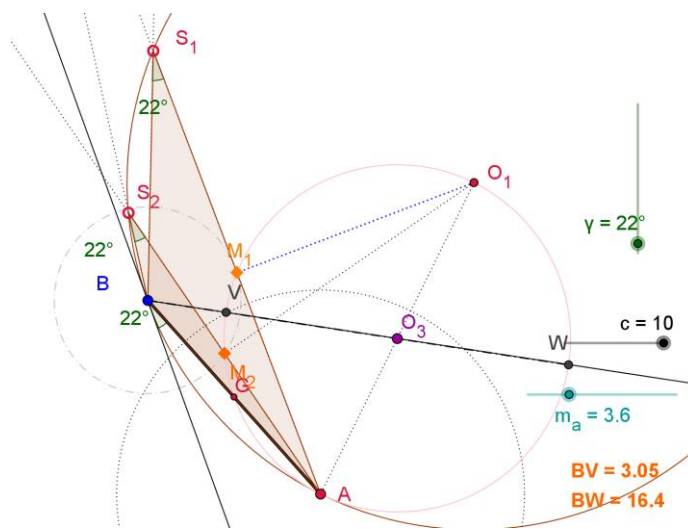
Фигура 42. Случай III



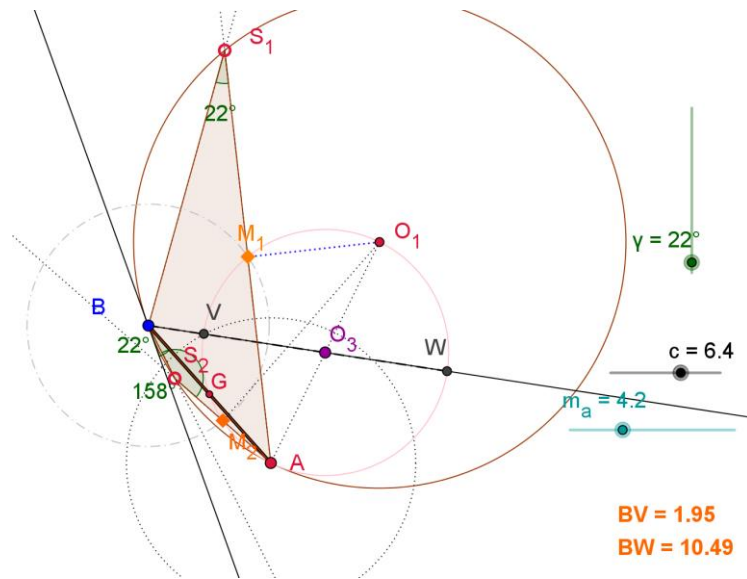
Фигура 43. Случай IV



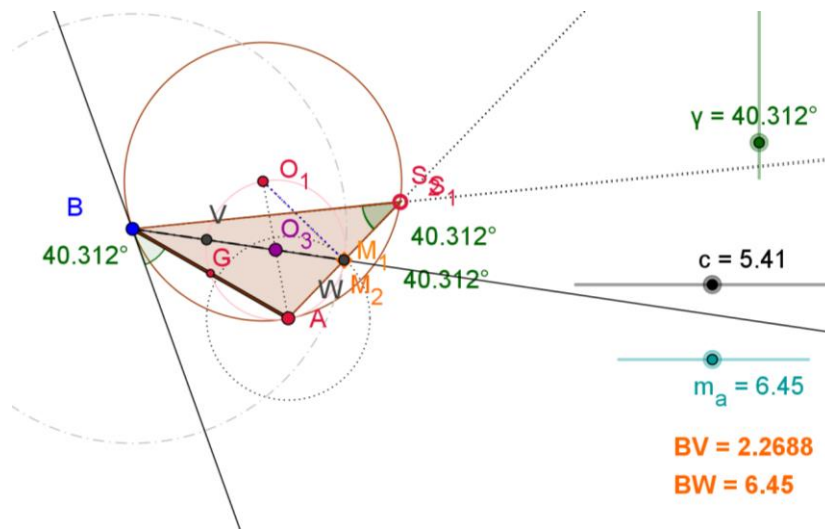
Фигура 44. Случай V



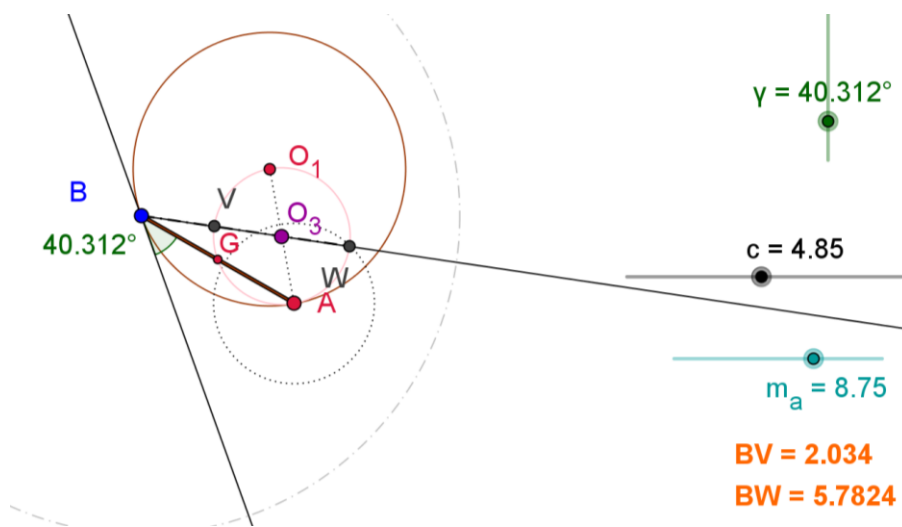
Фигура 45. Случай VI



Фигура 46. Случай VII

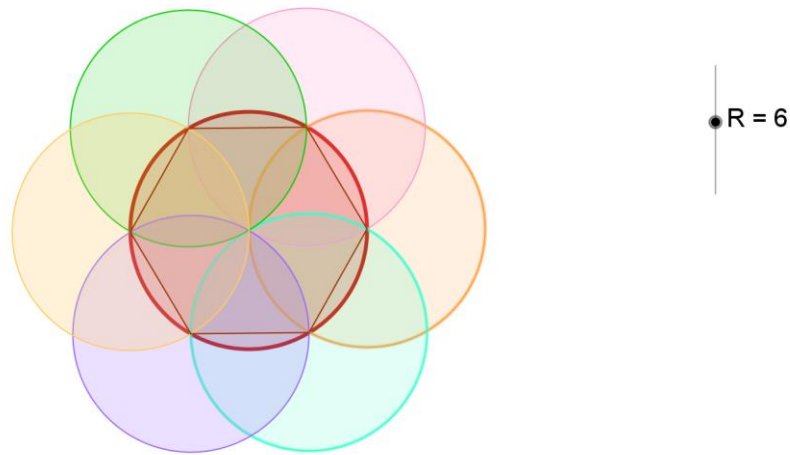


Фигура 47. Случай VIII

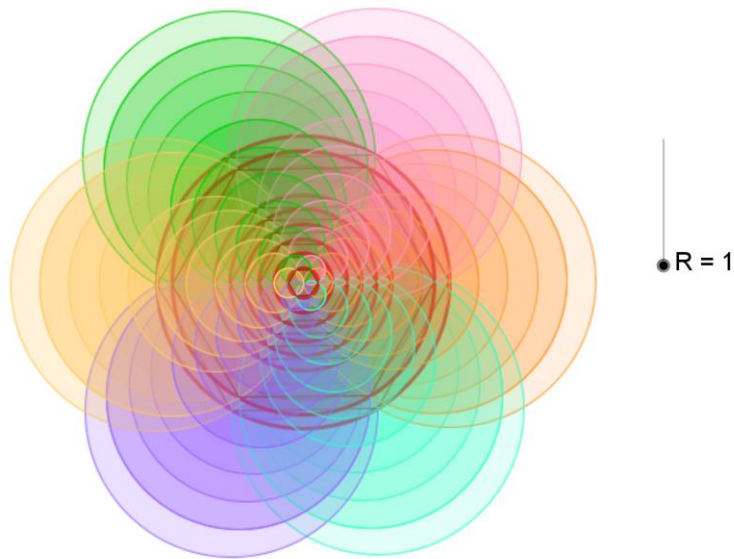


Фигура 48. Случай IX

Задача 3: Като следвате начина на работа с представените алгоритми за построяване на GeoGebra приложения от *Задача 1*, постройте геометричните фигури *успоредник, правоъгълник, правилен шестоъгълник*. Оформете по атрактивен начин GeoGebra приложението.



Фигура 49. GeoGebra приложение на „Правилен шестоъгълник“



Фигура 50. Атрактивност на GeoGebra приложение

Конструктивен протокол на алгоритъм на построяване на геометричната фигура „Правилен шестоъгълник“:

№	Име	Описание	Стойност
1	Число R		$R = 1$
2	Точка A		$A = (4.02, 4.2)$
3	Окръжност c	Окръжност с център A и радиус R	$c: (x - 4.02)^2 + (y - 4.2)^2 = 1$
4	Точка B	Точка върху c	$B = (5.02, 4.21)$
5	Окръжност d	Окръжност през A с център B	$d: (x - 5.02)^2 + (y - 4.21)^2 = 1$
6	Точка C	Пресечна точка на c и d	$C = (4.51, 5.07)$

6	Точка D	Пресечна точка на с и d	$D = (4.53, 3.34)$
7	Окръжност e	Окръжност през B с център C	$e: (x - 4.51)^2 + (y - 5.07)^2 = 1$
8	Окръжност f	Окръжност през B с център D	$f: (x - 4.53)^2 + (y - 3.34)^2 = 1$
9	Точка E	Пресечна точка на с и e	$E = (5.02, 4.21)$
9	Точка F	Пресечна точка на с и e	$F = (3.51, 5.06)$
10	Точка G	Пресечна точка на с и f	$G = (5.02, 4.21)$
10	Точка H	Пресечна точка на с и f	$H = (3.53, 3.33)$
11	Окръжност g	Окръжност през C с център F	$g: (x - 3.51)^2 + (y - 5.06)^2 = 1$
12	Окръжност h	Окръжност през A с център H	$h: (x - 3.53)^2 + (y - 3.33)^2 = 1$
13	Точка I	Пресечна точка на с и g	$I = (3.02, 4.19)$
14	Окръжност k	Окръжност през F с център I	$k: (x - 3.02)^2 + (y - 4.19)^2 = 1$
15	Шестоъгълник poly1	Многоъгълник C, B, D, H, I, F	$poly1 = 2.6$
15	Отсечка c_1	Отсечка [C, B] от Шестоъгълник poly1	$c_1 = 1$
15	Отсечка b	Отсечка [B, D] от Шестоъгълник poly1	$b = 1$
15	Отсечка d_1	Отсечка [D, H] от Шестоъгълник poly1	$d_1 = 1$
15	Отсечка h_1	Отсечка [H, I] от Шестоъгълник poly1	$h_1 = 1$
15	Отсечка i	Отсечка [I, F] от Шестоъгълник poly1	$i = 1$
15	Отсечка f_1	Отсечка [F, C] от Шестоъгълник poly1	$f_1 = 1$

Методи за решаване на задачи от училищния курс по геометрия

Част от GeoGebra приложенията и съпътстващите ги задачи, използвани при обучението на студентите от експерименталното изследване по дисциплината *Училищен курс по геометрия*, са описани в (М. Petkova, 2013, с. 143) и (М. Петкова, 2013):

- ◆ от първата статия – изследователска дейност и експериментиране на свойствата на *права на Ойлер* ;
- ◆ от втората статия – изследователска дейност и експериментиране на свойствата на връзката между елементарната математика (построения в GeoGebra среда на геометрични фигури от училищния курс по геометрия като например, правилен шестоъгълник и равностранен триъгълник) и фракталната геометрия:
 - релации между равностранен триъгълник/правилен шестоъгълник и Сьерпински триъгълник;
 - релации между равностранен триъгълник – Снежинка /Триада на Кох);
 - релации между питагорова теорема и дървото на Питагор.

Някои материали от дидактическият инструментариум са оформени в методическо ръководство, разработено от докторанта и научния ръководител (Е. Великова, М. Петкова, 2013). Разгледани са шест теми, базирани на нов поглед към учебния материал, включен в училищния курс по геометрия. Те са основани на опита и вижданията на известният руски геометър Игор Шаригин:

- ◆ Опорни задачи в училищния курс по геометрия;
- ◆ Особенности на геометричните конструкции;
- ◆ Аналитични методи в геометрията;
- ◆ Метод на координатите. Векторен метод;
- ◆ Геометрични методи;
- ◆ Геометрично място на точки.

Всяка тема съдържа: лекция, упражнение, задачи за самостоятелна работа, тест за самооценяване и ключ към теста. Тестовите са изведени в края на ръководството.

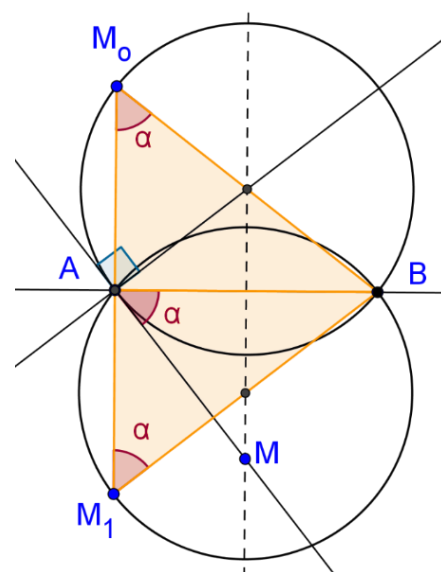
Например, лекционният материал на тема 6. *Геометрично място на точки (ГМТ)* включва (Е. Великова, М. Петкова, 2013, с. 102–103):

- ◆ определение за ГМТ - множество от точки, всяка от които притежава определено геометрично свойство по отношение на дадена геометрична фигура;
- ◆ известни геометрични места на точки, като например:
 - геометричното място на точки, които са на разстояние R от дадена точка O – окръжност с център O и радиус R ;
 - геометричното място на точки, които са равноотдалечени от две дадени точки A и B – симетралата s на отсечката AB ;
 - геометричното място на точки, които са на разстояние h от дадена права - две успоредни прави, които са на разстояние h от дадената права;
 - геометричното място на точки, които са равноотдалечени от две пресичащи се прави - ъглополовящата на ъгъла, който образуват дадените прави.

Задача 1 за ГМТ от Е. Великова, М. Петкова (2013, с. 103–104). Да се построи геометричното място на точките M , от които дадената отсечка AB се вижда под даден ъгъл $\angle MAB = \alpha$.

Решение: Това геометрично място се състои от две равни дъги от окръжности, симетрични спрямо правата AB (Фигура 51).

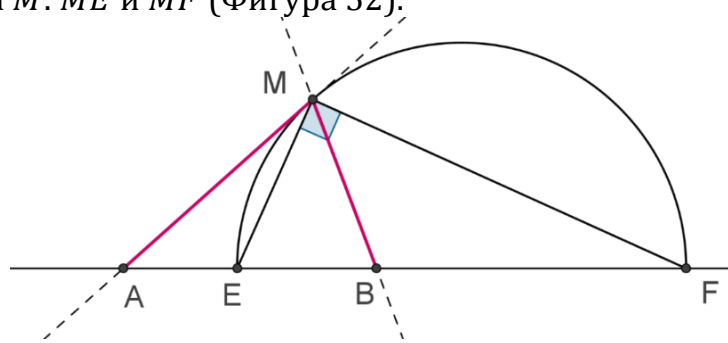
За построяването на зададеното ГМТ е достатъчно да се построи точка M_0 , за която $\angle AM_0B = \alpha$, а след това да се опише около $\triangle AM_0B$ окръжност. От построената окръжност се оставя само дъгата AM_0B . След това се построява дъгата AM_1B , симетрична на нея.



Фигура 51. Задача за ГМТ

Задача 3 за GMT от Е. Великова, М. Петкова (2013, с. 103–104). Докажете, че геометричното място на точките M , за които е изпълнено, че отношението $\frac{AM}{MB}$ е постоянно число, като точките A и B са фиксирани, е окръжност с център, който лежи върху правата AB (аполониева окръжност).

Решение: Нека точка M е една от точките от търсеното множество. В триъгълника AMB се построяват ъглополовящите на вътрешния и външния ъгъл при върха M : ME и MF (Фигура 52).



Фигура 52. Задача за GMT

Тогава $\sphericalangle EMF = 90^\circ$.

Точките E и F са постоянни за всички точки на търсеното множество, тъй като

$$\frac{AE}{EB} = \frac{AF}{BF} = \frac{AM}{MB}.$$

Следователно, точките от търсеното геометрично място принадлежат на окръжност с диаметър EF .

Доказателството е непълно, ако не се отбележи, че коя да е точка от окръжността с диаметър EF притежава исканите свойства.

Нека $\frac{AE}{EB} = \frac{AF}{BF} = \lambda$, ($\lambda > 1$). Взема се произволна точка M от окръжност с диаметър EF . Предполага се, че $\frac{AM}{MB} \neq \lambda$, като за определеност нека $\frac{AM}{MB} > \lambda$.

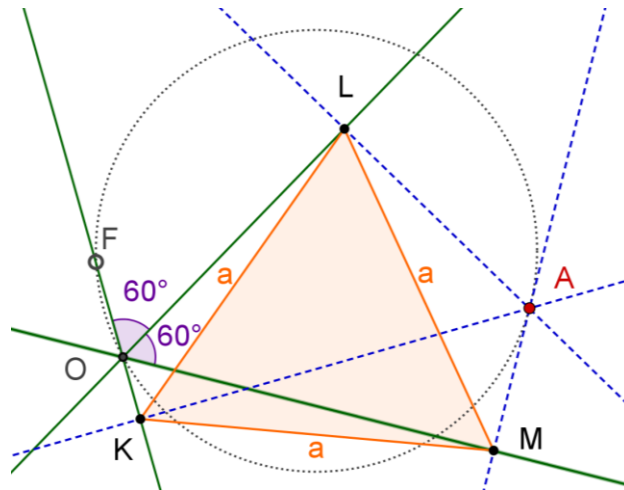
Тогава, ъглополовящата на $\sphericalangle AMB$ трябва да пресече отсечката EB , а ъглополовящата на външния ъгъл на $\sphericalangle AMB$, трябва да пресече отсечката BF , т.е. ъгълът между тези ъглополовящи трябва ще бъде остър. Но, това е противоречие с твърдението, че ъглополовящите на два съседни ъгъла сключват ъгъл, равен на 180° , което противоречи на допускането.

По подобен интересен начин са подготвени и упражненията към всяка от темите, включени в Е. Великова, М. Петкова (2013). Например, упражнение към тема 5. *Геометрични методи* цели:

- ◆ Да се овладеят Методът на помощната окръжност, Методът „Геометрично виждане“ и Методът на геометричното преобразуване за решаване на задачи.
- ◆ Да се приложат новите знания за използване на Методът „чертеж-скелет“, Методът на допълнителните построения, Методът на лицата.
- ◆ Да се затвърдят знанията за методите и възможностите за прилагането им в обучението по геометрия чрез решаване на задачи.

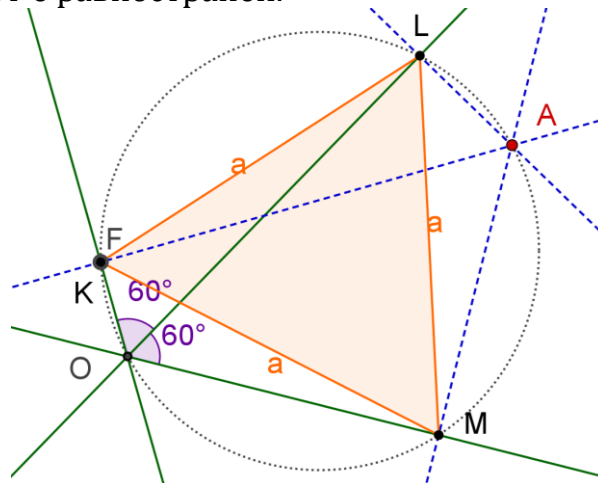
Задача за овладяване на Методът на помощната окръжност: През точка O са построени три прави, така че ъглите между всеки две прави са равни на 60° . Да се докаже, че петите на перпендикулярите, спуснати от произволна точка A към трите прави, са върхове на равностранен триъгълник.

Решение: Нека точките K, L, M са петите на перпендикулярите (Фигура 53).



Фигура 53. Задача за овладяване на Методът на помощната окръжност (основен изглед на GeoGebra приложения)

Само тогава, когато $K \equiv F$ (Фигура 54), точките O, A, K, L, M лежат на една окръжност с диаметър OA . Тогава $\sphericalangle KLM = \frac{\widehat{KOM}}{2} = 60^\circ$, $\sphericalangle KML = \sphericalangle KOL = 60^\circ$. Следователно, $\triangle KLM$ е равностранен.

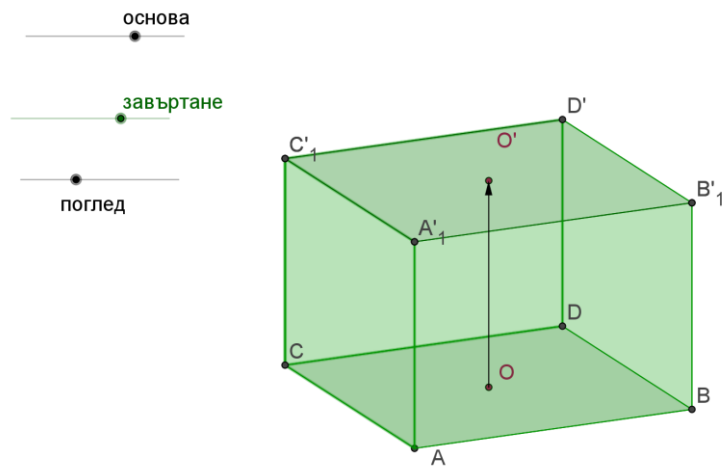


Фигура 54. Задача за овладяване на Методът на помощната окръжност (изследователска дейност в GeoGebra приложения)

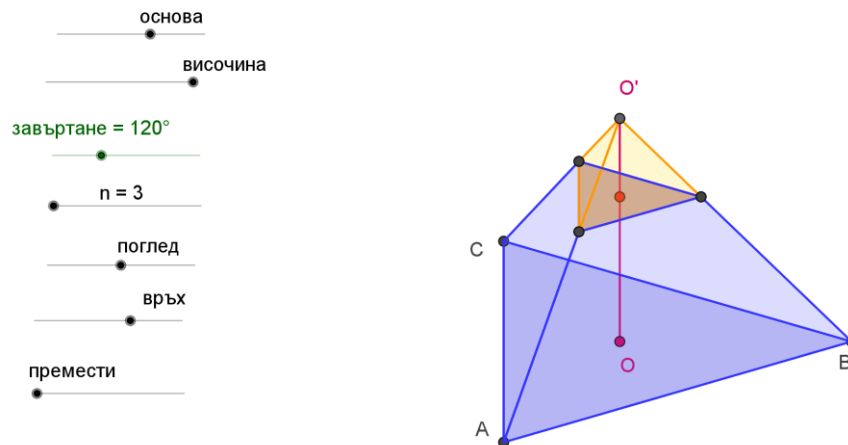
Методи за решаване на геометрични задачи от пространството

Обучението на студенти, бъдещи учители по математика и информатика, освен създаване и интегриране на GeoGebra приложения чрез използване методите за решаване на геометрични задачи от равнината, обхваща и изучаване на методи за решаване на геометрични задачи от пространството. Например, евристична стратегия за стереометрично „надграждане“ на планиметрични теореми чрез използване на векторно-алгебричен метод за решаване на геометрични задачи - от лица и обеми (З. Лалчев и др, 2005), от колинеарност и конкурентност (З. Лалчев, И. Вутова, 2009).

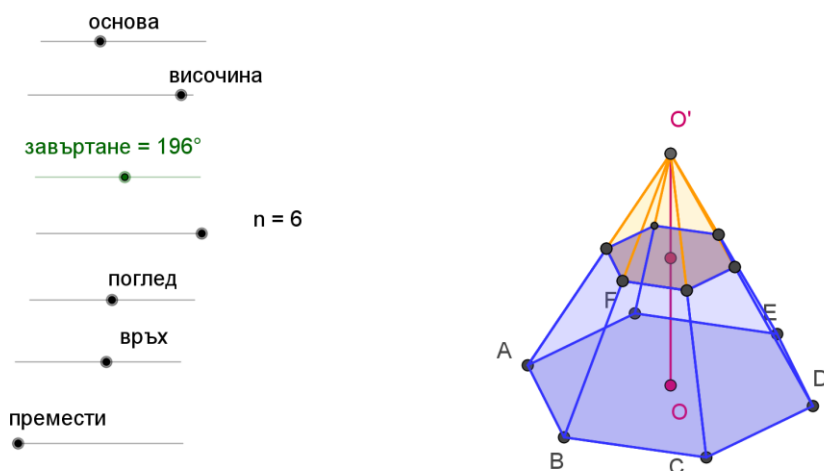
Следващите няколко примера на GeoGebra приложения показват начин за представяне на геометрични тела (правилна n -ъгълна пирамида, куб, две от платоновите тела) в тримерното пространство (Фигура 55 ÷ Фигура 60).



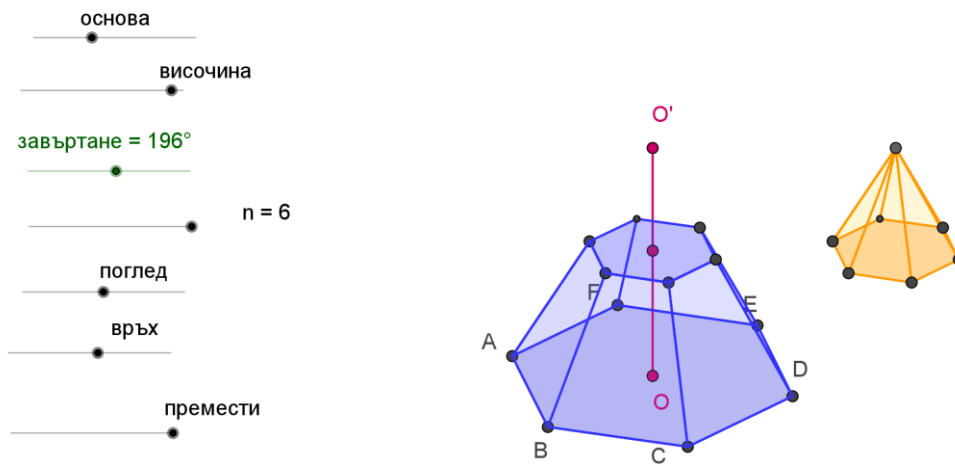
Фигура 55. Тримерно изобразяване на куб в двумерното пространство на GeoGebra



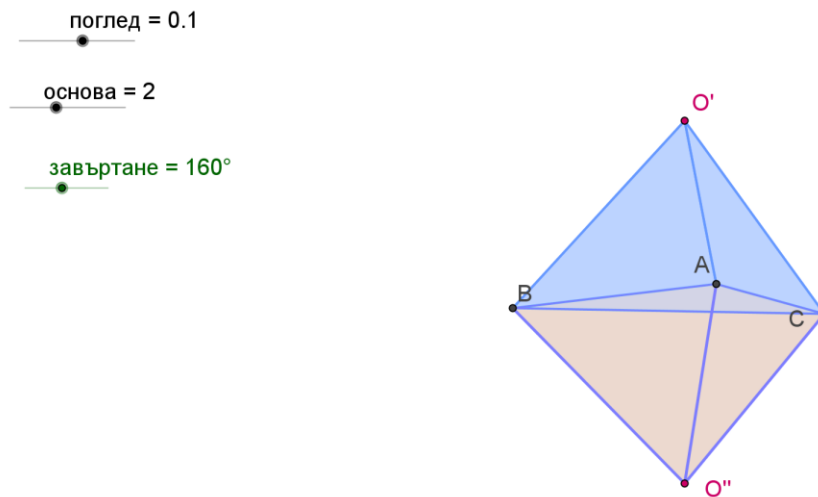
Фигура 56. Тримерно изобразяване на правилна n -ъгълна пирамида в двумерното пространство на GeoGebra (изглед 1)



Фигура 57. Тримерно изобразяване на правилна n -ъгълна пирамида в двумерното пространство на GeoGebra (изглед 2)

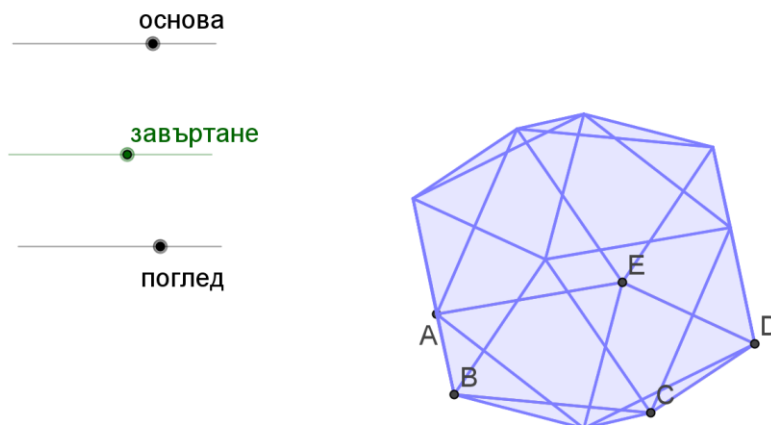


Фигура 58. Примерно изобразяване на правилна n -ъгълна пирамида в двумерното пространство на GeoGebra (изглед 3)



Фигура 59. Примерно изобразяване на октаедър в двумерното пространство на GeoGebra

Пентагон ABCDE



Фигура 60. Примерно изобразяване на икосаедър в двумерното GeoGebra пространство

Част от добрите резултати на студенти от специалност *Математика и информатика* от психолого-педагогическото изследване в настоящия дисертационен труд са събрани и публикувани в книгата (Е. Великова и др, 2013):

Изследователската дейност в лабораторията по математика, информатика и лингвистика (Research Activities in the Laboratory in Mathematics, Informatics and Linguistics), финансирана от Фонд Научни изследвания по проект 2013-РУ-04-СЪЗДАВАНЕ НА СТУДЕНТСКА УЧЕБНО-ИЗСЛЕДОВАТЕЛСКА ЛАБОРАТОРИЯ ПО МАТЕМАТИКА, ИНФОРМАТИКА И ЛИНГВИСТИКА към Факултет Природни науки и образование, Русенски университет „Ангел Кънчев“.

2.3. Методика на изследването

2.3.1. Етапи и организация на изследователския процес

Организацията на изследователския процес на дисертационното изследване включва три основни етапа:

- ◆ **подготвителен етап** (предварителна подготовка);
- ◆ **основен етап** на експерименталното изследване (етап на провеждане на експерименталното изследване);
- ◆ **заключителен етап** (етап на анализ на данните от експерименталното изследване).

Подготвителният етап (2011-2013 г.) съставлява обоснован избор на оптимална структура на изследователския процес, чрез който се осигуряват възможности за обективност и надеждност на експерименталното изследване (И. Иванов, 1998, с. 21). Той включва:

- ◆ *събиране и анализиране на информация* от педагогическа, математическа, технологична и специализирана литература за осъществяване на теоретичен анализ, свързан с понятията *технология, педагогическа технология, образователна технология; технологичен подход в образованието и в обучението по математика; интегриране на технологии в образованието*;
- ◆ *събиране и анализиране на информация* за определяне критериите за избор на софтуерни технологии и качествата на софтуерът GeoGebra;
- ◆ анализиране на психолого-педагогическите условия за формиране и развиване на компетентности у бъдещи учители по математика и информатика в условията на учебно-познавателна дейност;
- ◆ *обобщаване на информацията и дефиниране на операционализирано понятие*: професионално-педагогически GeoGebra компетентности у бъдещите учители по математика и информатика;
- ◆ *определяне вида на изследването* като теоретико-експериментално.
- ◆ *организиране и провеждане на пилотно изследване* (2011 г.) с цел проучване на отношението на учители по математика от гр. Русе към задълбочено изучаване на софтуерът GeoGebra и бъдещото му прилагане в преподаването и изучаването на математика;

- ◆ *апробиране на модел* за изучаване на GeoGebra и за овладяване на знания и умения за интегрирането му в обучението по математика (техническа GeoGebra подготовка);
- ◆ разработване на дидактически и математически инструментариум;
- ◆ създаване на диагностична технология на базата на Среден успех от 14 дисциплини;
- ◆ формиране на клъстерна извадка от генерална съвкупност студенти - образуване на контролни и експериментални групи;
- ◆ *организиране и провеждане на техническа GeoGebra подготовка* на контролните и експерименталните групи (2011 – 2013 г.) и формиране на интерес към софтуера.
- ◆ *създаване на педагогически технологии* за интегриране на GeoGebra приложения в обучението по геометрия.
- ◆ *разработване на система от критерии, параметри и индикатори* за оценяване степента на формиране и развиване на професионално-педагогически GeoGebra компетентности на бъдещите учители по геометрия чрез прилагане на педагогически технологии за интегриране на GeoGebra приложения.
- ◆ *уточняване на методиката и етапите на изследване* в съответствие с поставените цели, задачи и издигнатата хипотеза на експерименталното изследване.

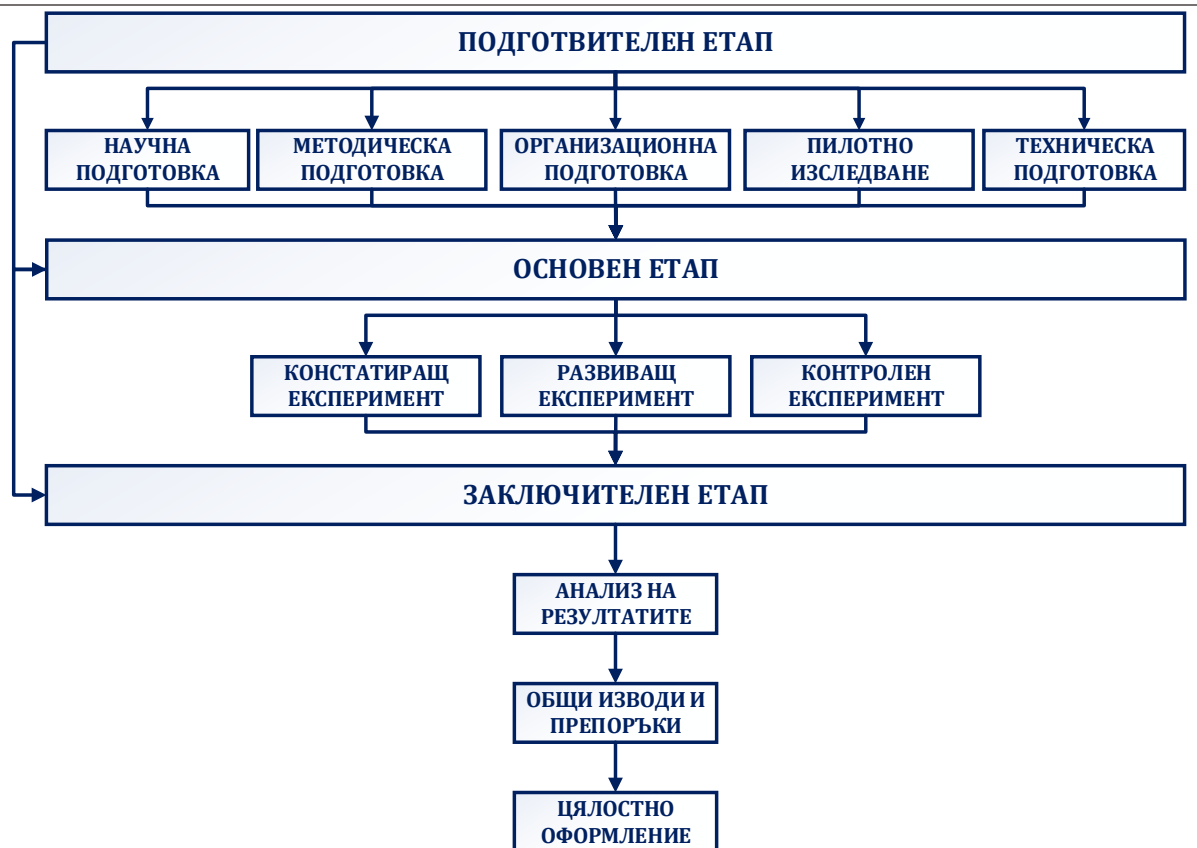
Основният етап на експерименталното изследване (2012 – 2015 г.) обхваща (Г. Бижков, В. Краевски, 2002):

- ◆ *констатиращ експеримент* за определяне началното състояние на изследваните променливи в съответствие с поставените критерии;
- ◆ *развиващ експеримент*, който включва мотивиране на студентите за самостоятелна дейност и обучение в създаване и интегриране на GeoGebra приложения в задачи и в математическа тема от училищния курс по геометрия с цел формиране и развиване на професионално-педагогически GeoGebra компетентности;
- ◆ *контролен експеримент* за определяне степента на формиране и развиване на професионално-педагогически GeoGebra компетентности в края на обучението.

Заключителният етап на дисертационното изследване (2015 - 2016 г.) включва:

- ◆ *количествен и качествен анализ* на експерименталните резултати;
- ◆ *графично представяне* на получените резултати;
- ◆ *обобщение на данните и формулиране на изводи*, представяне на препоръки за бъдеща работа по проблематиката;
- ◆ *цялостно оформяне* на дисертационния труд.

Цялостната структура на методиката на изследователския процес на дисертационното изследване е отразена на Фигура 61.



Фигура 61. Структура на методиката на изследването

2.3.2. Пилотно изследване

Основната цел на пилотното изследване е проучване на необходимостта и възможностите за интегриране на софтуера GeoGebra в учебно-познавателната дейност по математика.

Актуалните задачи за постигане на целта са следните:

- ◆ Да се апробира модел за изучаване на GeoGebra от учители по математика от гр. Русе с цел:
 - използването му за техническа подготовка на участниците в психолого-педагогическия експеримент на дисертационното изследване;
 - създаване на *авторски педагогически технологии за интегриране на GeoGebra приложения* в обучението по геометрия.
- ◆ Да се проучи отношението на учителите към необходимостта от интегриране и изучаване на GeoGebra в обучението по математика.
- ◆ Да се оценят качествата на софтуерът GeoGebra и възможностите му за бъдещото интегриране в преподаването и изучаването на математиката.

В изследването участваха 16 респонденти - учители по математика, които обучават ученици от пети до дванадесети клас на средно общообразователни училища и професионални гимназии в гр. Русе. Учителите бяха мотивирани за участие в обучение по няколко причини:

- ◆ възможностите, които осигурява *Русенския Институт ГеоГebra* (РИГ) и други GeoGebra институти в мрежата GeoGebra, като: свободно разпространяване на софтуерния продукт, организиране

на научни и приложни конференции, участия в обучения и семинари, разработване и разпространяване на учебни материали по алгебра, геометрия и други, постигнати качествени резултати в обучението;

- ◆ проведено обучението по GeoGebra от екип на проекта *Fibonacci „Disseminating Inquiry-Based Science and Mathematics Education in Europe“*, през 2010 г, чиито основни цели бяха:
 - приложение на изследователския подход в обучението по математика и природни науки;
 - създаването и развитието на центрове за квалификация и преквалификация на учители;
 - разработване на учебни материали.

Пилотното изследване включваше разработване на:

- ◆ учебни единици за изучаване на основните технически характеристики на GeoGebra;
- ◆ математически задачи за:
 - представяне възможностите на GeoGebra за овладяване на знания и формиране на умения;
 - визуализация и симулация в обучението по конкретни математически теми;
- ◆ анкетна карта за пилотното проучване с открити, полузакрити и закрити въпроси, последните от които са оформени с рейтингови скали за отговор ([Приложение 3](#)).

Проведена беше и дискусия, която показва, че за повишаване качеството на обучението и изучаването на математиката са необходими задълбочено изучаване на компютърен софтуер, като GeoGebra, и формиране на умения за създаване и интегриране на приложения от страна на обучаващите в учебно-познавателната дейност по математика.

Пилотното изследване показва, че:

- ◆ всички участници се включиха активно в изучаването на софтуера GeoGebra;
- ◆ 100% от участници определиха знанията и уменията в интегрирането на GeoGebra като много полезно за тяхната преподавателска дейност по математика (*“Доколко полезно Ви беше обучението?”, “Изпълни ли квалификационното обучение Вашите очаквания?”, „Ако не, какво според Вас е липсвало?“*);
- ◆ 94% от участниците декларираха, че са подготвени за разработване на GeoGebra приложения за обучението по математика (*„В каква степен се чувствате подготвен/а след обучението?“*);
- ◆ 81% от учителите споделиха мнението, че след проведеното обучение ще използват овладените знания и развитите умения (*„Каква е вероятността след проведеното обучение, да използвате придобитите знания и умения?“*);
- ◆ 74 % от участниците пожелаха да овладеят нови знания и да развиват умения до степен на разработване на сложни учебни GeoGebra приложения и тяхното интегриране в учебно-

познавателната дейност по математика („Смятате ли, че Ви е необходимо допълнително обучение?“).

Основните изводи от проведеното пилотно изследване са:

- ◆ необходимо е задълбочено изучаване на софтуера GeoGebra и формиране на умения у обучаващите за създаване и интегриране на GeoGebra приложения в учебно-познавателната дейност по математика;
- ◆ разработените учебни материали с GeoGebra може да бъдат използвани като база за професионално-методическата подготовка на студентите, бъдещи учители по математика и информатика;
- ◆ софтуерът GeoGebra може да бъде използван за повишаване квалификацията на настоящите учители по математика;
- ◆ разработеният модел за изучаване на GeoGebra може да бъде използван като фундамент за:
 - осъществяване на техническата техническа GeoGebra подготовка на студентите, включени в експерименталното изследване;
 - създаване на авторски педагогически технологии за интегриране на GeoGebra приложения в обучението по геометрия.

Пилотното изследване се явява естествено продължение на втория етап от адаптирания модел SECTIONS – *Оценяване*, свързан с оценяване на технологията GeoGebra.

Теоретичните анализи, организацията на пилотното изследване и емпиричните резултати са публикувани в Petkova, M. (2011). Teaching and Learning Mathematics Based on GeoGebra Usage. Proceedings of The Union of Scientists - Ruse, Book 5 - Mathematics, Informatics and Physics, Vol. 8, pp. 145 - 152, ISSN 1311-9974, №3 от Списък с публикации.

2.3.3. Формиране на извадка и групи за изследване.

Диагностична технология

Педагогическите изследвания се провеждат върху определена съвкупност от единици (масови обекти), което води до статистически процедури, чрез които се получава информация за особеностите на всички обекти на база данните за някои отделни реални обекти (*генералната съвкупност* и *извадката*) (И. Иванов, 2006, с. 79). При тях често се използва *клъстерната (гнездовата)* извадка, чиято единица на подбор е статистическа серия (естествено групирани единици; рандомизация), например училище, клас, група и други. Правилата за формирането ѝ са: гнездата да са еднотипни, съставът им да е нееднороден, изборът на елементите да отразява особеностите на генералната съвкупност (*представителност* на извадката), *оптималният обем* на извадката при генерална съвкупност между 50 и 100 единици да включва повече от 50% от генералната съвкупност (И. Иванов, 2006, с. 79) (И. Иванов, 2006, с. 81). Изравняването на групите на извадката може да се постига по няколко начина (И. Иванов, 2006, с. 82):

- ◆ изравняване по честотните разпределения в групите като цяло;
- ◆ сравнение по двойки елементи (хора) по значими променливи, регистрирани до провеждането на експеримента;

- ♦ *рандомизация* - случайно разпределение на обектите по групи.

Генералната съвкупност на дисертационното изследване ($N = 52$) включваше студенти, бъдещи учители по математика и информатика, от специалност *Математика и информатика*, редовна форма на обучение, Факултет *Природни науки и образование*, Русенски университет „А. Кънчев“, обучавани в периода септември 2011 г. - септември 2016 г. по дисциплината *Училищен курс по геометрия*. Обемът на извадката беше 33 елемента ($n = 33$) преди изравняване на групите чрез *диагностичната технология*. Обемът на клъстерната извадка включваше 61, 5 %, изчислен по *Метода на основния масив*.

Първа и втора експериментални групи (ЕГ1 и ЕГ2) включваха обучавани от септември 2012 г. до септември 2013 г.

Първа контролна група (КГ1) включваше обучавани от септември, 2014 г. до септември, 2015 г.

Втора контролна група (КГ2) включваше обучавани от септември, 2013 г. до септември, 2014 г.

За изравняването на експерименталните групи от извадката на изследването беше използван *Методът на контрол над честотното разпределение*. *Стойностите на средния успех* на обучаваните, изчислен на база селектираните в диагностичната технология 14 дисциплини, бяха подредени в рангов ред, започвайки от максималния резултат. Всеки обучаван, заемащ четна позиция в ранговата листа, беше разпределен като член на ЕГ1, а всеки обучаван, заемащ нечетна позиция – на ЕГ2. По този начин групите бяха с много близко разпределение на тези характеристики. Така планът на психолого-педагогическия експеримент беше трансформиран в експериментален *План на Соломон за четири групи* (Таблица 8). Входяща проверка (пре-тест) беше използвана в двете групи ЕГ1 и КГ1. Заключителен пост-тест беше приложен за всички групи. Експерименталното събитие беше въведено в двете експериментални групи, а традиционните взаимодействия – в контролните групи. *Планът на Соломон* дава възможност за доказване на експерименталните факти, за анализ на експерименталното развитие, за регистриране на ефекта от предварителното тестиране (D.M. Dimitrov, P.D. Rumrill Jr, 2003; D.S. Whitman и др, 2008; P. Wambugu, J. Changeiywo, 2008; R.R. Wilke, 2003).

Таблица 8. План на Соломон за четири групи

ГРУПА	КОНСТАТИРАЩ ЕКСПЕРИМЕНТ	РАЗВИВАЩ ЕКСПЕРИМЕНТ	КОНТРОЛЕН ЕКСПЕРИМЕНТ
ЕГ1	Входяща проверка (пре-тест)	Експериментални взаимодействия	Заключителна проверка (пост-тест)
КГ1		Традиционни взаимодействия	
ЕГ2	Експериментални взаимодействия		
КГ2	Традиционни взаимодействия		

Определянето на състава на контролните и експерименталните групи беше осъществен чрез *диагностична технология*, в която се използва критерия *Среден успех*, пресметнат като средноаритметична стойност от оценките на 14 дисциплини:

I. Математически дисциплини:

1. Геометрия 1;
2. Геометрия 2;
3. Линейна алгебра;
4. Алгебра;
5. Математически анализ 1;
6. Математически анализ 2;
7. Дискретна математика;
8. Вероятности и статистика;
9. Математически софтуер.

II. Педагогически дисциплини:

1. Педагогическа психология.

III. Методически дисциплини:

1. Училищен курс по алгебра.

IV. Информатични дисциплини:

1. Операционни системи;
2. Работа и визуално програмиране в офис среда;
3. Увод в програмирането.

Прилага се критерий *Равен брой на елементите в групите* (Таблица 9). Следователно, обемът на извадката след изравняване на групите чрез диагностична технология окончателно се характеризира с 32 елемента ($n = 32$). За педагогическите изследвания извадка с обем повече от 30 елемента се счита за средна.

Таблица 9. Ранжиране на студентите по среден успех преди и след прилагане на диагностичната технология

РАНЖИРАНЕ ПО СРЕДНОАРИТМЕТИЧНИ СТОЙНОСТИ	БР. СТУДЕНТИ В			
	ЕГ1	КГ1	ЕГ2	КГ2
Отличен (5,50 - 6,00)	1	1	0	0
Много добър (4,50 - 5,49)	3	3	3	5
Добър (3,50 - 4,49)	4	4	4	3
Среден (2,50 - 3,49)	0	0	1	1
Слаб (2,00 - 2,49)	0	0	0	0
Общ брой на елементите в групата:	8	8	8	8

Диагностичните резултати на контролните и експерименталните групи са представени в [Приложение 4](#). Списъкът на студентите, включени в статистическите процедури, е представен в [Приложение 5](#).

2.3.4. Техническа GeoGebra подготовка

Техническата GeoGebra подготовка на студентите беше осъществена в рамките на 7 практически упражнения, по 2 часа седмично, в условия за ползване на компютърни конфигурации от всеки обучаван и достъп до Интернет, по дисциплината *Математически софтуер*, която е включена като задължителна в третия семестър на учебния план на специалност *Математика и информатика*. Тя е избрана за провеждане на техническа GeoGebra подготовка, тъй като:

- ◆ предхожда дисциплината Училищен курс по геометрия, в която беше планирано психолого-педагогическия експеримент;
- ◆ подпомага овладяването на знания и умения за прилагане на математически софтуер в преподаването и изучаването на други дисциплини, сред които е дисциплината Училищен курс по геометрия.

Целта на техническата GeoGebra подготовка е да се овладеят знания и умения за работа с GeoGebra и построяване на GeoGebra чертежи към математически задачи до ниво, определено в съдържанието на обучението.

Съдържанието на техническата GeoGebra подготовка обхваща следните теми:

- ◆ Въведение в GeoGebra. Инсталиране. Интерфейс. Основни понятия. Алгебрични команди. Основни функции в GeoGebra. „Drag“ тест - 1 учебен час.
- ◆ Построяване на геометрични фигури. Работа с ъгли. Плъзгач (slider) - 2 учебни часа.
- ◆ Графики на функции. Работа с параметър. Статичен и динамичен текст – 1 учебен час.
- ◆ Приложения на GeoGebra в тригонометрията. Допълнителни настройки – 2 учебни часа.
- ◆ Матрици. Детерминанти. Изследване на функция. Интеграл – 1 учебен час.

В края на курса студентите трябва да са в състояние да построяват GeoGebra конструкции от начална степен на сложност или да изследват математически обекти от средна степен на сложност.

2.3.5. Изследователски инструментариум

На базата на теоретичния анализ са разработени *три основни критерия* за оценяване:

- ◆ Критерий 1. *Степента на формиране на компетентности за интегриране на GeoGebra приложения в задачи по геометрия (Таблица 10);*
- ◆ Критерий 2. *Степента на формиране на компетентности за интегриране на GeoGebra приложения в самостоятелно разработена тема по геометрия (Таблица 11);*
- ◆ Критерий 3. *Степента на развиване на компетентности за представяне на самостоятелно разработена тема по геометрия (Таблица 12).*

Таблица 10. Степен на формиране на компетентности за интегриране на GeoGebra приложения в задачи по геометрия

КРИТЕРИЙ 1		
СТЕПЕН НА ФОРМИРАНЕ НА КОМПЕТЕНТНОСТИ ЗА ИНТЕГРИРАНЕ НА GEOGEBRA ПРИЛОЖЕНИЯ В ЗАДАЧИ ПО ГЕОМЕТРИЯ		
ПАРАМЕТРИ	ИНДИКАТОРИ	КОД
<i>Способност за прилагане на математически знания</i>	Използва коректно фактологични и теоретични математически знания.	1
	Определя коректно основните математически елементи и връзките между тях в задачата.	2
	Решава вярно задачата.	3
	Формулира важни обобщения и изводи.	4
<i>Способност за прилагане на математически умения</i>	Идентифицира подходящи стратегии за решаване на математически задачи.	5
	Използва подходящи методи за решаване на математически задачи.	6
	Създава логически вярно решение на задачата.	7
<i>Способност за прилагане на GeoGebra знания</i>	Познава възможностите на интерфейса.	8
	Определя правилно GeoGebra елементите и връзките между тях, които са необходими за създаване на GeoGebra приложение на дадена математическа задача.	9
	Подбира подходящи GeoGebra елементи, функции и методи за създаване на GeoGebra приложение на дадената задача.	10
	Изгражда връзки от GeoGebra елементи и комбинации от GeoGebra функции.	11
<i>Способност за прилагане на GeoGebra умения</i>	Използва коректно елементите на интерфейса на GeoGebra.	12
	Коректно използва GeoGebra функции.	13
	Изгражда коректно отделни части на GeoGebra приложението, които съответстват на части от решението на математическата задача и на поставената учебна цел.	14
	Преобразува подходящо интерфейса.	15
	Разработва GeoGebra приложения, които подпомагат учебно-познавателната.	16
	Разработва GeoGebra приложения, които съответстват на решенията на конкретни математически задачи и използваната математическа символика.	17

	Разработва атрактивни GeoGebra приложения.	18
Способност за създаване на творческа GeoGebra среда	Разработва GeoGebra приложения, които осигуряват възможности за творчество.	19
Мотивация за създаване на GeoGebra приложения	Влага много знания, умения и опит при създаване на приложения.	20
	Прецизно оформя приложенията.	21

Таблица 11. Степен на формиране на компетентности за интегриране на GeoGebra приложения в самостоятелно разработена тема по геометрия

КРИТЕРИЙ 2		
СТЕПЕН НА ФОРМИРАНЕ НА КОМПЕТЕНТНОСТИ ЗА ИНТЕГРИРАНЕ НА GEOGEBRA ПРИЛОЖЕНИЯ В САМОСТОЯТЕЛНО РАЗРАБОТЕНА ТЕМА ПО ГЕОМЕТРИЯ		
ПАРАМЕТРИ	ИНДИКАТОРИ	КОД
Способност за прилагане на математически умения	Подбира правилно теоретичните и фактологични знания по темата.	22
	Свързва теоретичните знания с подходящи задачи.	23
	Прилага подходящи методи за решаване на избраните задачи.	24
	Оценява правилно степента на трудност на всяка задача.	25
	Създава подходяща система от задачи по темата.	26
	Коректно използва математическа символика.	27
	Структурира избраната тема в логическа последователност.	28
	Съдържанието на темата кореспондира със заданието ѝ.	29
	Разработената тема постига поставените учебни цели.	30
Способност за прилагане на GeoGebra знания	Оценява правилно подходящите формати за експортиране на GeoGebra приложения.	31
	Създава подходящ алгоритъм за връзка на GeoGebra приложенията с елементи от темата.	32
Способност за прилагане на GeoGebra умения	Създава система от подходящи GeoGebra приложения, фактологични и теоретични знания, математически задачи, решения, указания, отговори и други.	33
Способност за използване на	Събира, класифицира, оценява и интерпретира данни.	34

информационни и мултимедийни технологии	Открива подходящи източници на информация.	35
	Цитира коректно информационни източници.	36
	Използва подходящи информационни и мултимедийни технологии за разработване на тема по геометрия.	37
	Прилага коректно изискванията за работа с текстообработващи програми.	38
	Оформя качествено разработения текстови материал.	39
Мотивация за разработване на тема	Влага много знания, умения и опит в подготовката и разработването на темата.	40

Таблица 12. Степен на развиване на компетентности за представяне на самостоятелно разработена тема по геометрия

КРИТЕРИЙ 3		
СТЕПЕН НА РАЗВИВАНЕ НА КОМПЕТЕНТНОСТИ ЗА ПРЕДСТАВЯНЕ НА САМОСТОЯТЕЛНО РАЗРАБОТЕНА ТЕМА ПО ГЕОМЕТРИЯ		
ПАРАМЕТРИ	ИНДИКАТОРИ	КОД
Способност за прилагане на математически знания	Идентифицира целта и задачите на презентацията.	41
	Използва подходящи математически термини, теореми и задачи.	42
	Спазва логическа последователност на ключови теоретични знания и задачи.	43
Способност за прилагане на GeoGebra знания	Използва подходящи GeoGebra термини.	44
Способност за използване на информационни и мултимедийни технологии	Правилно прилага изискванията за разработване на презентация.	45
	Повишава качеството на презентационния материал чрез използване на допълни дидактически материали или интерактивни средства.	46
Способност за прилагане на умения за презентиране	Идентифицира правилно характеристиките и потребностите на аудиторията.	47
	Поддържа интереса и владее аудиторията по време на изложението.	48
	Говори с подходящ глас.	49
Мотивация за представяне на тема	Влага много знания, умения и опит при представянето на темата.	50

Критериите на експеримента са декомпозирани в системи от характеризиращи ги параметри и индикатори, подлежащи на измерване чрез **пет** степенна оценъчна скала.

Например, за индикатор 1, 2, 3 се прилага следната скала:

0 – тази характеристика не се проявява *никога*;

1 – тази характеристика се проявява *рядко*;

2 – тази характеристика се проявява *често*;

3 – тази характеристика се проявява *много често*;

4 – тази характеристика се проявява *почти винаги*.

А за индикаторите 28, 29, 30 оценяването е по скалата:

0 – *много ниска степен*;

1 – *ниска степен*;

2 – *средна степен*;

3 – *висока степен*;

4 – *изключително висока степен*.

Разработеният изследователски инструментариум, критерии, индикатори и скали, е подложен на анализ за надеждност (Глава ТРЕТА).

Протоколите с оценките на участниците в психолого-педагогическото изследване са представени в приложения, както следва:

- ◆ *ЕГ1 на етап констатиращ експеримент - [Приложение 6](#).*
- ◆ *ЕГ1 на етап контролен експеримент - [Приложение 7](#);*
- ◆ *КГ1 на етап констатиращ експеримент - [Приложение 8](#);*
- ◆ *КГ1 на етап контролен експеримент - [Приложение 9](#);*
- ◆ *ЕГ2 на етап контролен експеримент - [Приложение 10](#);*
- ◆ *КГ2 на етап контролен експеримент - [Приложение 11](#).*

2.3.6. Методика на експеримента

Методиката на експеримента включва три основни взаимосвързани етапи, които отговарят на поставените цели, задачи и издигнатата хипотеза на дисертационния труд (Таблица 13).

Таблица 13. Етапи на експеримента

№ НА ЕТАПА	СЪДЪРЖАНИЕ НА ЕТАПА
I	Констатиращ експеримент
II	Развиващ експеримент
III	Контролен експеримент

Етап I. Констатиращият експеримент се осъществява преди прилагане на психолого-педагогическите взаимодействия на концептуалния модел на изследването, с цел определяне началното състояние на изследваните променливи в съответствие с определените критерии:

- ◆ Степен на формиране на компетентности за създаване на GeoGebra приложения (Таблица 10);
- ◆ Степен на формиране на компетентности за интегриране на GeoGebra приложения в тема по геометрия (Таблица 11);

- ◆ Степен на развиване на компетентности за представяне на тема по геометрия (Таблица 12).

Този етап включва диагностициране на началното състояние на изследваните променливи чрез входяща проверка. Входящата проверка се осъществява чрез пре-тест, който се прилага само в групите, определени по Плана на Соломон (Таблица 8), т.е. ЕК 1 и КГ1.

Етап II. Развиващият експеримент е наречен така, защото през този етап се осъществява формиране и развиване на професионално-педагогически GeoGebra компетентности и се формира мотивацията за самостоятелна дейност. Проследяват се същите критерии (Таблица 10 ÷ Таблица 12).

Развиващият експеримент включва подготовка на обучаваните студенти за създаване и интегриране на GeoGebra приложения в задачи от училищния курс по геометрия.

При експерименталните групи (ЕГ1 и ЕГ2) *развиващият експеримент* се осъществява чрез инициране на експериментално събитие, което включва прилагане на концептуалния модел на изследването.

При контролните групи (КГ1 и КГ2) *развиващият експеримент* не включва експериментално събитие. Следователно, обучението се осъществява чрез традиционни взаимодействия.

Провеждането на практическите занятия и при контролните, и при експерименталните групи следва утвърдената учебна програма по дисциплината *Училище курс по геометрия*.

Етап III. Контролният експеримент се провежда след окончателното приключване на обучението на всички групи студенти ЕК1, КГ1, ЕГ2, КГ2 по Плана на Соломон (Таблица 8). Той включваше определяне крайното състояние на изследваните променливи чрез пост-тест, свързан с установените критерии (Таблица 10 ÷ Таблица 12).

Извършваните от студентите дейности, предвидени в концептуалния модел на експерименталното изследване, които подлежах на статистически процедури след диагностициране по критерии, са:

- ◆ *Констатиращ експеримент* – интегриране на представяне GeoGebra приложения в задачи по геометрия и тяхното интегриране, оформяне и представяне в самостоятелно разработена тема по геометрия пред аудитория;
- ◆ *Контролен експеримент* - интегриране на представяне GeoGebra приложения в задачи по геометрия и тяхното интегриране, оформяне и представяне в самостоятелно разработена тема по геометрия пред аудитория.

Графикът за провеждане на етапите на експеримента включваше:

- ◆ *Констатиращ експеримент* – в началото на семестъра, месец септември, времетраене: 2 учебни часа седмично, 3 седмици преди началото на обучението;
- ◆ *Развиващ експеримент* – по време на семестъра, през месеците октомври – ноември; времетраене: 2 учебни часа седмично, 9 седмици;

- ◆ *Контролен експеримент* - в края на семестъра, месец декември; времетраене: 2 учебни часа седмично; 3 седмици след завършване на обучението.

Методиката на експеримента съответства на теоретичния анализ, изведените изводи, поставените цели, задачи и издигнатата хипотеза на настоящия дисертационен труд.

2.3.7. Методи на изследване

Основният изследователски метод е психолого-педагогически експеримент, който включва прилагането на няколко авторски *педагогически технологии*.

Други методи на научното изследването са:

- ◆ *методи за теоретичен анализ и синтез на специализирана научна литература и електронни източници* за очертаване на теоретичните ориентири, концепцията и изследователските полета на дисертационното изследване;
- ◆ *наблюдение* – помощен метод при провеждане на дидактическия обучаващ експеримент за фиксиране на данните в диагностичните протоколи, подготвени върху основата на създадената система от критерии, параметри, индикатори и оценъчни скали;
- ◆ *самостоятелна работа* – метод за събиране на емпиричен материал при индивидуална работа;
- ◆ *пилотно изследване*;
- ◆ *анкета* – проучване на необходимостта и възможностите за интегриране на софтуера GeoGebra в учебно-познавателната дейност по математика;
- ◆ *анализ на качества на продуктите от дейността на обучаваните*;
- ◆ *математико-статистически методи* за изследване качествата на изследователския инструментариум и анализ на резултатите от психолого-педагогическия експеримент – анализ за надеждност на изследователския инструментариум, дисперсионен анализ за повтарящи се измервания, дисперсионен анализ (2x2 ANOVA), тест на Стюдънт за независими извадки, тест на Ман-Уитни, тест на Стюдънт за зависими извадки.
- ◆ *методи за графична интерпретация* на получените резултати – таблици, фигури, диаграми.

Изводи от ГЛАВА ВТОРА

На представената методология и методика на изследването Глава ВТОРА, могат да се изведат следните основни изводи:

1. *Концептуалният модел на изследването е цялостна психолого-педагогическа система от взаимодействия за формиране и развиване на компетентности за интегриране и представяне на GeoGebra приложения в самостоятелно разработени теми по геометрия у бъдещите учители по математика и информатика. Той обхваща учебно-познавателна дейност със студентите за:*
 - ◆ *интегриране на GeoGebra приложения в задачи за решаване на поставени методически проблеми;*
 - ◆ *интегриране на GeoGebra приложения в самостоятелно разработени теми като учебно-методически средства за училищния курс по геометрия;*
 - ◆ *представяне на самостоятелно разработените теми.*
2. *Концептуалният модел на дисертационното изследване включва три авторски педагогически технологии, всяка от които е представена като система от образователни процеси за постигане на конкретен образователен резултат, която се характеризира с методологичен, прогнозиращ, информационно-технологичен, комуникативен и диагностичен компоненти.*
3. *Методиката и организацията на изследването отговарят на поставените цели, задачи и издигнатата хипотеза на дисертационния труд.*

ГЛАВА ТРЕТА

АНАЛИЗ НА ЕКСПЕРИМЕНТАЛНИ РЕЗУЛТАТИ ОТ ИЗСЛЕДВАНЕТО

3.1. Статистическа методология

Експерименталните резултати са анализирани по методологията на (Д. Цветков, 2015a, 2015b; Р. Василева-Иванова, 2015; Р. Василева-Иванова и др, 2015; S. Velikova, D. Tsvetkov, 2015). Надеждността на скалите е изследвана чрез средствата на *класическата теория на тестовете* и на *модерната теория (IRT - Item Response Theory)* (Г. Клаус, Х. Ебнер, 1971; К. Калинов, 2011) (Г.Х. Бижков, Ф.Х. Стоянова, 1996; Д. Цветков, 2015a; Е. Стоименова, 2000). Според *класическата теория на тестовете* надеждността може да бъде изразена в понятията на:

- ◆ *вътрешна съгласуваност на скалата (теста)*, което се установява посредством различни коефициенти за надеждност, най-важният от които е коефициентът *алфа на Кронбах*, чиито стойности варират между 0 и 1, като стойности над 0.8 показват много висока степен на надеждност;
- ◆ *дискриминантна сила на тестовите единици*, което се установява посредством корелацията между общия бал и балът на единицата, показвайки доколко въпросната тестова единица се различава между силните и слабите резултати; при нейната стойност трябва да бъде положителна и съществено различна от нула;
- ◆ *трудност на тестовите единици*, което се установява посредством средната стойност, като много лесните и много трудните единици се приемат за лошо съгласувани при диференциални тестове.

IRT технологията използва софистицирани методи за оценка на способностите (Д. Цветков, 2015b). При тестове с градиран отговор обикновено се прилага *Обобщения модел на частичния кредит (GPCM - Generalized Partial Credit Model)*. Адекватността на GPCM модела към наличните експериментални данни се разглежда като специфичен атрибут за надеждност, а оценените тита-IRT стойности на способностите могат да се използват вместо суровите балове. Допълнително се използва и факторен анализ за потвърждаване размерността на латентното експериментално пространство. Добре структурираният тест има едномерно латентно пространство, като тази единствена дименсия се асоциира с измервания

конструкт. Факторните тегла са индикатори за дискриминантна сила на тестовата единица. Факторните резултати също могат да се използват вместо суровите балове.

Психолого-педагогическият експеримент използва две експериментални групи ЕГ1 и ЕГ2 и две контролни групи КГ1 и КГ2 по 8 обучаеми, като по този начин се формира *План на Соломон за четири групи* (D.M. Dimitrov, P.D. Rumrill Jr, 2003; D.S. Whitman и др, 2008; P. Wambugu, J. Changeiywo, 2008; R.R. Wilke, 2003). *Планът на Соломон* може да се разглежда цялостно или да се интерпретира като съставен от два универсални плана (J.W. Creswell, 2002, с. 310):

- ◆ Основен експериментален план с две групи;
- ◆ План с контролна група и тестиране само след въздействието.

Структурата на използваните статистически изследвания при *Плана на Соломон* се ръководи от резултатите, получени при обикновения *дисперсионен анализ 2x2 ANOVA*, при който се проверяват три нулеви хипотези. Две от тях се отнасят за главните ефекти на факторите "група" експериментална група, ЕГ1 и ЕГ2, или контролна група, КГ1 и КГ2, и "пре-тест" - изпълнено или не входящо измерване. Наличието на значим главен ефект на фактора "група" е доказателство за положителния ефект на психолого-педагогическите взаимодействия в експерименталните групи. Отсъствието на значим главен ефект на фактора "група" при *Плана на Соломон* е предпоставка за извършване на допълнителни статистически изследвания при двата плана, които съставят *Плана на Соломон: Основен експериментален план с две групи* и *План с контролна група и тестиране само след въздействието* M. Braver, S. Braver (1988, с. 152). Поради това, че Констатиращият и Контролният експеримент включват интегриране на GeoGebra приложения в задачи по геометрия и в самостоятелно разработена тема по геометрия, то тази дейност (пре-тестът) може да окаже влияние върху формирането и развиването на изследваните компетентности. По тази причина се изследва фактора „пре-тест“, за да се констатира доколко тези въздействия са статистически значими или не. Отсъствието на статистическа значимост при този фактор би показало отсъствие на неговото влияние върху изследваните компетентности в групата с пре-тест.

В дисертационния труд независимо от резултатите при *Плана на Соломон* е анализиран и *Основния експериментален план с две групи*. За него се използва *дисперсионен анализ за повтарящи се измервания (Repeated Measures ANOVA)*, който дава възможност да се потвърди централната работна хипотеза – че дидактическият експеримент над експерименталната група е довел до по-високи постижения. В този случай се проверяват три нулеви хипотези, най-важната от които е хипотезата за несистематично случайно взаимодействие между факторите "група" – принадлежност към експерименталната (ЕГ1) или контролната (КГ1) група и "измерване" – етап на експеримента: *Констатиращ експеримент* или *Контролен експеримент*. Отхвърлянето на тази хипотеза за нулево взаимодействие служи като пряко доказателство за наличието на резултат от дидактическият експеримент.

Допълнителни статистически анализи при *Плана с контролна група и тестиране само след въздействието* не са включени в дисертационния труд, което се дължи на получените положителни за дисертационното изследване

резултати при Плана на Соломон с четири групи и Основния експериментален план с две групи.

Резултатите от тези дисперсионни анализи се подчертават посредством *тест на Стюдънт за независими извадки/зависими извадки, тест на Фишър и тест на Ман-Уитни. Тестът на Стюдънт* използва като инструмент за сравнение *средните*, докато тестът на Ман-Уитни използва *медианите*.

Всички нулеви хипотези се проверяват чрез *p-value*. Основната интерпретация на *p-value* е вероятност за грешка от първи род – когато нулевата хипотеза се отхвърля при условие, че тя е валидна. Следователно, достатъчно малките стойности на *p-value* препоръчват отхвърляне на нулевата хипотеза. Обикновено, праговата стойност е 0.05 (5%):

- ◆ при $p < 0.05$ – хипотезата за нулев ефект се отхвърля, т.е. различието между емпиричните средни се приема за значимо;
- ◆ при $p > 0.05$ – хипотезата за нулев ефект не се отхвърля, т.е. различието между емпиричните средни се приема за незначимо.

Колкото по-малка е стойността на величината p , толкова по-висока е значимостта на съответния ефект.

Стойности, означени с $p = 0.000$ или $p < 0.001$, показват много висока значимост.

3.2. Анализ за надеждност на изследователския инструментариум

Методиката на експеримента включва три основни взаимосвързани етапа, но само за два от тях, *констатиращ експеримент* и *контролен експеримент*, са определени скали за:

- ◆ Критерий 1. *Степента на формиране на компетентности за интегриране на GeoGebra приложения в задачи по геометрия* (Таблица 10);
- ◆ Критерий 2. *Степента на формиране на компетентности за интегриране на GeoGebra приложения в самостоятелно разработена тема по геометрия* (Таблица 11);
- ◆ Критерий 3. *Степента на развиване на компетентности за представяне на самостоятелно разработена тема по геометрия* (Таблица 12).

Изследва се статистически надеждността на скалите, съответни на трите критерии при експеримента. Скалите за оценяване на критериите се прилагат върху:

- ◆ интегриране на GeoGebra приложения в задачи по геометрия;
- ◆ интегриране и представяне на GeoGebra приложения в самостоятелно разработена тема по геометрия.

За тази цел всички изпълнения са обединени в една извадка с общо 48 наблюдения.

3.2.1. Надеждност и динамика на формирането на компетентности за интегриране на GeoGebra приложения в задачи по геометрия

В Таблица 14÷ Таблица 16 са представени стойностите на коефициентите на индикаторите 1 ÷ 21, включени в скалата за диагностициране *Степента на формиране на компетентности за интегриране на GeoGebra приложения в задачи по геометрия*.

Таблица 14. Класически атрибути за надеждност на Критерий 1

Средно = 43.917; SD = 21.490; N = 48; Алфа на Кронбах = 0.983 Стандартизирана алфа = 0.984; средна корелация между ТЕ = 0.750			
ТЕ	СРЕДНО	КОРЕЛАЦИЯ С ОБЩИЯ БАЛ	АЛФА СЛЕД ОТСТРАНЯВАНЕ
1	2.479	0.868	0.982
2	2.542	0.903	0.982
3	2.750	0.826	0.982
4	2.375	0.829	0.982
5	2.313	0.848	0.982
6	2.625	0.821	0.983
7	2.688	0.838	0.982
8	2.167	0.774	0.983
9	1.833	0.910	0.982
10	1.938	0.917	0.982
11	2.104	0.913	0.982
12	2.063	0.859	0.982
13	2.229	0.851	0.982
14	1.854	0.900	0.982
15	1.521	0.881	0.982
16	1.958	0.874	0.982
17	2.208	0.892	0.982
18	1.375	0.825	0.982
19	0.896	0.792	0.983
20	2.125	0.833	0.982
21	1.875	0.784	0.983

Стойността на коефициента алфа = 0.983 показва, че общата надеждност е много висока. Корелациите между общия бал и бала на тестовите единици варира във високи граници, което показва много висока и равномерна дискриминантна сила. Средните стойности показват отсъствие на екстремално лесни или трудни единици.

Техниката на GPCM IRT модела показва реалистични оценки за параметрите, при наличие на априорни разпределения за параметрите на локализация.

Таблица 15. GPCM оценка на параметрите за скалата на Критерий 1

TE	a	d[1]	d[2]	d[3]	d[4]
1	1.711	-4.317	-0.679	-0.230	1.062
2	2.337	-3.106	-0.897	-0.599	1.355
3	1.493	-4.293	-1.881	-0.617	1.167
4	1.483	-4.575	-1.217	0.267	1.691
5	1.739	-3.340	-1.062	0.088	2.132
6	1.353	-4.569	-1.778	-0.327	1.456
7	1.304	-4.641	-1.798	-0.239	0.945
8	1.030	-2.074	-1.068	0.318	1.972
9	2.488	-1.389	-0.216	0.478	2.272
10	2.674	-1.992	-0.425	0.856	1.728
11	2.197	-1.661	-0.401	-0.002	1.651
12	1.533	-2.406	-0.387	0.270	2.118
13	1.541	-4.585	-0.892	0.724	1.553
14	2.322	-1.862	-0.197	0.577	2.536
15	1.595	-0.570	0.284	0.925	1.645
16	1.564	-1.384	-0.347	0.679	1.099
17	2.038	-4.046	-0.887	0.768	1.531
18	1.292	-1.093	0.986	1.697	1.498
19	1.266	0.611	1.125	1.737	2.664
20	1.419	-2.701	-0.705	0.703	1.548
21	1.102	-1.836	-0.278	0.619	2.401

EM-итерационният оптимизационен процес достига стоп критерия след 59 итерации.

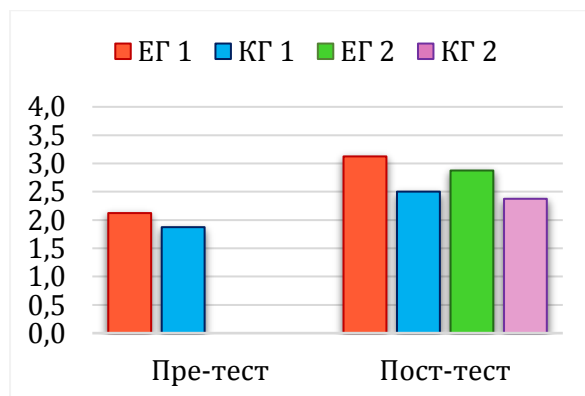
Факторният анализ (по Метода на максималното правдоподобие) показва наличие на водещо собствено значение 15.611 (следващото ML по големина е 0.627) което обяснява 74% от общата изменчивост (Таблица 16).

Таблица 16. Факторни тегла за скалата на Критерий 1

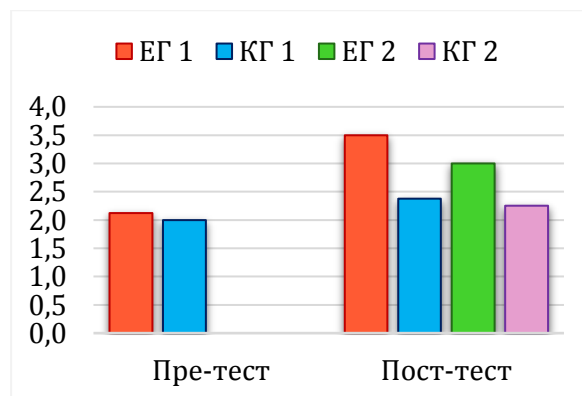
ТЕ	тегло	ТЕ	тегло
1	0.879	12	0.871
2	0.915	13	0.859
3	0.830	14	0.908
4	0.832	15	0.885
5	0.855	16	0.884
6	0.828	17	0.903
7	0.844	18	0.824
8	0.775	19	0.797
9	0.922	20	0.830
10	0.927	21	0.788
11	0.926		

Приложените техники показват, че скалата за изследване на елементите на Критерий 1 има много висока надеждност.

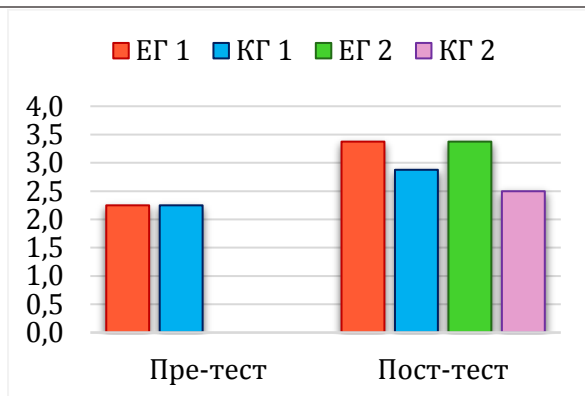
Динамика на индикаторите на Критерий 1
Степен на формиране на компетентности за интегриране на GeoGebra приложения в задачи по геометрия е проследена
(Фигура 62 ÷ Фигура 82)



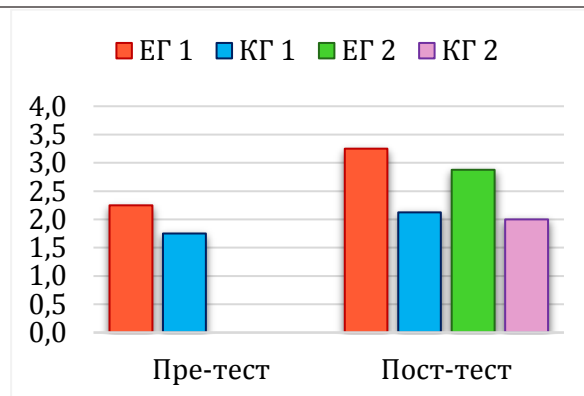
Фигура 62. Индикатор 1



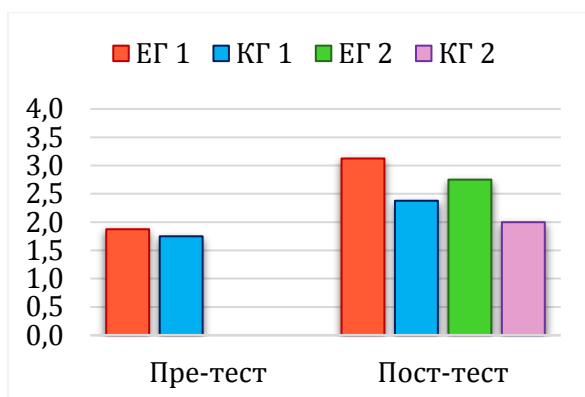
Фигура 63. Индикатор 2



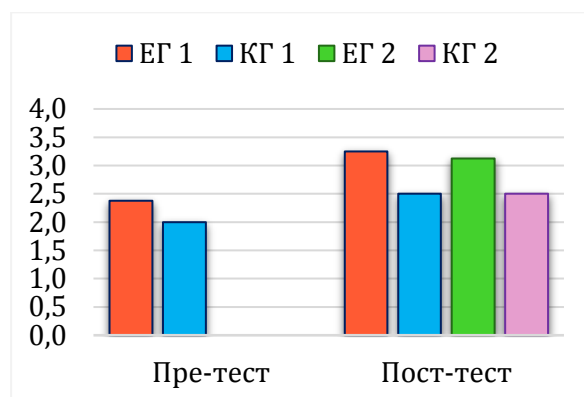
Фигура 64. Индикатор 3



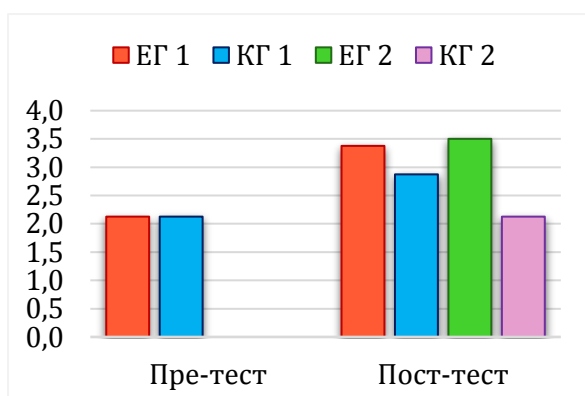
Фигура 65. Индикатор 4



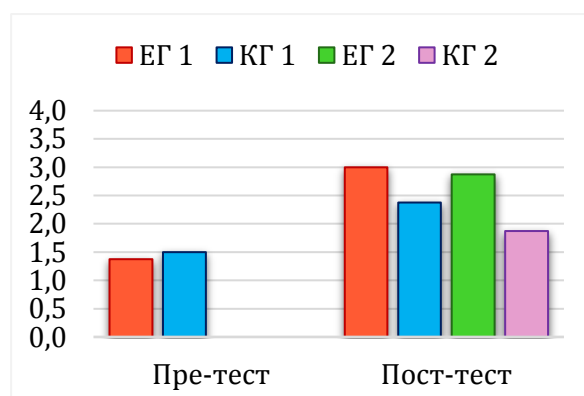
Фигура 66. Индикатор 5



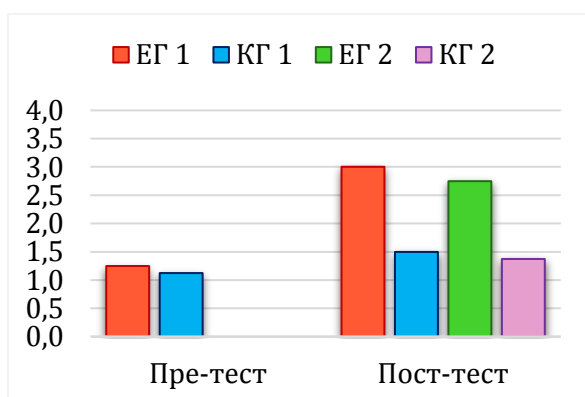
Фигура 67. Индикатор 6



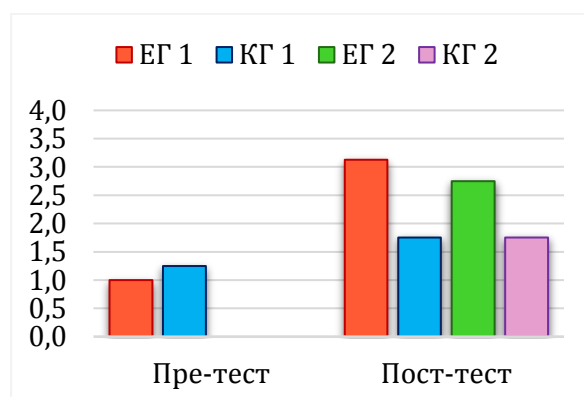
Фигура 68. Индикатор 7



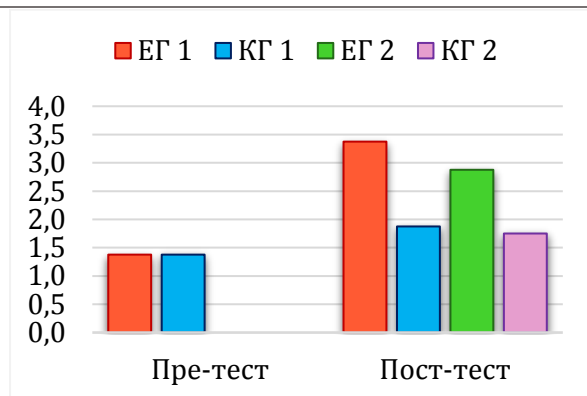
Фигура 69. Индикатор 8



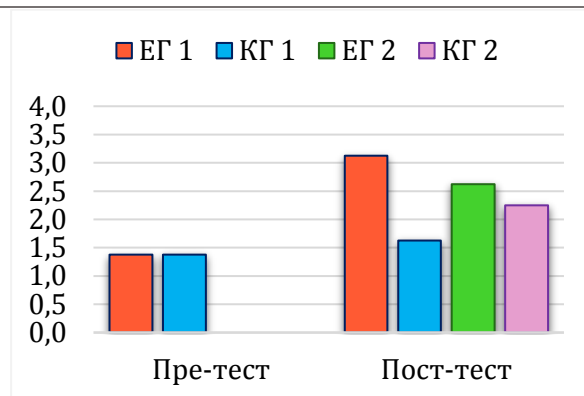
Фигура 70. Индикатор 9



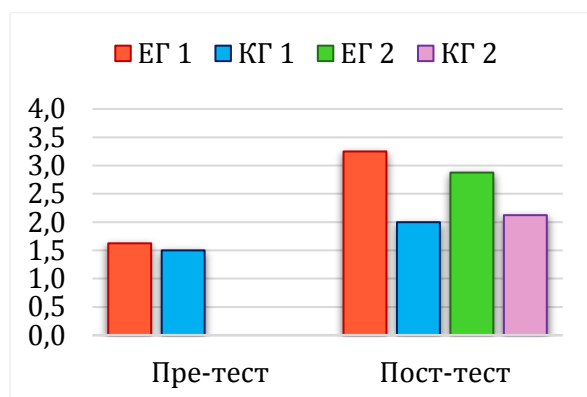
Фигура 71. Индикатор 10



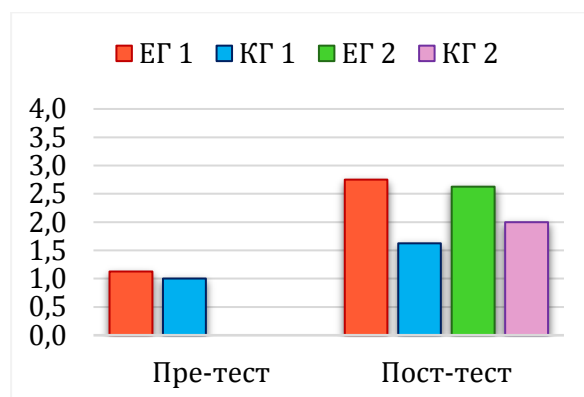
Фигура 72. Индикатор 11



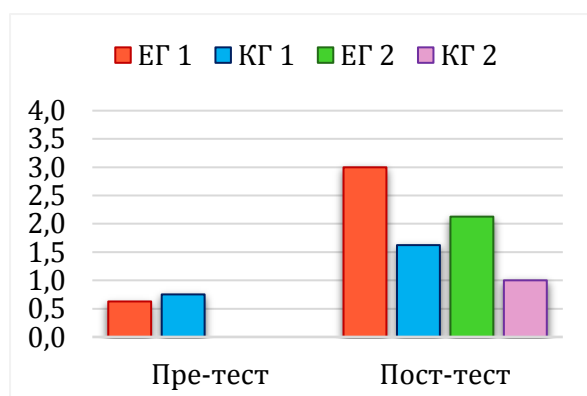
Фигура 73. Индикатор 12



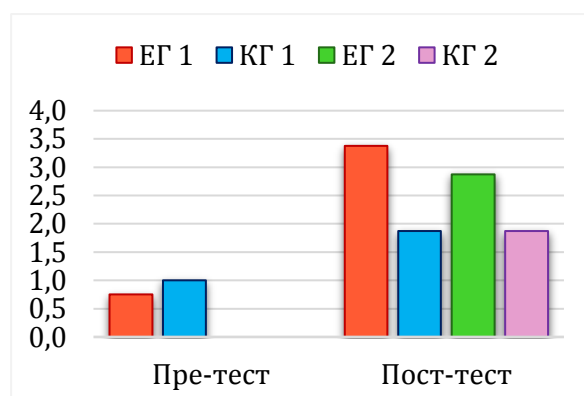
Фигура 74. Индикатор 13



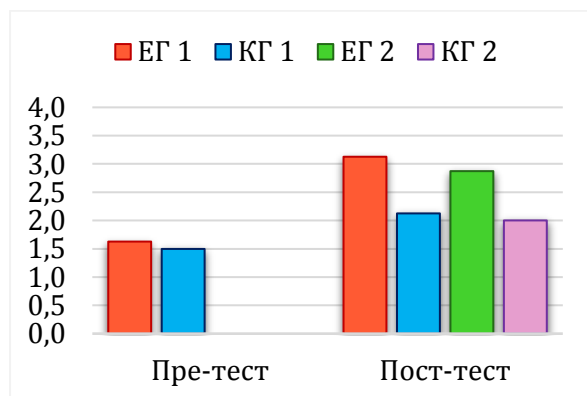
Фигура 75. Индикатор 14



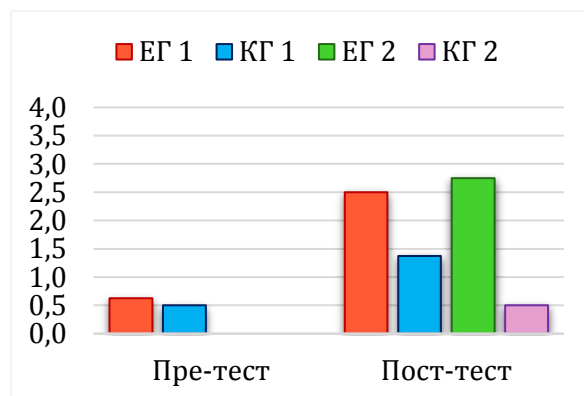
Фигура 76. Индикатор 15



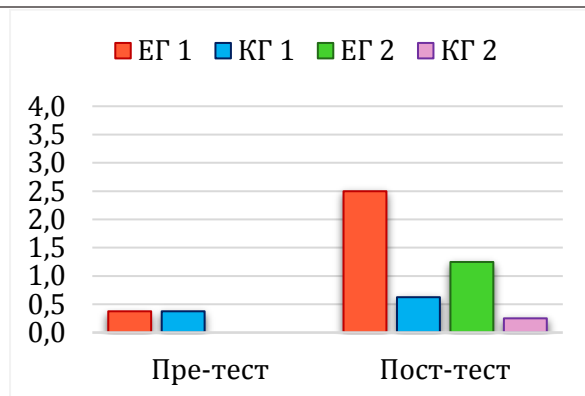
Фигура 77. Индикатор 16



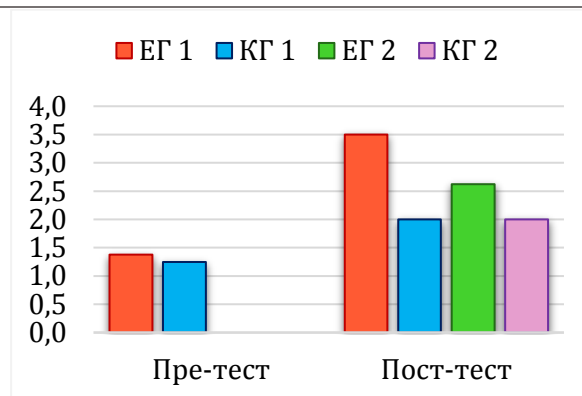
Фигура 78. Индикатор 17



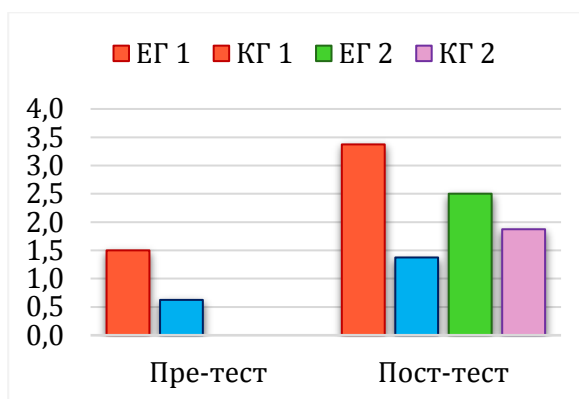
Фигура 79. Индикатор 18



Фигура 80. Индикатор 19



Фигура 81. Индикатор 20



Фигура 82. Индикатор 21

Следователно, индикаторите 1 ÷ 21 са подходящи за диагностициране степента на формиране на компетентности за интегриране на GeoGebra приложения в задачи по геометрия на етапите от изследването, Констатиращ експеримент и Контролен експеримент. Те са в съответствие с издигната хипотеза и поставените цели на изследването.

Непрекъснатото повишаване на коефициента алфа на Кронбах показва още, че той е подходящ за проследяване на динамиката на формиране на проучваните компетентности.

3.2.2. Надеждност и динамика на формирането на компетентности за интегриране на GeoGebra приложения в тема по геометрия

В Таблица 17 ÷ Таблица 19 са представени стойностите на коефициентите на индикаторите 22 ÷ 40, включени в скалата за диагностициране Степента на формиране на компетентности за интегриране на GeoGebra приложения в самостоятелно разработена тема по геометрия.

Таблица 17. Класически атрибути за надеждност на Критерий 2

Средно = 40.312; SD = 18.219; N = 48; Алфа на Кронбах = 0.978 Стандартизирана алфа = 0.978; средна корелация между ТЕ = 0.711			
ТЕ	СРЕДНО	КОРЕЛАЦИЯ С ОБЩИЯ БАЛ	АЛФА СЛЕД ОТСТРАНЯВАНЕ
22	2.521	0.772	0.977
23	2.729	0.844	0.976
24	2.375	0.857	0.976
25	2.104	0.855	0.976
26	2.083	0.865	0.976
27	2.292	0.746	0.977
28	2.083	0.835	0.977
29	2.292	0.868	0.976
30	1.896	0.884	0.976
31	1.417	0.861	0.976
32	1.917	0.922	0.976
33	2.000	0.902	0.976
34	2.062	0.854	0.976
35	2.271	0.749	0.977
36	1.354	0.669	0.978
37	2.250	0.795	0.977
38	2.250	0.779	0.977
39	2.271	0.804	0.977
40	2.146	0.864	0.976

Стойността на коефициента алфа = 0.978 показва, че общата надеждност е много висока. Корелациите между общия бал и бала на тестовите единици варира във високи граници, което показва много висока и равномерна дискриминантна сила. Средните стойности показват отсъствие на екстремално лесни или трудни единици.

Техниката на GPCM IRT модела показва реалистични оценки за параметрите, при наличие на априорни разпределения за параметрите на локализация.

Таблица 18. GPCM оценка на параметрите за скалата на Критерий 2

TE	a	d[1]	d[2]	d[3]	d[4]
22	1.385	-4.314	-1.158	-0.048	2.052
23	1.967	-2.690	-1.498	0.222	0.605
24	1.875	-3.803	-0.917	0.538	1.673
25	1.663	-3.089	-0.095	0.690	1.823
26	1.841	-1.334	-0.503	0.641	1.835
27	1.038	-2.369	-0.634	0.263	1.821
28	1.320	-1.677	-0.483	1.109	1.242
29	2.045	-2.817	-0.855	1.232	0.833
30	2.403	-1.374	-0.223	0.949	2.213
31	1.704	-0.466	0.424	2.179	1.450
32	2.922	-1.209	0.229	0.575	1.429
33	2.419	-1.603	0.012	0.628	1.616
34	2.075	-2.886	-0.026	0.622	2.041
35	1.312	-2.155	-2.020	1.103	2.289
36	0.895	-1.179	0.691	1.987	7.290
37	1.286	-4.805	-0.151	0.401	1.715
38	1.313	-4.729	-0.240	0.241	2.209
39	1.553	-4.269	-0.438	0.446	1.906
40	2.031	-2.123	-0.187	0.486	1.655

EM-итерационният оптимизационен процес достига стоп критерия след 86 итерации.

Факторният анализ (по *Метода на главните компоненти*) показва наличие на водещо собствено значение 13.381 (следващото по големина е 0.822) което обяснява 70% от общата изменчивост (Таблица 19).

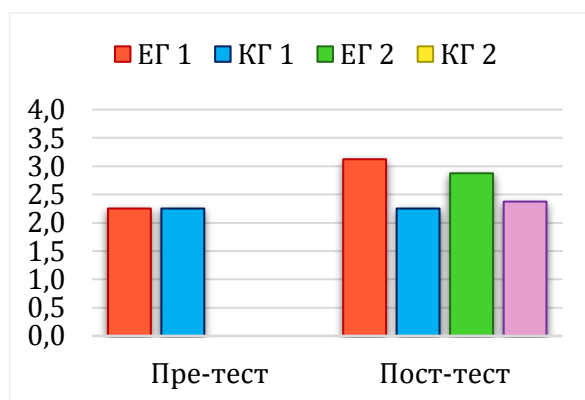
Таблица 19. Факторни тегла за скалата на Критерий 2

TE	тегло	TE	тегло
22	0.791	32	0.933
23	0.864	33	0.906
24	0.879	34	0.863

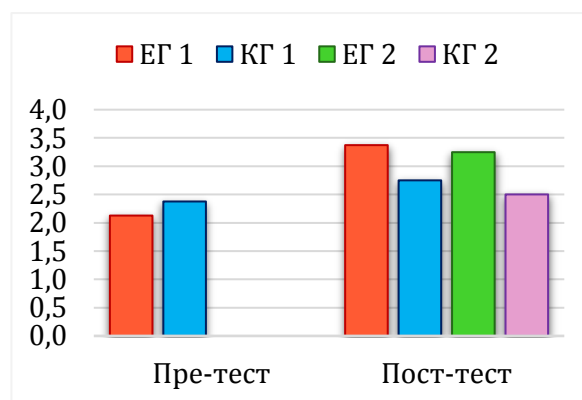
25	0.869	35	0.750
26	0.884	36	0.667
27	0.757	37	0.790
28	0.842	38	0.779
29	0.882	39	0.802
30	0.899	40	0.870
31	0.863		

Приложените техники показват, че скалата за изследване на елементите на Критерий 2 има много висока надеждност.

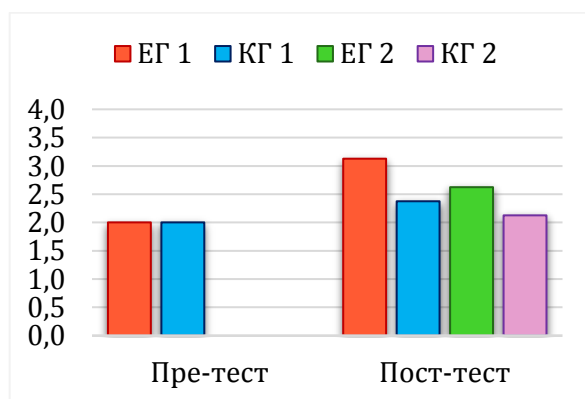
Динамика на индикаторите на Критерий 2
Степен на формиране на компетентности за интегриране на GeoGebra приложения в самостоятелно разработена тема по геометрия
(Фигура 83 ÷ Фигура 101)



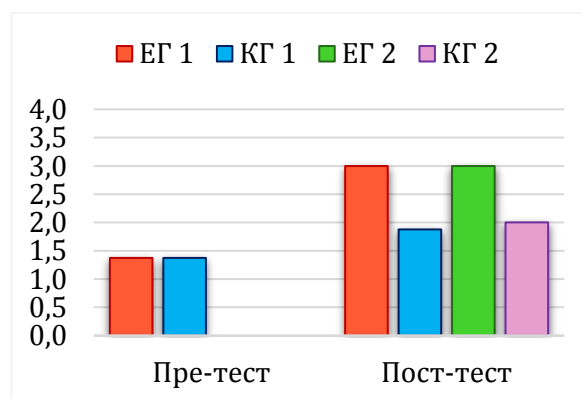
Фигура 83. Индикатор 22



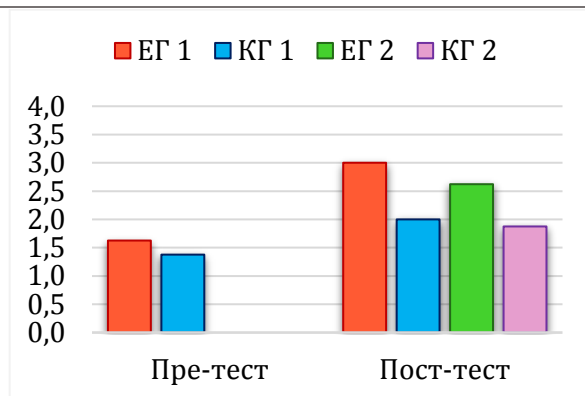
Фигура 84. Индикатор 23



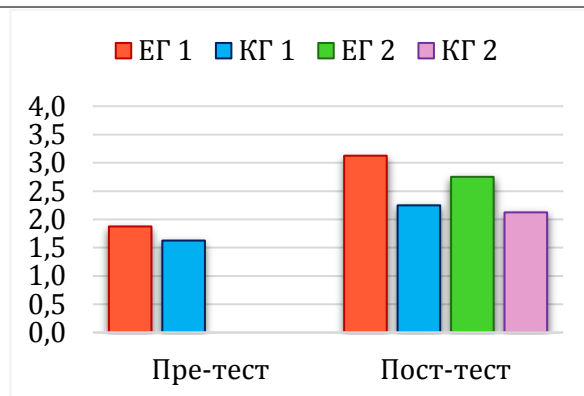
Фигура 85. Индикатор 24



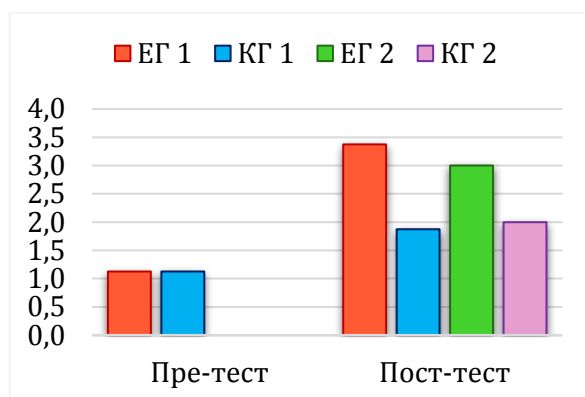
Фигура 86. Индикатор 25



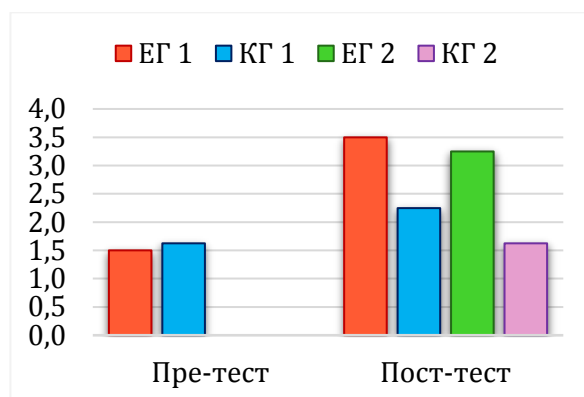
Фигура 87. Индикатор 26



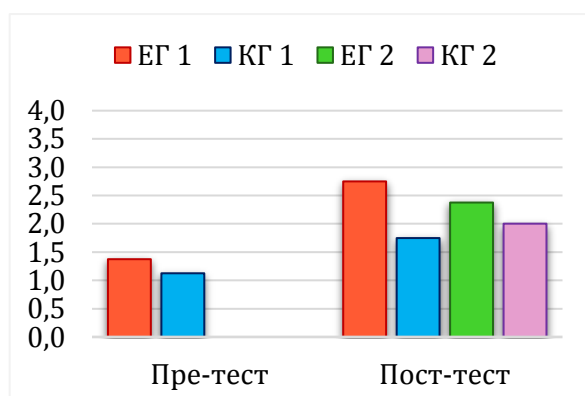
Фигура 88. Индикатор 27



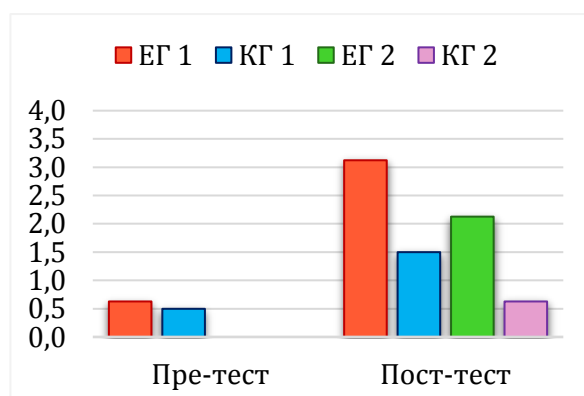
Фигура 89. Индикатор 28



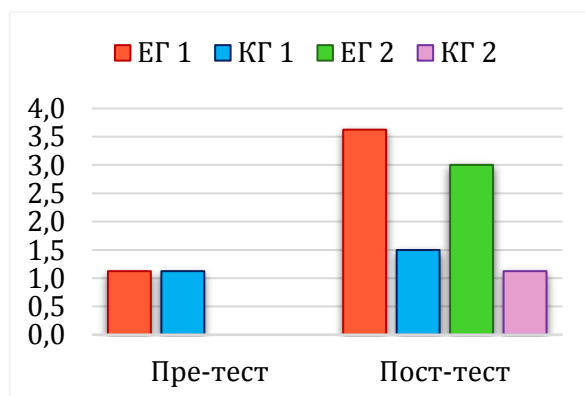
Фигура 90. Индикатор 29



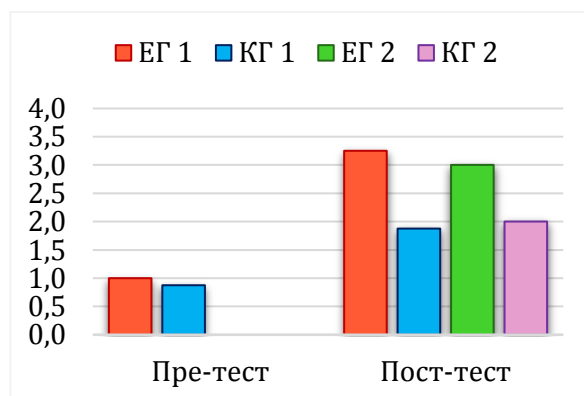
Фигура 91. Индикатор 30



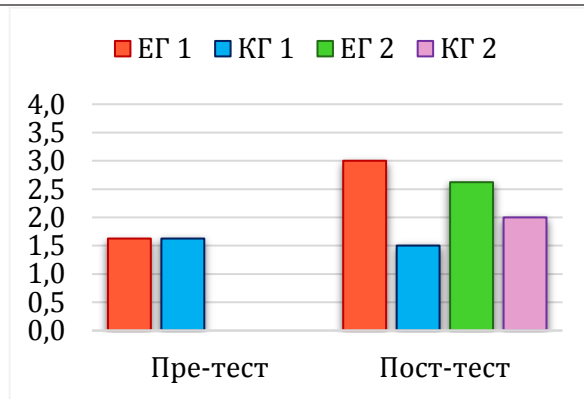
Фигура 92. Индикатор 31



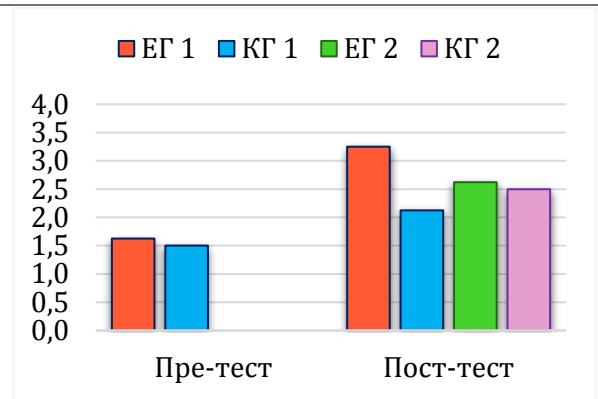
Фигура 93. Индикатор 32



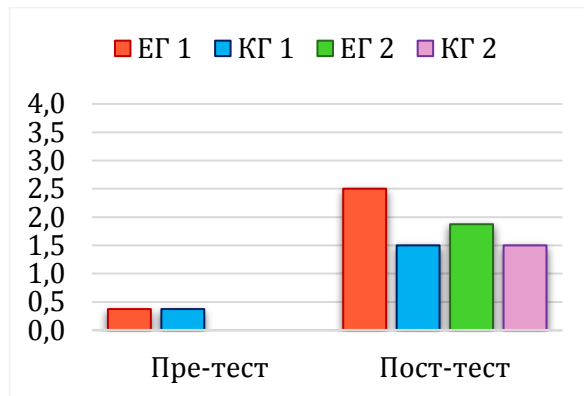
Фигура 94. Индикатор 33



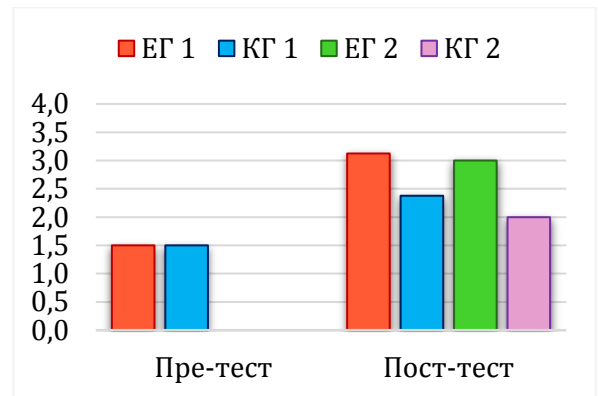
Фигура 95. Индикатор 34



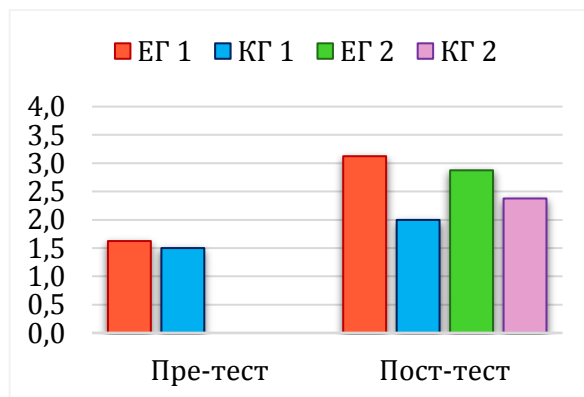
Фигура 96. Индикатор 35



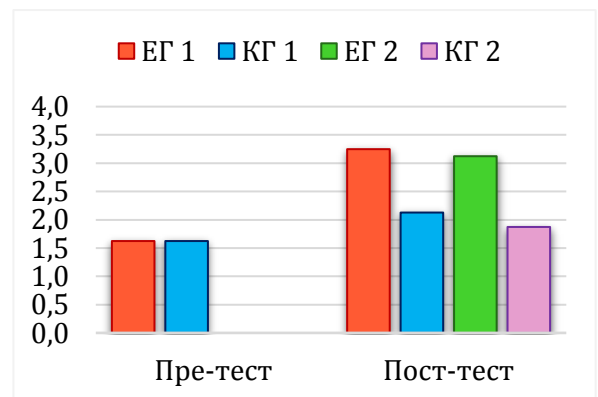
Фигура 97. Индикатор 36



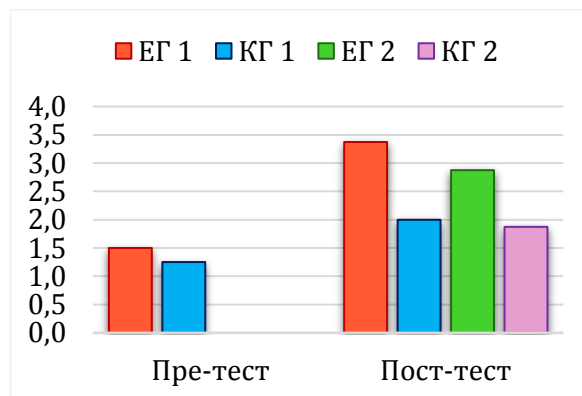
Фигура 98. Индикатор 37



Фигура 99. Индикатор 38



Фигура 100. Индикатор 39



Фигура 101. Индикатор 40

Следователно, индикаторите 22 ÷ 40 са подходящи за диагностициране степента на формиране на компетентности за интегриране на GeoGebra приложения в самостоятелно разработена тема по геометрия на етапите от изследването, Констатиращ експеримент и Контролен експеримент. Те са в съответствие с издигната хипотеза и поставените цели на изследването.

Непрекъснатото повишаване на коефициента алфа на Кронбах показва още, че той е подходящ за проследяване на динамиката на формиране на проучваните компетентности.

3.2.3. Надеждност и динамика на развиването на компетентности за представяне на тема по геометрия

В Таблица 20÷ Таблица 22 са представени стойностите на коефициентите на индикаторите 41 ÷ 50, включени в скалата за диагностициране Степента на развиване на компетентности за представяне на самостоятелно разработена тема по геометрия.

Таблица 20. Класически атрибути за надеждност на Критерий 3

Средно = 22.667; SD = 9.799; N = 48; Алфа на Кронбах = 0.958 Стандартизирана алфа = 0.960; средна корелация между ТЕ = 0.712			
ТЕ	СРЕДНО	КОРЕЛАЦИЯ С ОБЩИЯ БАЛ	АЛФА СЛЕД ОТСТРАНЯВАНЕ
41	2.271	0.812	0.954
42	2.458	0.828	0.954
43	2.042	0.854	0.952
44	2.083	0.787	0.955
45	2.125	0.822	0.954
46	2.083	0.880	0.951
47	2.479	0.818	0.954
48	2.375	0.842	0.953
49	2.688	0.838	0.954
50	2.063	0.727	0.958

Стойността на коефициента алфа = 0.958 показва, че общата надеждност е много висока. Корелациите между общия бал и бала на тестовите единици при този критерий също варира във високи граници, което показва много висока и равномерна дискриминантна сила. Средните стойности показват отсъствие на екстремално лесни или трудни единици.

Техниката на GPCM IRT модела показва реалистични оценки за параметрите, при наличие на априорни разпределения за параметрите на локализация и дискриминация.

Таблица 21. GPCM оценка на параметрите за скалата на Критерий 3

TE	a	d[1]	d[2]	d[3]	d[4]
41	1.617	-4.140	-0.148	-0.072	2.012
42	1.627	-3.927	-1.117	0.348	1.441
43	1.920	-1.336	-0.590	0.568	2.075
44	1.230	-2.843	-0.232	1.249	1.013
45	1.520	-2.666	0.216	0.162	1.593
46	1.939	-1.369	-0.481	0.610	1.519
47	1.497	-4.163	-0.826	0.251	1.146
48	1.898	-1.329	-1.125	0.231	1.304
49	1.916	-3.462	-1.639	-0.164	1.380
50	1.001	-2.356	0.330	0.253	1.563

EM-итерационният оптимизационен процес достига стоп критерия след 74 итерации.

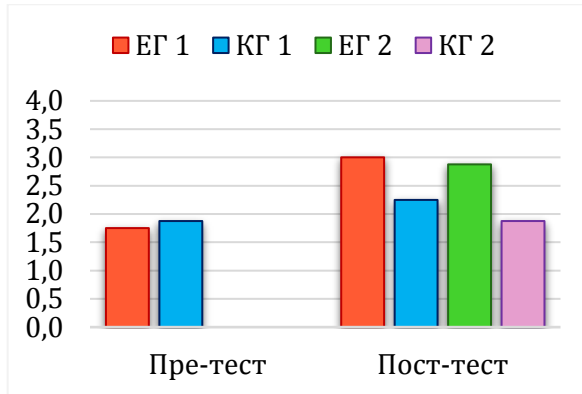
Факторният анализ (по *Метода на главните компоненти*) показва наличие на водещо собствено значение 6.664 (следващото по големина е 0.868) което обяснява 71% от общата изменчивост (Таблица 22).

Таблица 22. Факторни тегла за скалата на критерий 3 (ML)

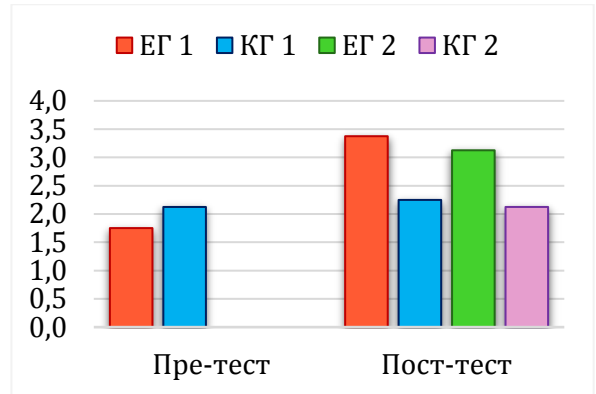
TE	тегло
41	0.826
42	0.850
43	0.879
44	0.799
45	0.845
46	0.892
47	0.846
48	0.861
49	0.861
50	0.740

Приложените техники показват, че скалата за изследване на елементите на Критерий 3 има много висока надеждност.

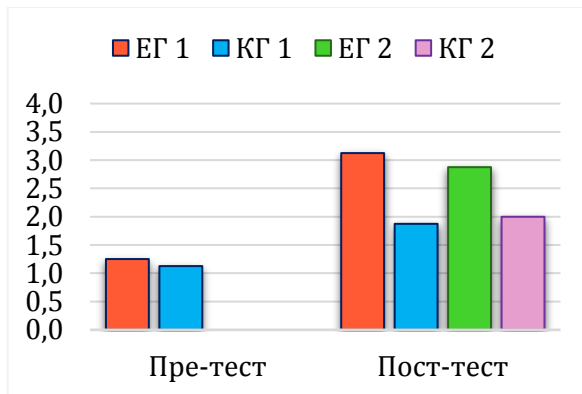
**Динамиката на индикаторите на Критерий 3
Степен на развиване на компетентности за представяне на
самостоятелно разработена тема по геометрия
(Фигура 102 ÷ Фигура 111)**



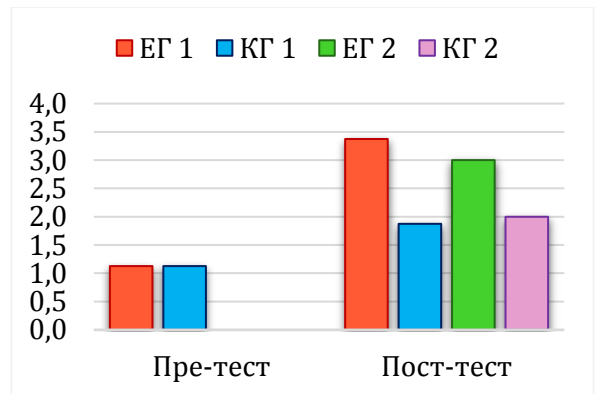
Фигура 102. Индикатор 41



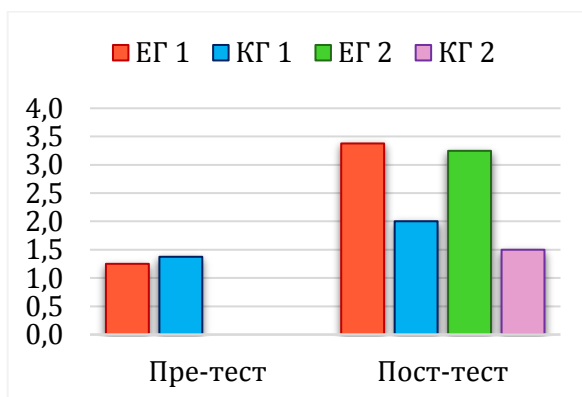
Фигура 103. Индикатор 42



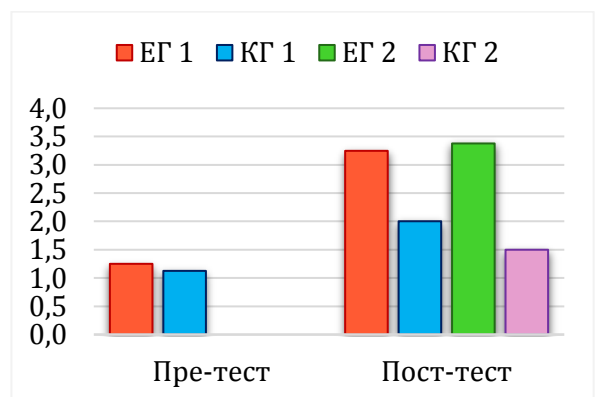
Фигура 104. Индикатор 43



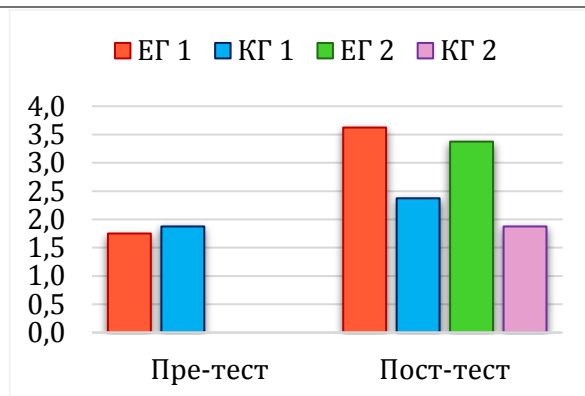
Фигура 105. Индикатор 44



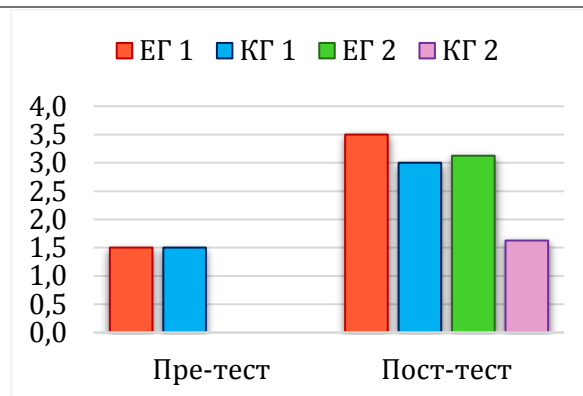
Фигура 106. Индикатор 45



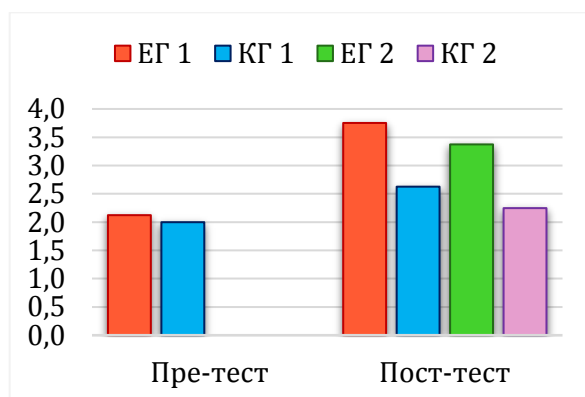
Фигура 107. Индикатор 46



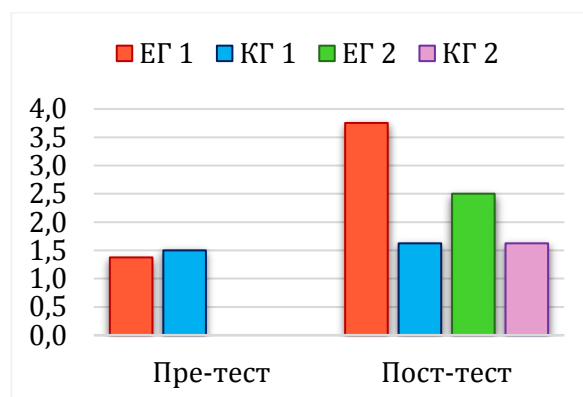
Фигура 108. Индикатор 47



Фигура 109. Индикатор 48



Фигура 110. Индикатор 49



Фигура 111. Индикатор 50

Следователно, индикаторите 41 ÷ 50 са подходящи за диагностициране степента на развиване на компетентности за представяне на самостоятелно разработена тема по геометрия на етапите от изследването, Констатиращ експеримент и Контролен експеримент. Те са в съответствие с издигната хипотеза и поставените цели на изследването. Непрекъснатото повишаване на коефициента алфа на Кронбах показва още, че той е подходящ за проследяване на динамиката на формиране на проучваните компетентности.

3.3. Анализ на експерименталните резултати при Основен експериментален план с две групи

3.3.1. Основен експериментален план с две групи

Съгласно статистическата методология в психолого-педагогическия експеримент на настоящия дисертационен труд е използван План на Соломон за четири групи (Таблица 8), в който са обособени две експериментални групи (EG1 и EG2) и две контролни групи (KG1 и KG2). Той може да се разглежда цялостно или като съставен от два универсални плана, които се анализират статистически поотделно:

- ◆ Основен експериментален план с две групи;
- ◆ План с контролна група и тестиране само след въздействието.

Статистическите процедури при Основния експериментален план с две групи използват резултатите, констатирани само в EG1 и KG1 (Таблица 23).

Таблица 23. Схема на Основен експериментален план с две групи

ГРУПА	КОНСТАТИРАЩ ЕКСПЕРИМЕНТ	РАЗВИВАЩ ЕКСПЕРИМЕНТ	КОНТРОЛЕН ЕКСПЕРИМЕНТ
ЕГ1	Входяща проверка (пре-тест)	Експериментални взаимодействия	Заключителна проверка (пост-тест)
КГ1		Традиционни взаимодействия	

За анализ на резултатите се ползва техниката на *ANOVA* за *повтарящи се измервания*. Този анализ може да се определи като най-важната част в настоящия статистически анализ, тъй като той представя строг аргумент в полза на резултатите от психолого-педагогическия експеримент.

Както беше отбелязано по-горе, необходимо е да бъдат проверени три нулеви хипотези. Две от тях се отнасят за главните ефекти на факторите "група" (*експериментална ЕГ1* или *контролна група КГ1*) и "измерване" (*Констатиращ експеримент* или *Контролен експеримент*). Най-важната нулева хипотеза (обаче) се явява третата – за отсъствие на статистически значимо взаимодействие между споменатите два фактора. *Отхвърлянето на тази хипотеза е пряко доказателство за положителния ефект на дидактическото въздействие върху експерименталната група ЕГ1.*

Този анализ е изпълнен за всеки от дефинираните три критерия.

В Таблица 24 и Таблица 25 са представени резултатите за Критерий 1 *Степен на формиране на компетентности за интегриране на GeoGebra приложения в задачи по геометрия.*

Таблица 24. Резултати за критерий 1

ФАКТОР	F(1,14)	p-value
"група"	2.396	0.144
"измерване"	376.276	0.000
"група" x "измерване"	87.662	0.000

Главният ефект на фактора "група" [$F(1,14) = 2.396$; $p = 0.144$] е незначим. Главният ефект на "измерване" [$F(1,14) = 376.276$; $p < 0.001$] и тяхното взаимодействие "група" x "измерване" [$F(1,14) = 87.662$; $p < 0.001$] са статистически значими.

За повече детайли са приведени резултатите от *Post-Hoc* анализа (Таблица 25).

Таблица 25. Резултати за Критерий 1 от Post-Нос анализа

	ГРУПА	ЕКСПЕРИМЕНТ	{1}	{2}	{3}	{4}
{1}	Контролна КГ1	Констатиращ		0.000	0.898	0.001
{2}	Контролна КГ1	Контролен	0.000		0.191	0.011
{3}	Експериментална ЕГ1	Констатиращ	0.898	0.191		0.000
{4}	Експериментална ЕГ1	Контролен	0.001	0.011	0.000	

Резултатът е илюстриран на Фигура 112.



Фигура 112. Диаграма на средните за Критерий 1

От представените резултати за Критерий 1, може да се обобщи, че:

- ◆ на етап Констатиращ експеримент двете групи, експериментална ЕГ1 и контролна КГ1, са демонстрирали близки степени на начално формиране на компетентности за интегриране на GeoGebra приложения в задачи по геометрия;
- ◆ на етап Контролен експеримент и двете групи са повишили степента на формиране на изследваните компетентности, но при експерименталната група ЕГ1, тя е значително по-висока.

В Таблица 26 и Таблица 27 са представени резултатите за Критерий 2 Степен на формиране на компетентности за интегриране на GeoGebra приложения в самостоятелно разработена тема по геометрия.

Таблица 26. Резултати за Критерий 2

ФАКТОР	F(1,14)	p-value
"група"	2.302	0.151
"измерване"	293.363	0.000
"група" x "измерване"	75.815	0.000

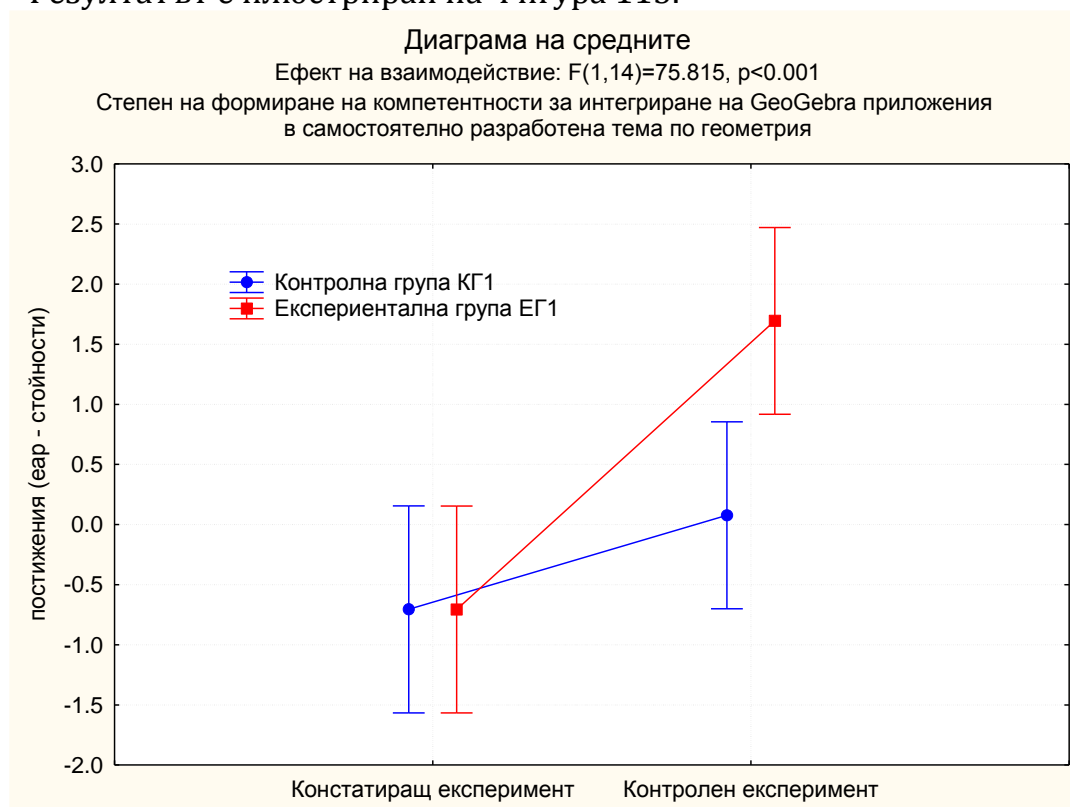
Главният ефект на "група" [$F(1,14) = 2.302$; $p = 0.151$] е незначим. Главният ефект на "измерване" [$F(1,14) = 293.363$; $p < 0.001$] и тяхното взаимодействие "група" x "измерване" [$F(1,14) = 75.815$; $p < 0.001$] са статистически значими.

За повече детайли са приведени резултатите от *Post-Hoc* анализа (Таблица 27).

Таблица 27. Резултати за Критерий 2 от *Post-Hoc* анализа

	ГРУПА	ЕКСПЕРИМЕНТ	{1}	{2}	{3}	{4}
{1}	Контролна КГ1	Констатиращ		0.000	0.998	0.000
{2}	Контролна КГ1	Контролен	0.000		0.168	0.009
{3}	Експериментална ЕГ1	Констатиращ	0.998	0.168		0.000
{4}	Експериментална ЕГ1	Контролен	0.000	0.009	0.000	

Резултатът е илюстриран на Фигура 113.



Фигура 113. Диаграма на средните за Критерий 2

От представените резултати за Критерий 2, следва, че:

- ◆ различията между експерименталната ЕГ1 и контролната КГ1 на етап Констатиращ експеримент са статистически незначими, което показва тяхната начална хомогенност по отношение на формирането на компетентности за интегриране на GeoGebra приложения в самостоятелно разработена тема по геометрия;
- ◆ различията между постиженията на двете групи, ЕГ1 и КГ1, са статистически значими в полза на експериментална група ЕГ1 на етап Контролен експеримент.

В Таблица 28 и Таблица 29 са представени резултатите за Критерий 3 *Степен на развиване на компетентности за представяне на самостоятелно разработена тема по геометрия*.

Таблица 28. Резултати за Критерий 3

ФАКТОР	F(1,14)	p-value
"група"	2.713	0.122
"измерване"	202.439	0.000
"група" x "измерване"	46.820	0.000

Главният ефект на "група" [$F(1,14) = 2.713$; $p = 0.122$] е незначим.

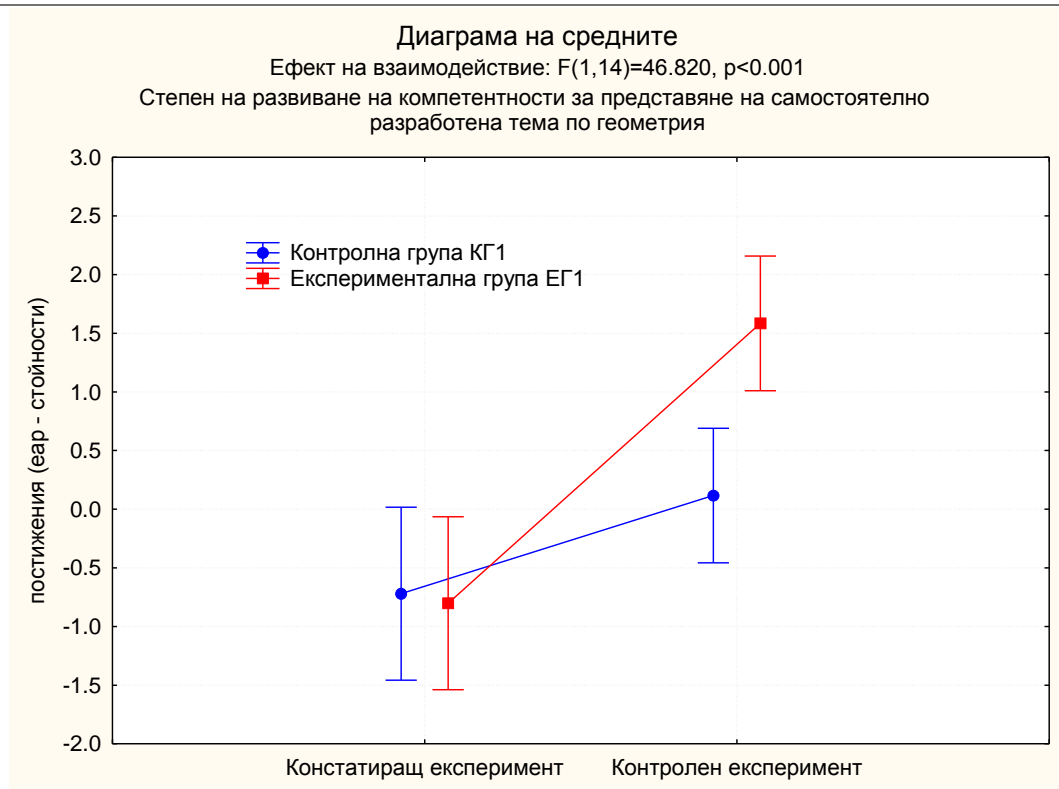
Главният ефект на "измерване" [$F(1,14) = 202.439$; $p < 0.001$] и тяхното взаимодействие "група" x "измерване" [$F(1,14) = 46.820$; $p < 0.001$] са статистически значими.

За повече детайли са приведени резултатите от *Post-Hoc анализа* (Таблица 29).

Таблица 29. Резултати за Критерий 3 от Post-Hoc анализа

	ГРУПА	ЕКСПЕРИМЕНТ	{1}	{2}	{3}	{4}
{1}	Контролна КГ1	Констатиращ		0.000	0.853	0.000
{2}	Контролна КГ1	Контролен	0.000		0.051	0.004
{3}	Експериментална ЕГ1	Констатиращ	0.853	0.051		0.000
{4}	Експериментална ЕГ1	Контролен	0.000	0.004	0.000	

Резултатът е илюстриран на Фигура 114.



Фигура 114. Диаграма на средните за Критерий 3

Наблюдават се близки стойности на изследваните характеристики на експерименталната група ЕГ1 и контролната група КГ1 на етап Констатиращ експеримент. На етап Контролен експеримент се наблюдава повишаване степента на развиване на компетентностите за представяне на самостоятелно разработена тема по геометрия и при двете групи, като по-значимо е при експерименталната група ЕК1. Повишението при контролната група КГ1 може да бъде резултат от предхождащо обучение, свързано с развиване на умения за разработване и представяне на математически резултати.

Следователно, от представените резултати на изследваните характеристики на Критерий 3 се наблюдава прогрес и при двете групи, но при експерименталната група ЕГ1 този ефект е много по-силно изразен.

Може да се обобщи че, ефектът на взаимодействие между факторите „група“ – принадлежност към експериментална група ЕГ1 или контролна група КГ1“ и „измерване“ – етап на експеримента: Констатиращ експеримент или Контролен експеримент, при трите критерия:

- ◆ на етап Констатиращ експеримент не е статистически значим, което показва правилен подбор на групите в експеримента;
- ◆ на етап Контролен експеримент е силно статистически значим, което потвърждава издигнатата хипотеза на дисертационното изследване, че целенасоченото прилагане на авторски педагогически технологии в обучението на студенти, бъдещи учители по математика и информатика, по дисциплината Училищен курс по геометрия, формира и развива компетентности за

интегриране и представяне на GeoGebra приложения в самостоятелно разработени теми от училищния курс по геометрия.

Силната линейна корелация между трите критерия позволява те да бъдат обединени в един *Обобщен критерий – Степен на формиране и развиване на компетентности за интегриране на GeoGebra приложения в самостоятелно разработени теми от училищния курс по геометрия и на компетентности за тяхното представяне*. Обобщението се извършва с факторен анализ. Факторният анализ (по Метода на главните компоненти) показва наличие на водещо собствено значение 2.849, което обяснява 95% от общата изменчивост (Таблица 30).

Таблица 30. Факторни тегла за скалата на обобщения критерий (РС).

	тегло
Критерий 1. <i>Степен на формиране на компетентности за интегриране на GeoGebra приложения в задачи по геометрия</i>	0.964
Критерий 2. <i>Степен на формиране на компетентности за интегриране на GeoGebra приложения в тема по геометрия</i>	0.988
Критерий 3. <i>Степен на развиване на компетентности за представяне на самостоятелно разработена тема по геометрия</i>	0.971

Резултатите от дисперсионният анализ на Обобщения критерий са представени в Таблица 31.

Таблица 31. Резултати за Обобщения критерий

ФАКТОРИ	F(1,14)	p-value
"група"	2.483	0.137
"измерване"	404.329	0.000
"група" x "измерване"	99.871	0.000

Главният ефект на "група" [F(1,14) = 2.483; p = 0.137] е незначим.

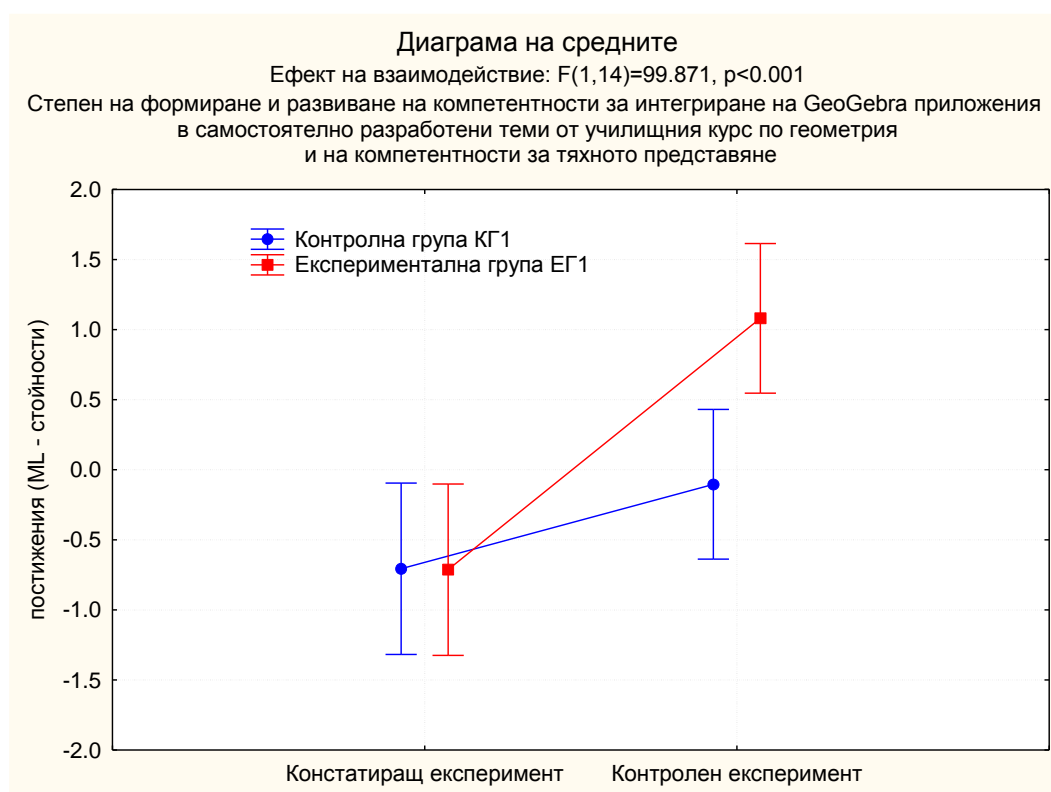
Главният ефект на "измерване" [F(1,14) = 404.329; p < 0.001] е статистически значим. Тяхното взаимодействие "група" x "измерване" [F(1,14) = 99.871; p < 0.001] също е значимо.

За повече детайли са приведени резултатите от *Post-Hoc анализа* (Таблица 32).

Таблица 32. Резултати за Обобщения критерий от Post-Hoc анализа

	ГРУПА	ЕКСПЕРИМЕНТ	{1}	{2}	{3}	{4}
{1}	Контролна КГ1	Констатиращ		0.000	0.986	0.000
{2}	Контролна КГ1	Контролен	0.000		0.129	0.007
{3}	Експериментална ЕГ1	Констатиращ	0.986	0.129		0.000
{4}	Експериментална ЕГ1	Контролен	0.000	0.007	0.000	

Резултатът е илюстриран на Фигура 115.



Фигура 115. Диаграма на средните за Обобщения критерий

Следователно, на етап Контролен експеримент, ефектът на взаимодействие между факторите „група“ – принадлежност към експерименталната група ЕГ1 или контролната група КГ1 и „измерване – етап на експеримента: Констатиращ експеримент или Контролен експеримент на Обобщения критерий е силно статистически значим, което отново потвърждава издигнатата хипотеза на дисертационното изследване, че целенасоченото прилагане на авторски педагогически технологии в обучението на студенти, бъдещи учители по математика и информатика, по дисциплината Училищен курс по геометрия, формира и развива компетентности за интегриране и представяне на GeoGebra приложения в самостоятелно разработени теми от училищния курс по геометрия.

3.3.2. Анализ на контрастите на експерименталната група с контролната група

Могат да бъдат представени допълнителни статистически аргументи към Основния експериментален план с две групи, посредством сравнителен анализ на постиженията на експерименталната група ЕГ1 и контролната група КГ1, чрез *теста на Стюдънт за независими извадки* и *теста на Ман-Уитни*.

Този анализ е изпълнен за всеки от дефинираните три критерия и обобщения критерий при Констатиращия и Контролния експеримент.

В Таблица 33 и Таблица 34 и Фигура 116 ÷ Фигура 119 са представени сравненията между двете групи ЕГ1 и КГ1 при Констатиращия експеримент.

Таблица 33. Сравнение между експерименталната ЕГ1 и контролната КГ1 групи при Констатиращия експеримент – t-тест (суров бал)

	t-тест				F-тест			
	средно ЕГ1	средно КГ1	t(14)	p-level	SD – ЕГ	SD – КГ	F(7,7)	p-level
Критерий 1	31.125	28.875	0.282	0.782	17.716	14.015	1.598	0.551
Критерий 2	27.875	26.750	0.158	0.877	15.226	13.134	1.344	0.706
Критерий 3	15.125	15.625	-0.139	0.891	7.624	6.718	1.288	0.747
Обобщен критерий	74.125	71.250	0.157	0.877	39.880	32.832	1.475	0.621

Всички различия по дадените критерии са статистически незначими за средното при *теста на Стюдънт*, $p \in [0.782; 0.891]$ и за дисперсиите при *тест на Фишер*, $p \in [0.551; 0.747]$.

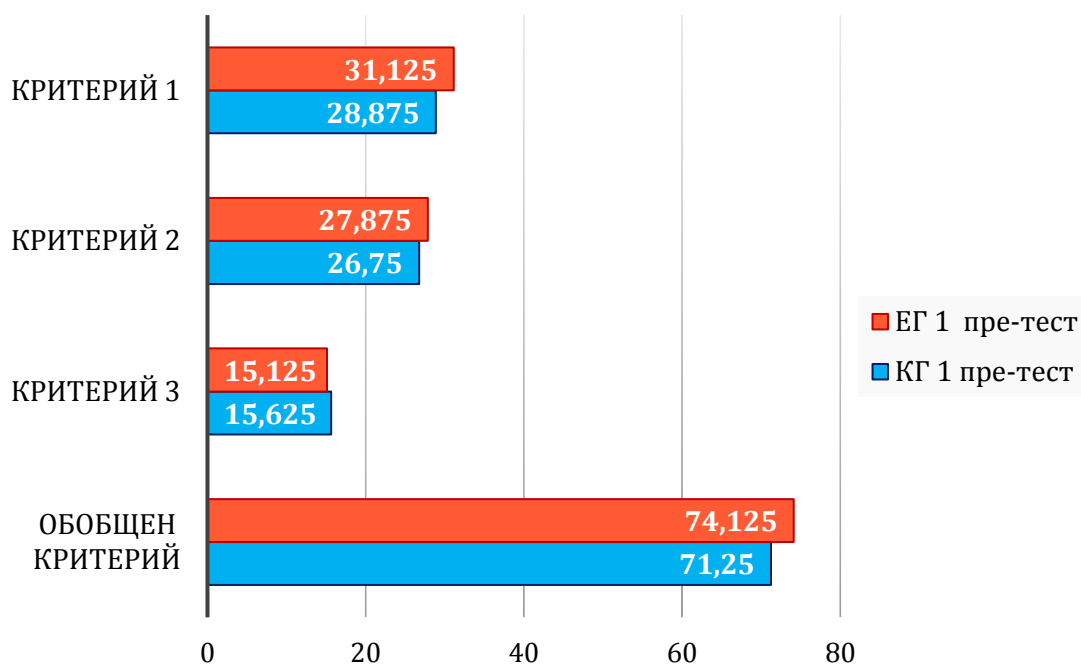
Този резултат се потвърждава от *теста на Ман-Уитни*, $p \in [0.753; 0.834]$.

Таблица 34. Сравнение между експерименталната ЕГ1 и контролната КГ1 групи при Констатиращия експеримент – тест на Ман-Уитни (суров бал)

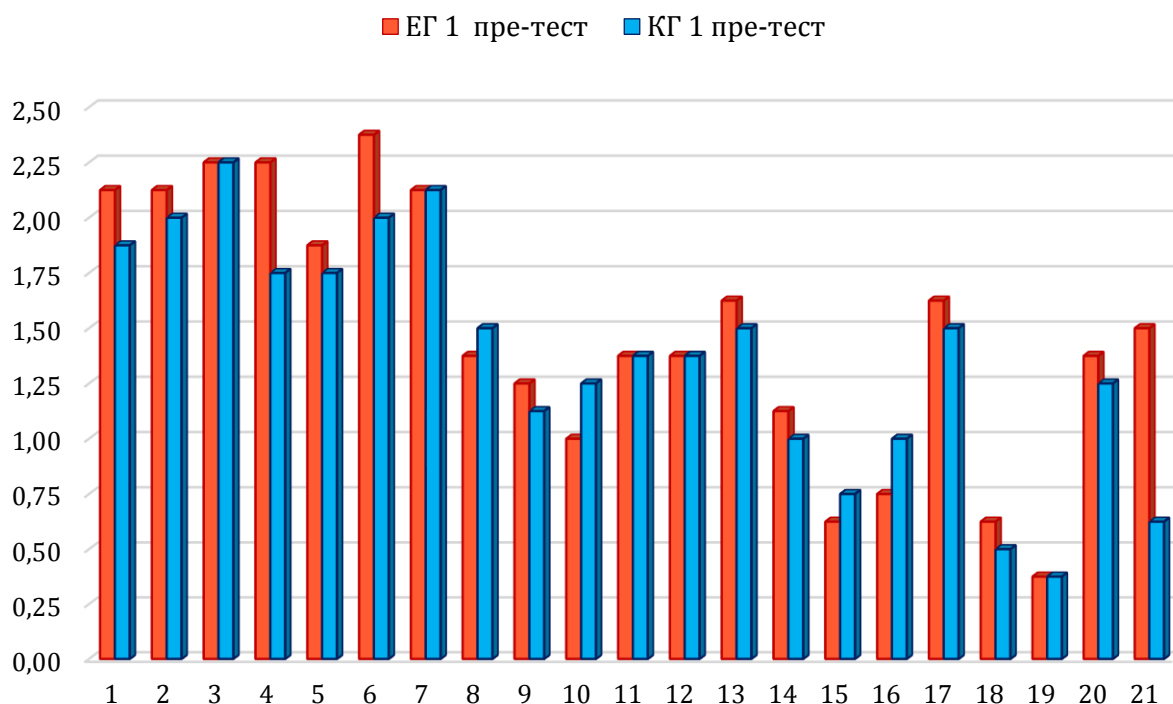
	Сума на рангове ЕГ1	Сума на рангове КГ1	U	Z	p-level
Критерий 1	71	65	29	0.315	0.753
Критерий 2	70	66	30	0.210	0.834
Критерий 3	66	70	30	-0.210	0.834
Обобщен критерий	71	65	29	0.315	0.753

Следователно, поради това, че $p > 0.05$, хипотезата за нулев ефект (нулевата хипотеза) не се отхвърля, т.е. двете групи имат една и съща начална степен на развитие по разглежданите критерии преди прилагане на концептуалният модел на изследването в експерименталната група ЕГ1.

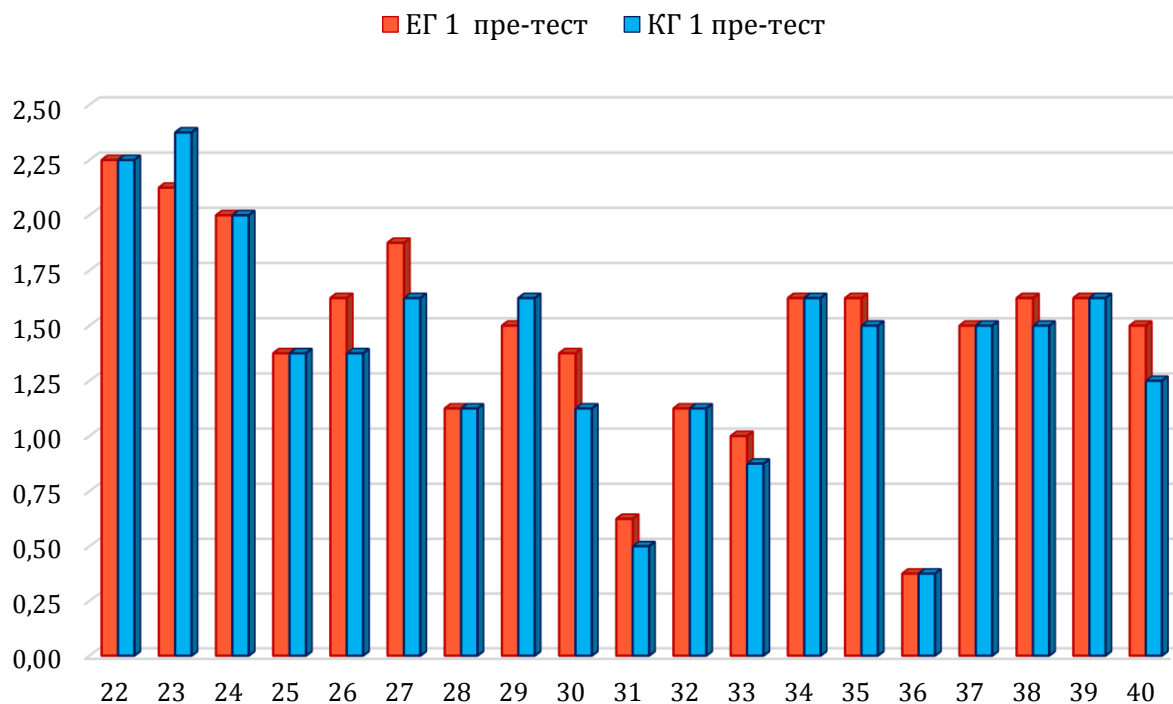
Този извод се потвърждава от средните стойности на индикаторите по всички критерии, получени при сравнителния анализ на ЕГ1 и КГ1 при Констатиращия експеримент (Фигура 116 ÷ Фигура 119).



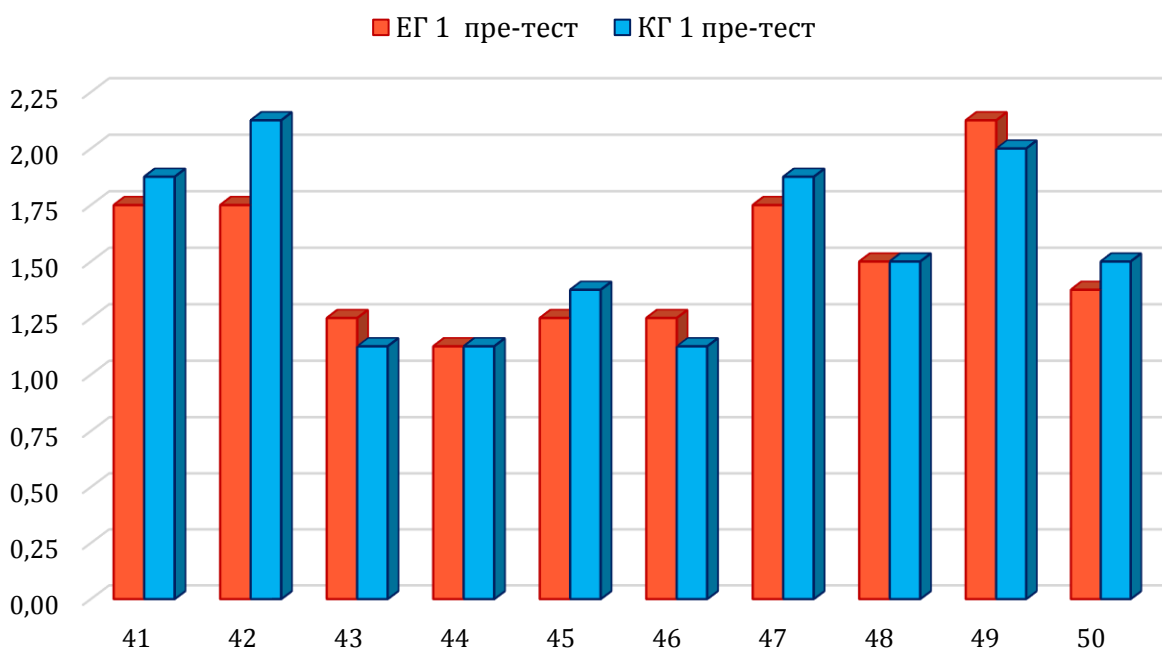
Фигура 116. Средни стойности на индикаторите на всички критерии при Констатиращия експеримент (суров бал)



Фигура 117. Средни стойности на индикаторите на Критерий 1 при Констатиращия експеримент



Фигура 118. Средни стойности на индикаторите на Критерий 2 при Констатиращия експеримент



Фигура 119. Средни стойности на индикаторите на Критерий 3 при Констатиращия експеримент

В Таблица 35 и Таблица 36 и Фигура 120 ÷ Фигура 123 са представени сравненията между двете групи при Контролния експеримент.

Таблица 35. Сравнение между експериментална ЕГ1 и контролна КГ1 група при Контролния експеримент – t-тест

	t-тест				F-тест			
	средно ЕГ1	средно КГ1	t(14)	p-level	SD – ЕГ1	SD – КГ1	F(7,7)	p-level
Критерий 1	65.875	41.375	2.884	0.012	19.045	14.657	1.688	0.506
Критерий 2	60.000	37.875	3.113	0.008	16.071	12.076	1.771	0.468
Критерий 3	34.125	21.875	4.029	0.001	6.379	5.768	1.223	0.797
Обобщен критерий	160.000	101.125	3.237	0.006	40.613	31.584	1.653	0.523

Всички различия по дадените критерии са статистически значими при $\alpha < 5\%$, където $p \in [0.001; 0.012]$ за *теста на Стюдънт*. Тези резултати се потвърждават от *теста на Ман-Уитни*.

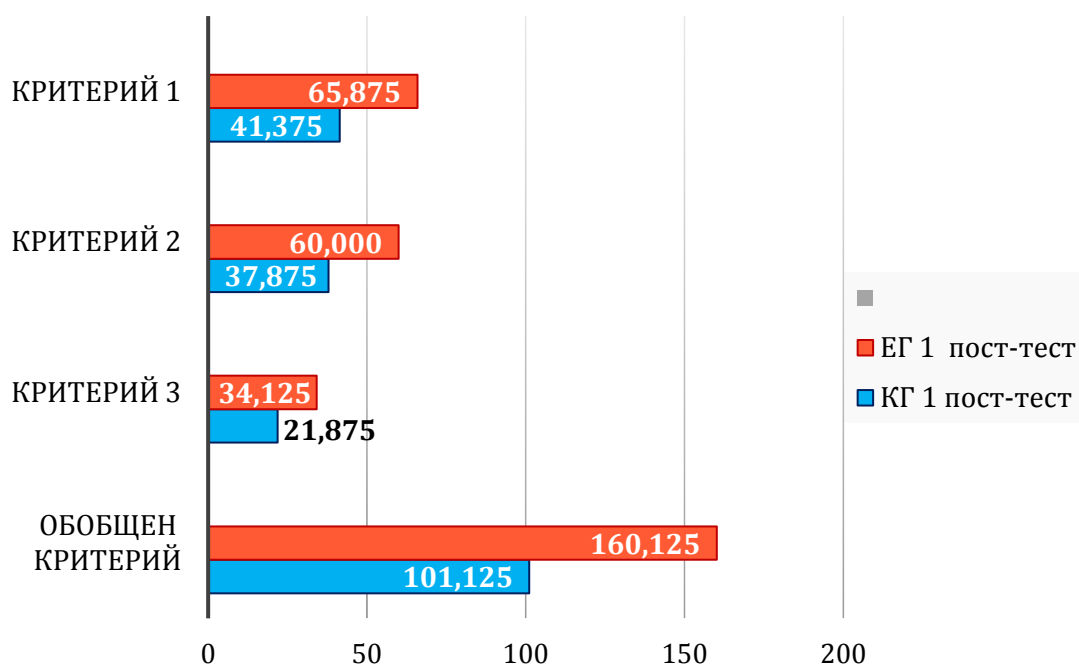
Таблица 36. Сравнение между експериментална ЕК1 и контролна КГ1 група при Контролния експеримент – тест на Ман-Уитни (суров бал)

	Сума на рангове ЕГ1	Сума на рангове КГ1	U	Z	p-level
Критерий 1	89.500	46.500	10.500	2.258	0.024
Критерий 2	91.000	45.000	9.000	2.415	0.016
Критерий 3	93.000	43.000	7.000	2.626	0.009
Обобщен критерий	90.000	46.000	10.000	2.310	0.021

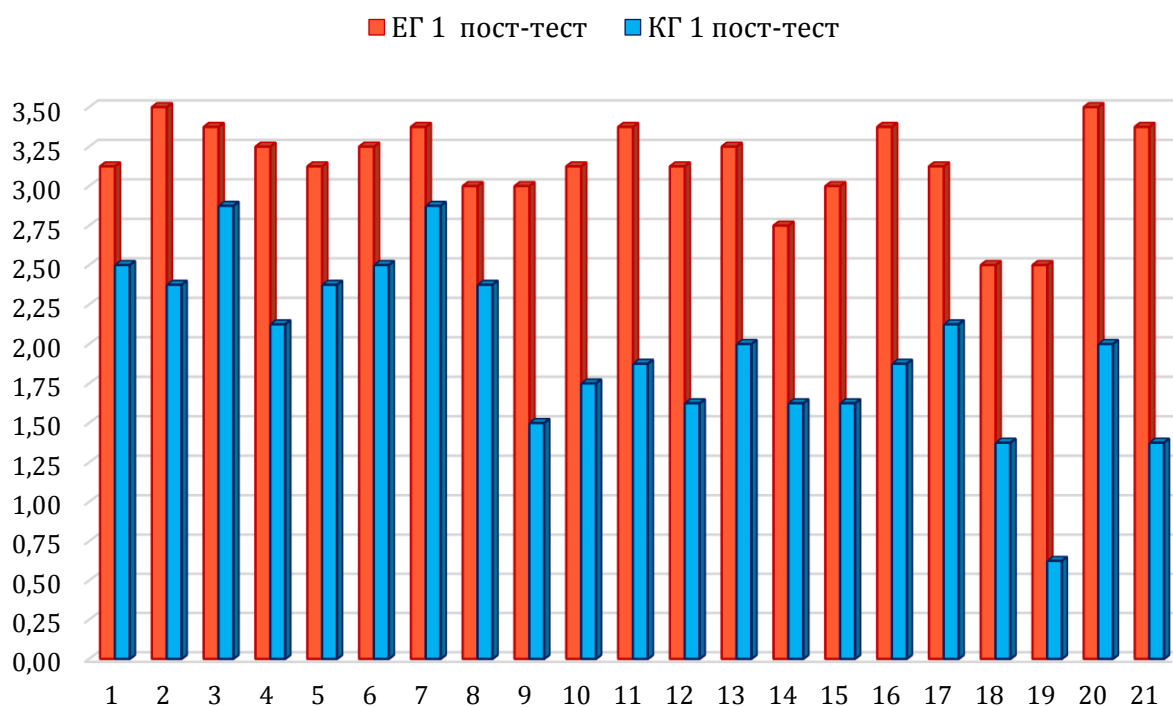
Всички различия по дадените критерии са статистически значими при Контролния експеримент.

Следователно, поради това, че $p < 0.05$, хипотезата за нулев ефект (нулевата хипотеза) се отхвърля, т.е. при двете групи се наблюдава значима разлика при изходящото измерване на степента на развитие по разглежданите критерии след прилагане на концептуалния модел на изследването, в ползва на експериментална група ЕГ1.

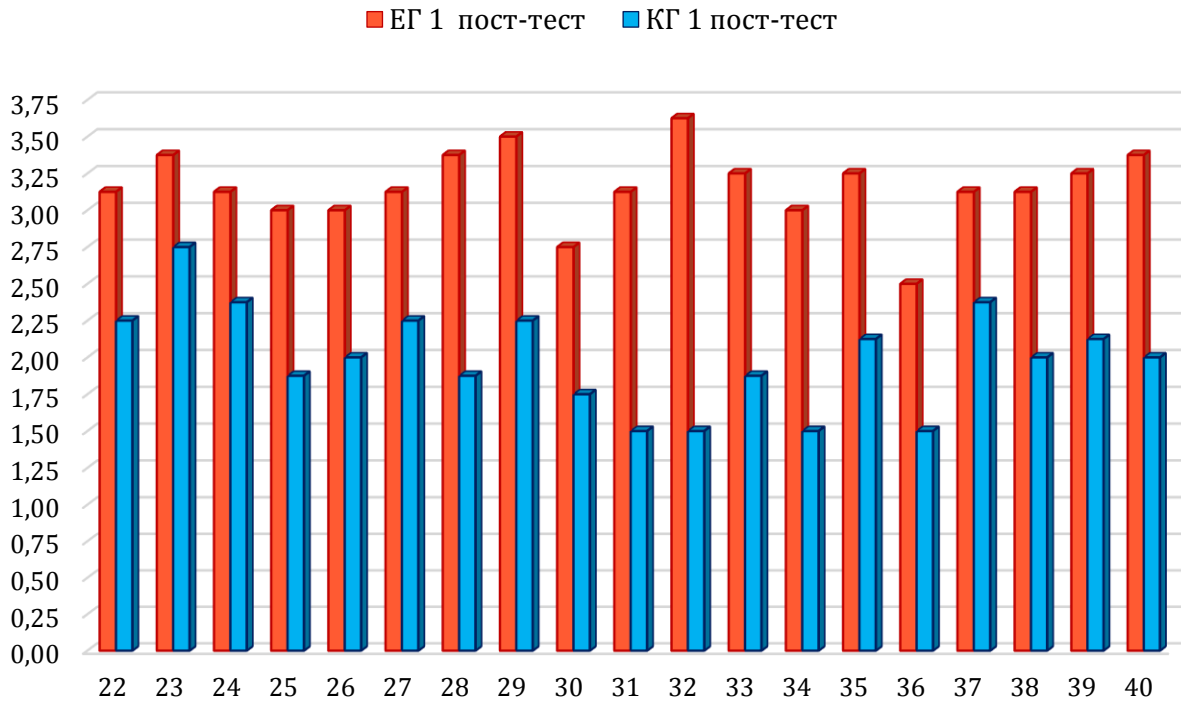
Този извод се потвърждава от средните стойности на индикаторите по всички критерии, получени при сравнителния анализ на ЕГ1 и КГ1 при Констатиращия експеримент (Фигура 120 ÷ Фигура 126).



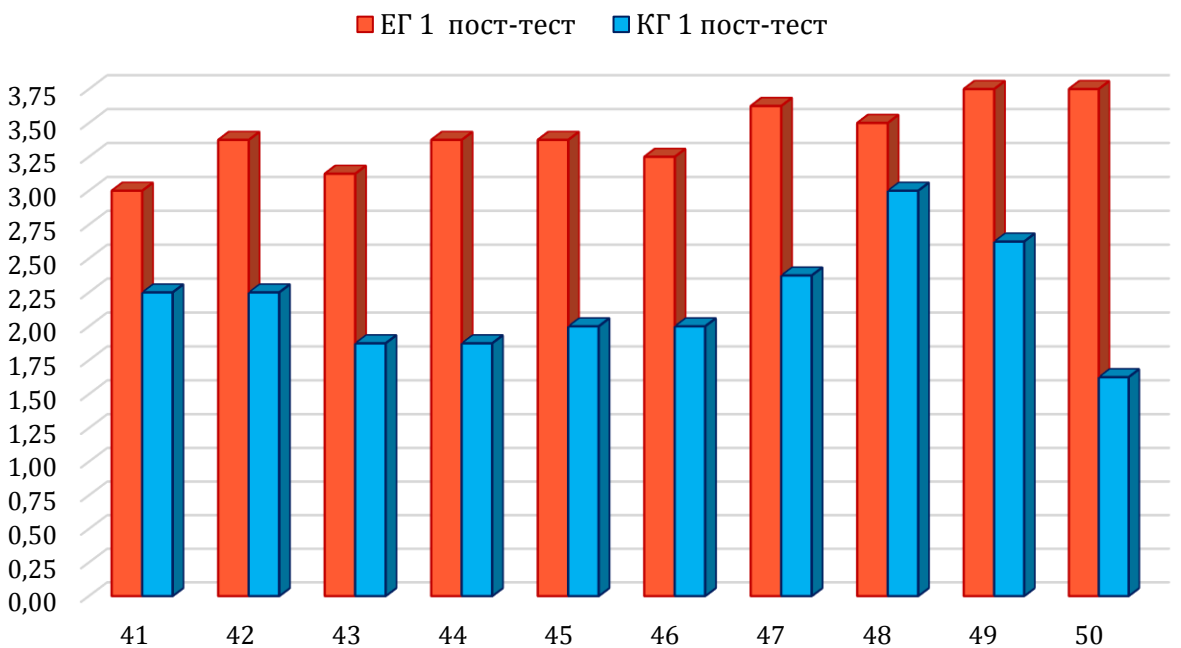
Фигура 120. Средни стойности на индикаторите на всички критерии при Контролен експеримент (Обобщение, суров бал)



Фигура 121. Средни стойности на индикаторите на Критерий 1 при Контролния експеримент



Фигура 122. Средни стойности на индикаторите на Критерий 2 при Контролния експеримент



Фигура 123. Средни стойности на индикаторите на Критерий 3 при Контролния експеримент

Следователно, сравнителният анализ на експерименталните резултати на експериментална група EG1 и контролна група KG1 на етап Констатиращ експеримент показва, че двете групи имат една и съща степен на развитие на съответните изследвани качества по разглежданите критерии, което доказва, че групите са формирани статистически правилно.

Сравнителният анализ на резултатите от Контролния експеримент показва, че при двете групи, експериментална ЕГ1 и контролна КГ1, се установява развитие на изследваните характеристики след обучение по дисциплината Училищен курс по геометрия като:

- ◆ при контролната група КГ1 степента на развитие е по-ниска, което е резултат от традиционните взаимодействия;
- ◆ при експерименталната група ЕГ1 степента на развитие е значително по-висока, което е резултат от приложените експериментални взаимодействия.

С това се потвърждава издигната в дисертационното изследване хипотеза.

3.3.3. Анализ на контрастите между експериментите

Сравнителният анализ на резултатите от Констатиращия експеримент и от Контролния експеримент за всяка от групите ЕГ1 и КГ1 е осъществен с теста на Стюдънт за зависими извадки (Таблица 37, Таблица 38).

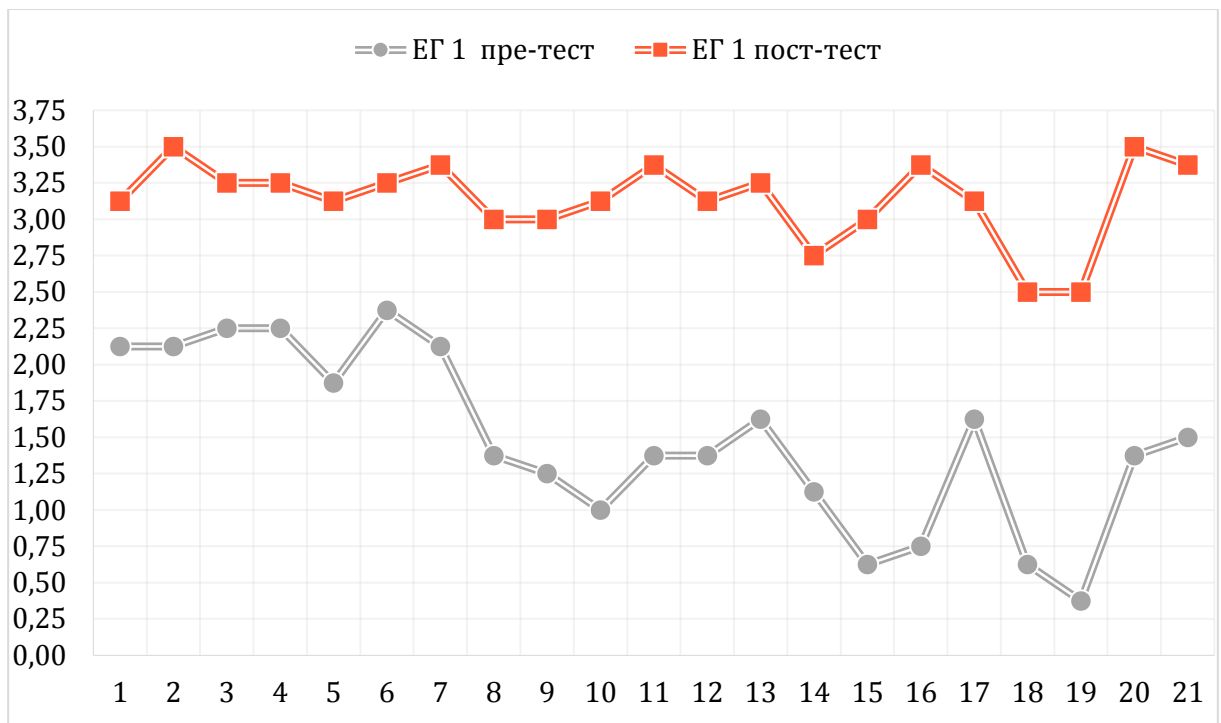
Средните стойности на индикаторите по всички критерии, получени при сравнителните анализи на Констатиращия експеримент и Контролния експеримент, са представени за група ЕГ1 на Фигура 69 ÷ Фигура 71 и за група КГ1 - Фигура 72 ÷ Фигура 74.

Таблица 37. Сравнение между Констатиращия експеримент и Контролния експеримент при КГ1 – тест на Стюдънт (суров бал)

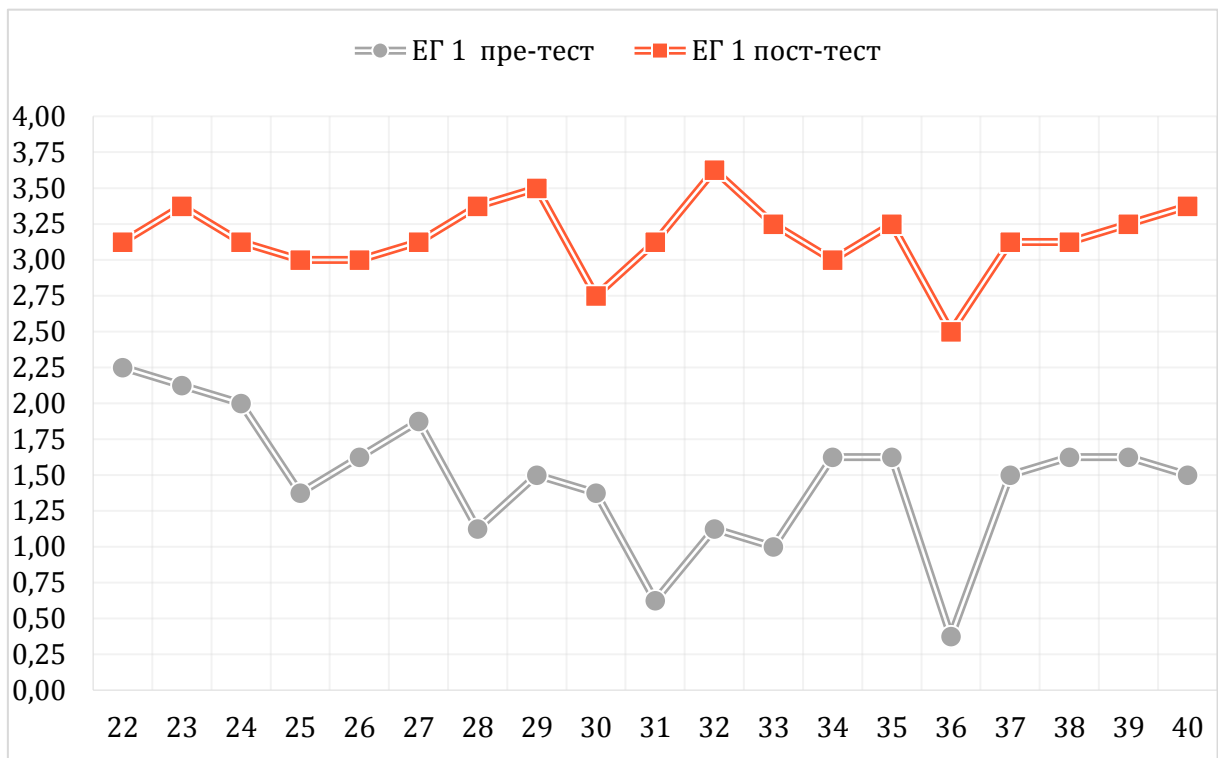
	Средно Констатиращия експеримент	Средно Контролен експеримент	t(7)	p-level
Критерий 1	28.875	41.375	-8.268	0.000
Критерий 2	26.750	37.875	-5.733	0.000
Критерий 3	15.625	21.875	-7.850	0.000
Обобщен критерий	71.250	101.125	-8.373	0.000

Таблица 38. Сравнение между Констатиращия експеримент и Контролния експеримент при ЕГ1 – тест на Стюдънт (суров бал)

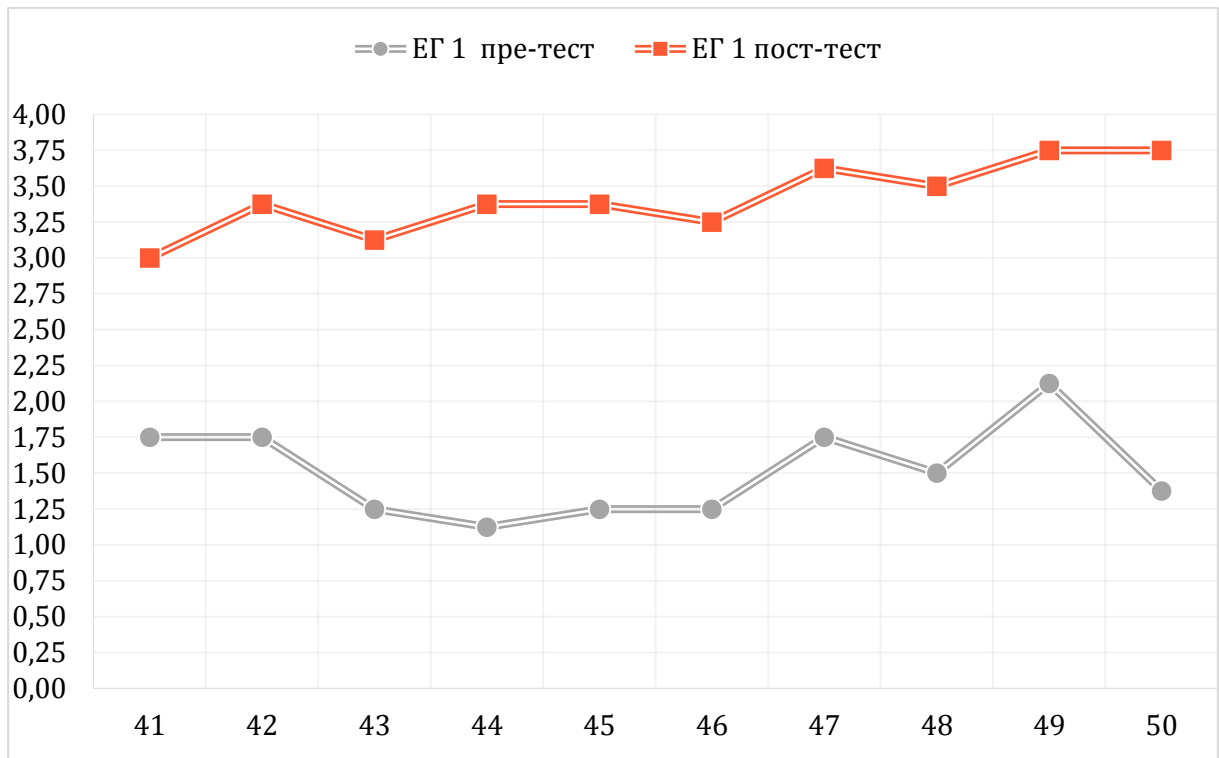
	Средно Констатиращия експеримент	Средно Контролен експеримент	t(7)	p-level
Критерий 1	31.125	65.875	-11.073	0.000
Критерий 2	27.875	60.000	-11.918	0.000
Критерий 3	15.125	34.125	-11.103	0.000
Обобщен критерий	74.125	160.000	-12.015	0.000



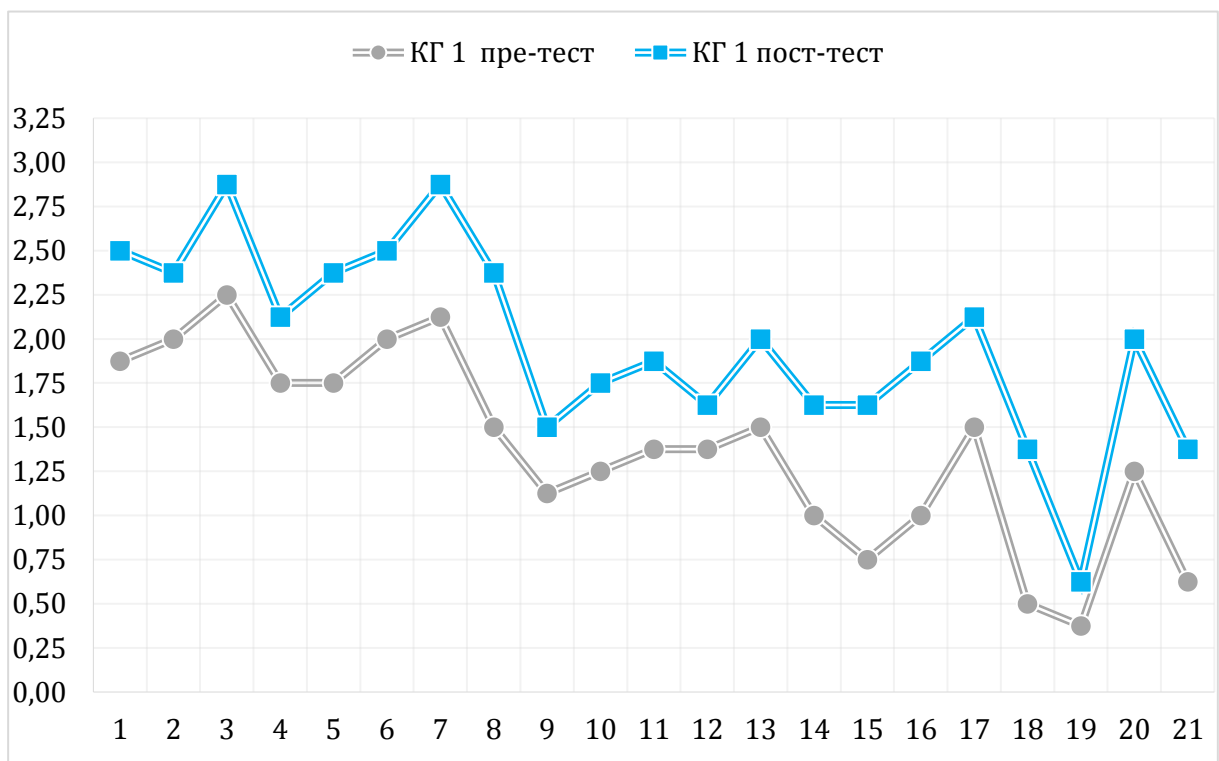
Фигура 124. Средни стойности на индикаторите на Критерий 1 между Констатиращия експеримент и Контролния експеримент при EG1



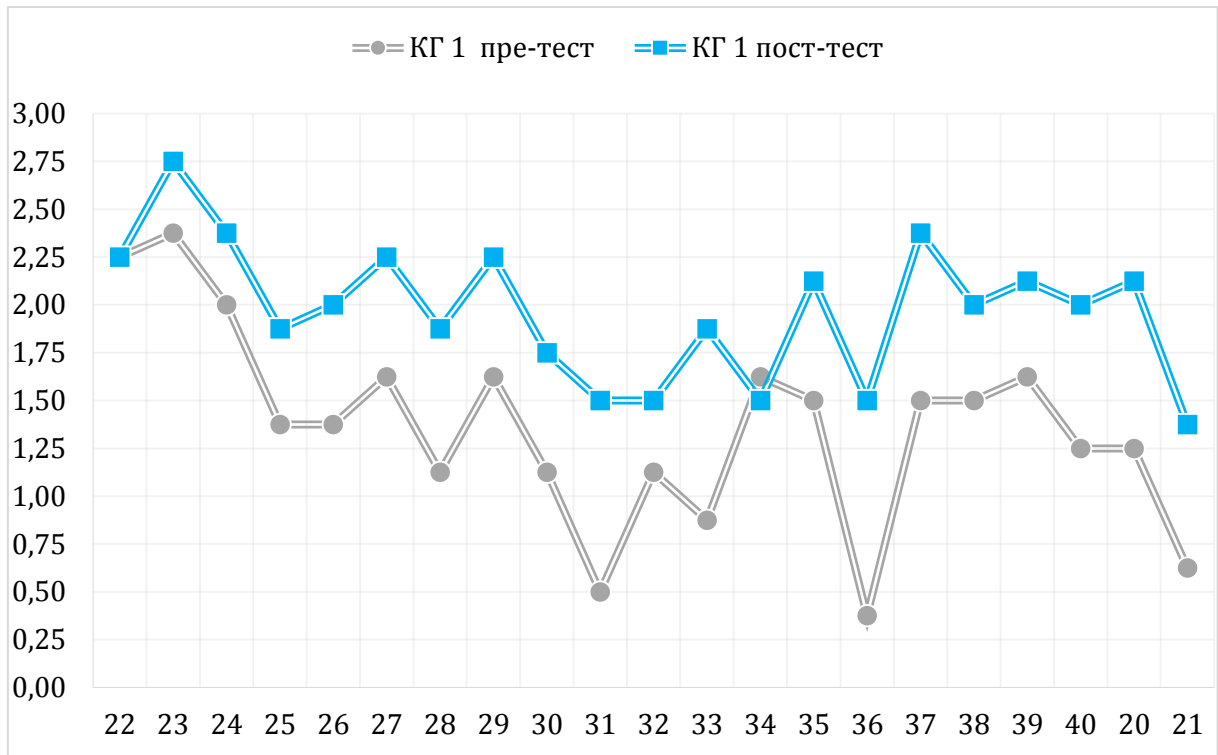
Фигура 125. Средни стойности на индикаторите на Критерий 2 между Констатиращия експеримент и Контролния експеримент при EG1



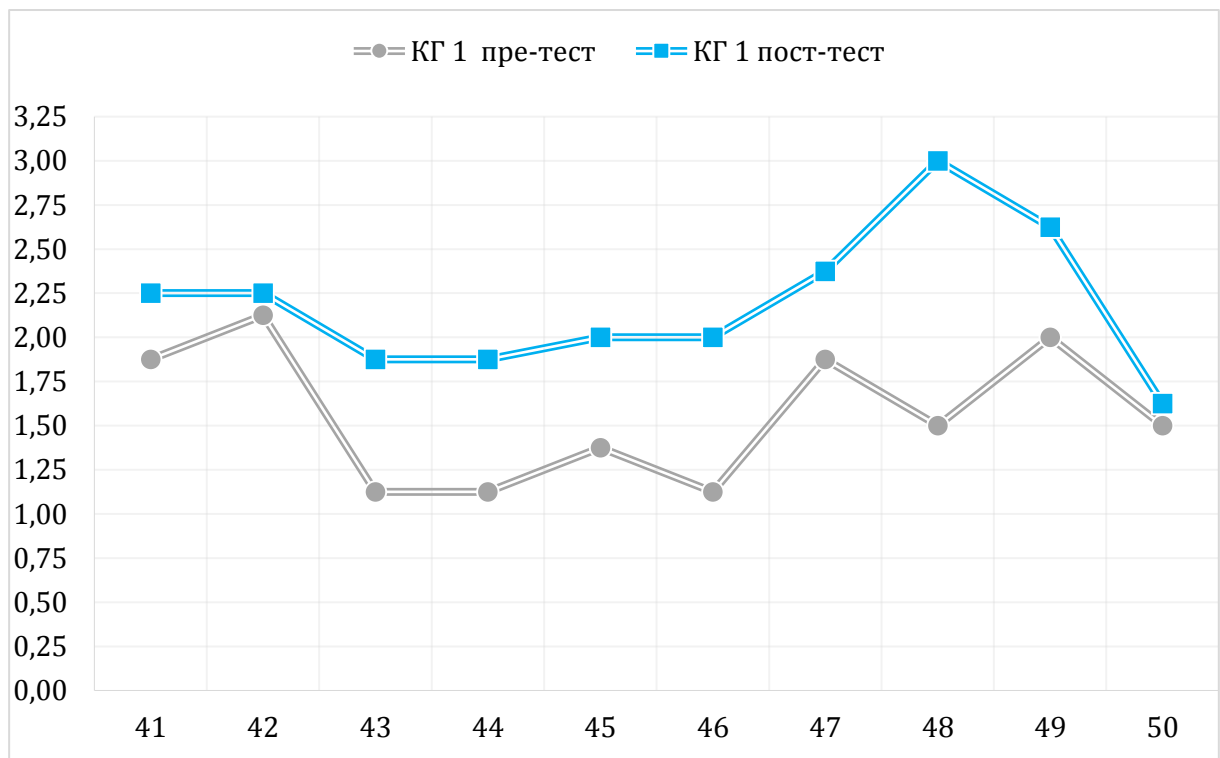
Фигура 126. Средни стойности на индикаторите на Критерий 3 между Констатиращия експеримент и Контролния експеримент при ЕГ1



Фигура 127. Средни стойности на индикаторите на Критерий 1 между Констатиращия експеримент и Контролния експеримент при КГ1



Фигура 128. Средни стойности на индикаторите на Критерий 2 между Констатиращия експеримент и Контролния експеримент КГ1



Фигура 129. Средни стойности на индикаторите на Критерий 3 между Констатиращия експеримент и Контролния експеримент КГ1

Изследването върху контрастите между Констатиращия експеримент и Контролния експеримент показва развитие на изследваните характеристики и при двете групи, но при експерименталната група ЕК1 този ефект е по-силно изразен, което е резултат от приложените психолого-педагогически взаимодействия на концептуалния модел, с което се потвърждава издигната хипотеза на дисертационния труд.

3.4. Анализ на експерименталните резултати при План на Соломон с четири групи

3.4.1. План на Соломон с четири групи

При Плана на Соломон с четири групи се използва дисперсионен анализ *тип 2x2 ANOVA* (M. Braver, S. Braver, 1988, с. 151; U. Pattar и др, 2012, с. 349) на резултатите, констатирани при Контролния експеримент при всички групи, които участват в изследването (Таблица 39). Този анализ се прилага за Критери 1 ÷ 3 и за Обобщения критерий.

Таблица 39. Схема на дисперсионен анализ 2x2 за статистическа проверка

ПРЕ-ТЕСТ	ЕКСПЕРИМЕНТАЛНИ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ	ТРАДИЦИОННИ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ
ИЗПЪЛНЕН	ЕГ1	КГ1
НЕИЗПЪЛНЕН	ЕГ2	КГ2

Проверяват се три нулеви хипотези, две от тях се отнасят за главните ефекти на факторите "група" - експериментална група, ЕГ1 и ЕГ2, или контролна група, КГ1 и КГ2, и "пре-тест" - изпълнено или не входящо измерване.

В Таблица 40 и Таблица 41 са представени резултатите за Критерий 1 *Степен на формиране на компетентности за интегриране на GeoGebra приложения в задачи по геометрия*.

Таблица 40. Резултати за Критерий 1

ФАКТОР	F(1,28)	p-value
"група"	11.156	0.002
"пре-тест"	0.613	0.440
"група" x "пре-тест"	0.198	0.660

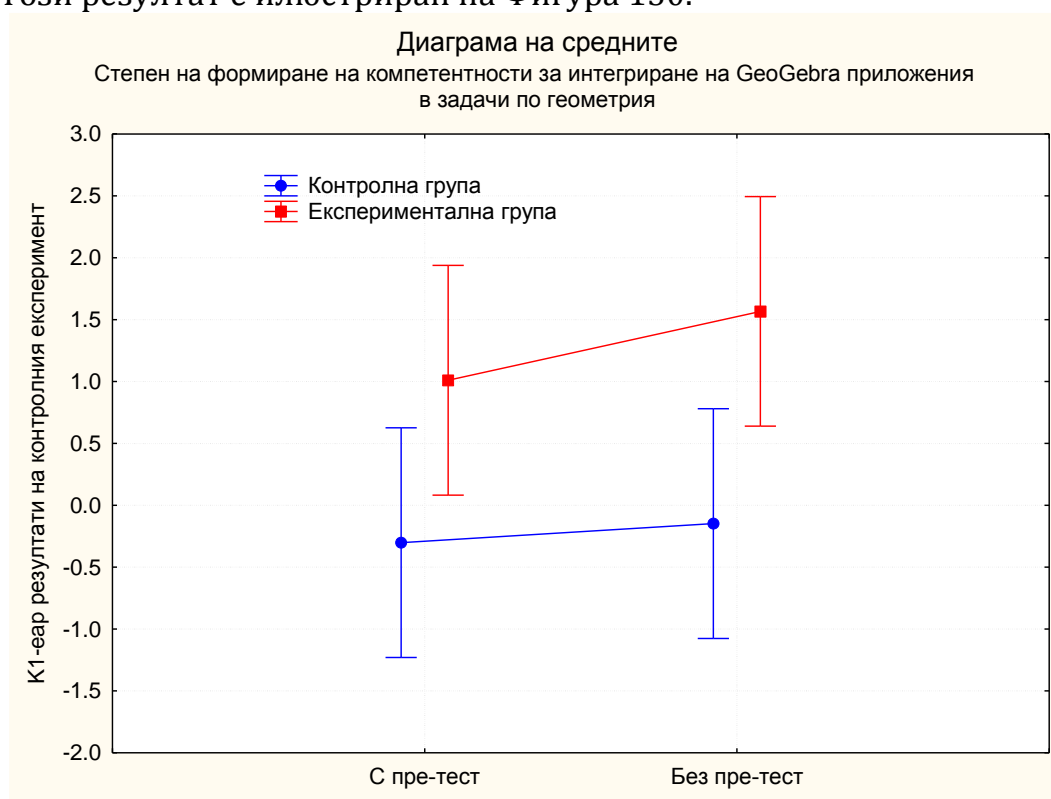
Главният ефект на фактора "група" [F(1,28) = 11.156; p = 0.002] е силно статистически значим по отношение на експерименталната група под бариерната стойност от 1%. Останалите два ефекта, ефект на фактора "пре-тест" [F(1,28) = 0.613; p = 0.440] и ефект на взаимодействие "група" x "пре-тест" [F(1,28) = 0.198; p = 0.660], са незначими.

За повече детайли са приведени резултатите от *Post-Hoc* анализа (Таблица 41).

Таблица 41. Резултати за Критерий 1 от Post-Hoc анализа

	ГРУПА	ПРЕ-ТЕСТ	{1}	{2}	{3}	{4}
{1}	Контролна КГ2	Без пре-тест		0.813	0.050	0.007
{2}	Контролна КГ1	С пре-тест	0.813		0.081	0.012
{3}	Експериментална ЕГ2	Без пре-тест	0.050	0.081		0.392
{4}	Експериментална ЕГ1	С пре-тест	0.007	0.012	0.392	

Този резултат е илюстриран на Фигура 130.



Фигура 130. Диаграма на средните за Критерий 1

В Таблица 42 и Таблица 43 са представени резултатите за Критерий 2 *Степен на формиране на компетентности за интегриране на GeoGebra приложения в самостоятелно разработена тема по геометрия.*

Таблица 42. Резултати за критерий 2

ФАКТОР	F(1,28)	p-value
"група"	15.169	0.001
"пре-тест"	0.798	0.379
"група" x "пре-тест"	0.321	0.575

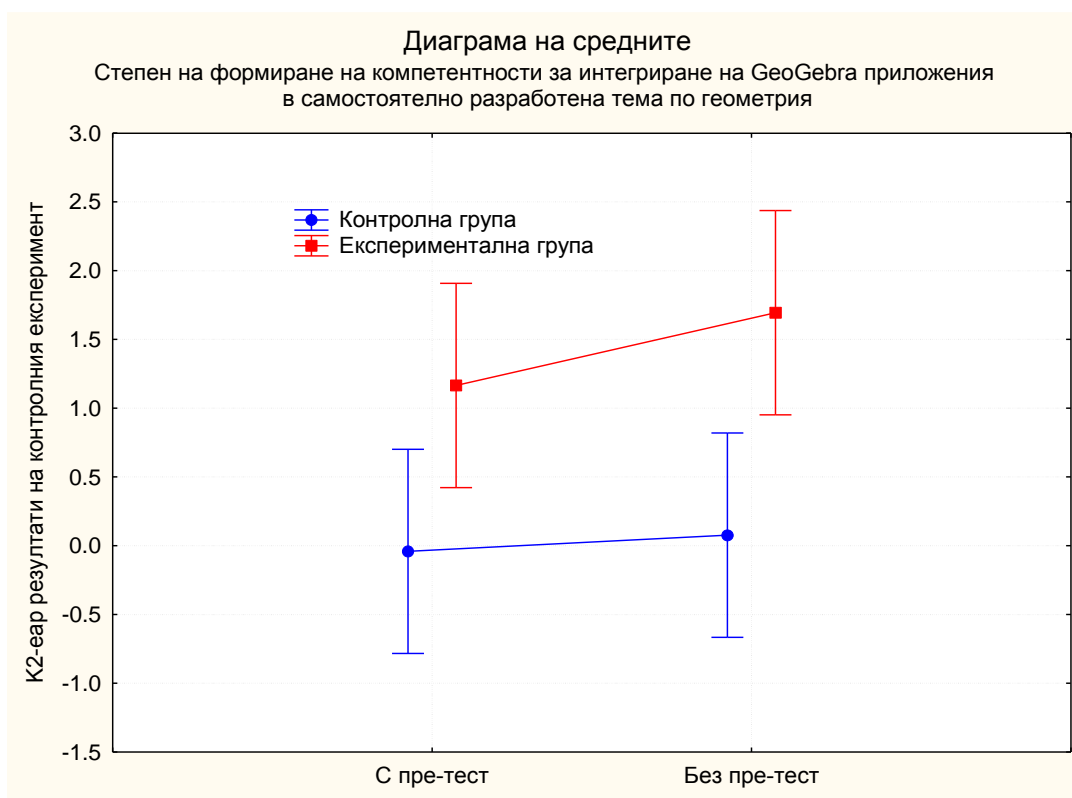
Главният ефект на фактора "група" [$F(1,28) = 15.169$; $p = 0.001$] е силно статистически значим. Останалите два ефекта са незначими.

За повече детайли са приведени резултатите от *Post-Hoc* анализа.

Таблица 43. Резултати за критерий 2 от Post-Hoc анализа

	ГРУПА	ПРЕ-ТЕСТ	{1}	{2}	{3}	{4}
{1}	Контролна КГ2	Без пре-тест		0.819	0.026	0.002
{2}	Контролна КГ1	С пре-тест	0.819		0.043	0.004
{3}	Експериментална ЕГ2	Без пре-тест	0.026	0.043		0.311
{4}	Експериментална ЕГ1	С пре-тест	0.002	0.004	0.311	

Резултатът е илюстриран на Фигура 131.



Фигура 131. Диаграма на средните за Критерий 2

В Таблица 44 и Таблица 45 са представени резултатите за Критерий 3 *Степен на развиване на компетентности за представяне на самостоятелно разработена тема по геометрия.*

Таблица 44. Резултати за критерий 3

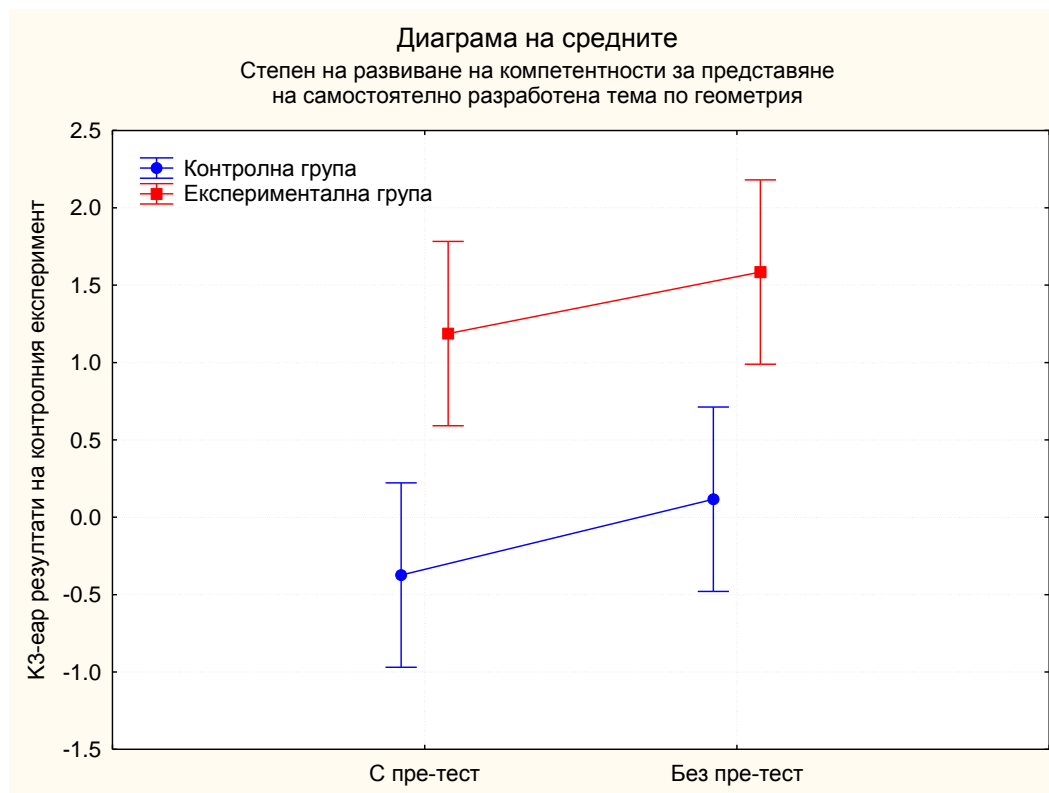
ФАКТОР	F(1,28)	p-value
"група"	27.118	0.000
" претест "	2.332	0.138
"група" x " претест "	0.026	0.874

Главният ефект на фактора "група" [$F(1,28) = 27.118$; $p < 0.001$] е силно статистически значим. Останалите два ефекта са незначими. За повече детайли са приведени резултатите от *Post-Hoc* анализа (Таблица 45).

Таблица 45. Резултати за Критерий 3 от *Post-Hoc* анализа

	ГРУПА	ПРЕ-ТЕСТ	{1}	{2}	{3}	{4}
{1}	Контролна КГ2	Без пре-тест		0.243	0.001	0.000
{2}	Контролна КГ1	С пре-тест	0.243		0.015	0.001
{3}	Експериментална ЕГ2	Без пре-тест	0.001	0.015		0.342
{4}	експериментална ЕГ1	С пре-тест	0.000	0.001	0.342	

Резултатът е илюстриран на Фигура 132.



Фигура 132. Диаграма на средните за Критерий 3

В Таблица 46 и Таблица 47 са представени резултатите за Обобщения критерий *Степен на формиране и развиване на компетентности за интегриране на GeoGebra приложения в самостоятелно разработени теми от училищния курс по геометрия и на компетентности за тяхното представяне.*

Таблица 46. Резултати за обобщения критерий

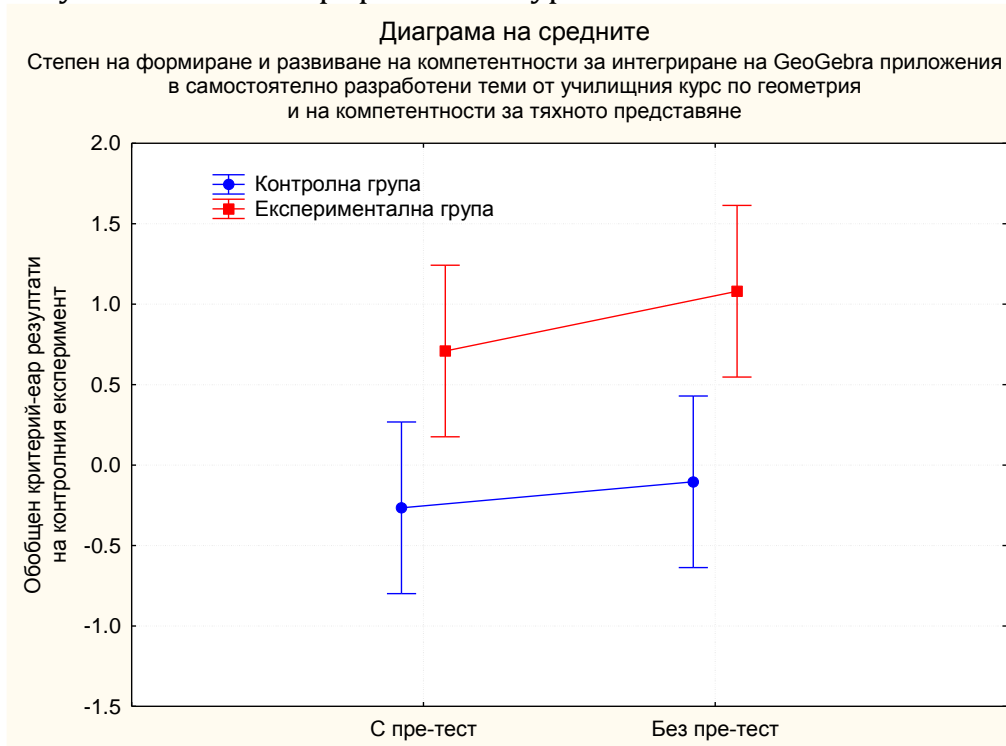
ФАКТОР	F(1,28)	p-value
"група"	17.174	0.000
"претест"	1.048	0.315
"група" x "претест"	0.162	0.690

Главният ефект на фактора "група" [$F(1,28) = 17.174$; $p < 0.001$] е статистически значим. Останалите два ефекта са незначими. За повече детайли са приведени резултатите от *Post-Hoc анализа* (Таблица 47).

Таблица 47. Резултати за Обобщения критерий от Post-Hoc анализа

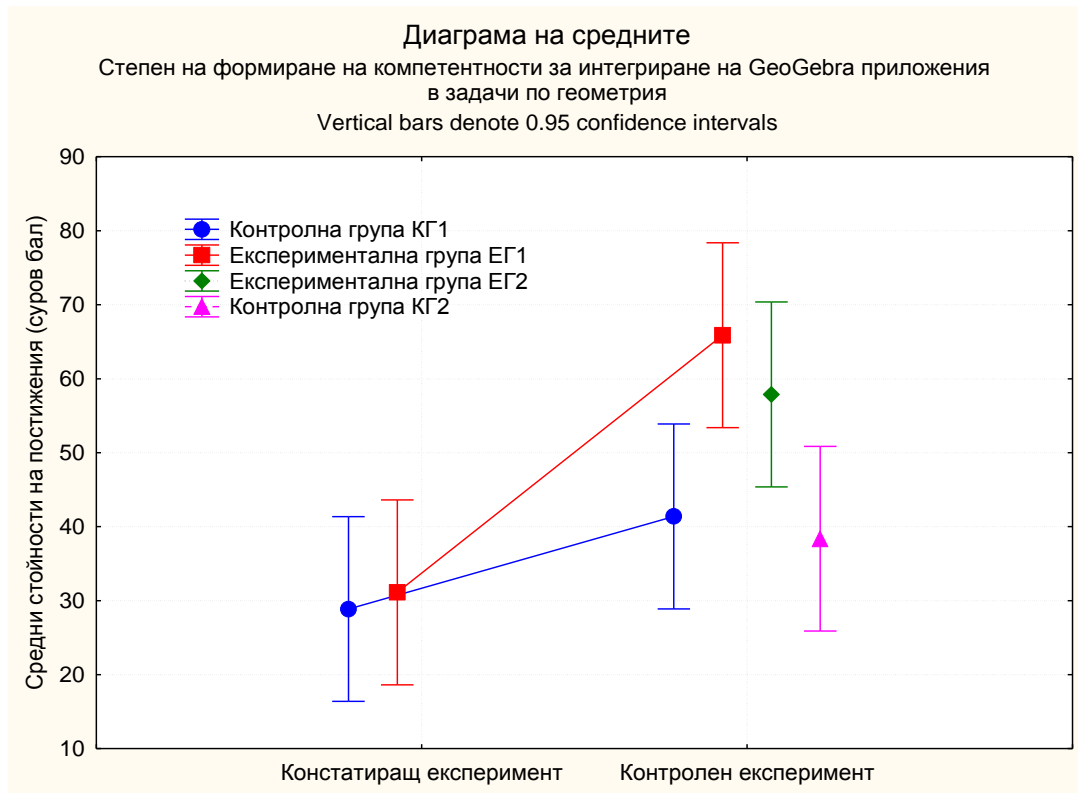
	ГРУПА	ПРЕ-ТЕСТ	{1}	{2}	{3}	{4}
{1}	Контролна КГ2	Без пре-тест		0.664	0.013	0.001
{2}	Контролна КГ1	С пре-тест	0.664		0.036	0.003
{3}	Експериментална ЕГ2	Без пре-тест	0.013	0.036		0.322
{4}	Експериментална ЕГ1	С пре-тест	0.001	0.003	0.322	

Резултатът е илюстриран на Фигура 133.

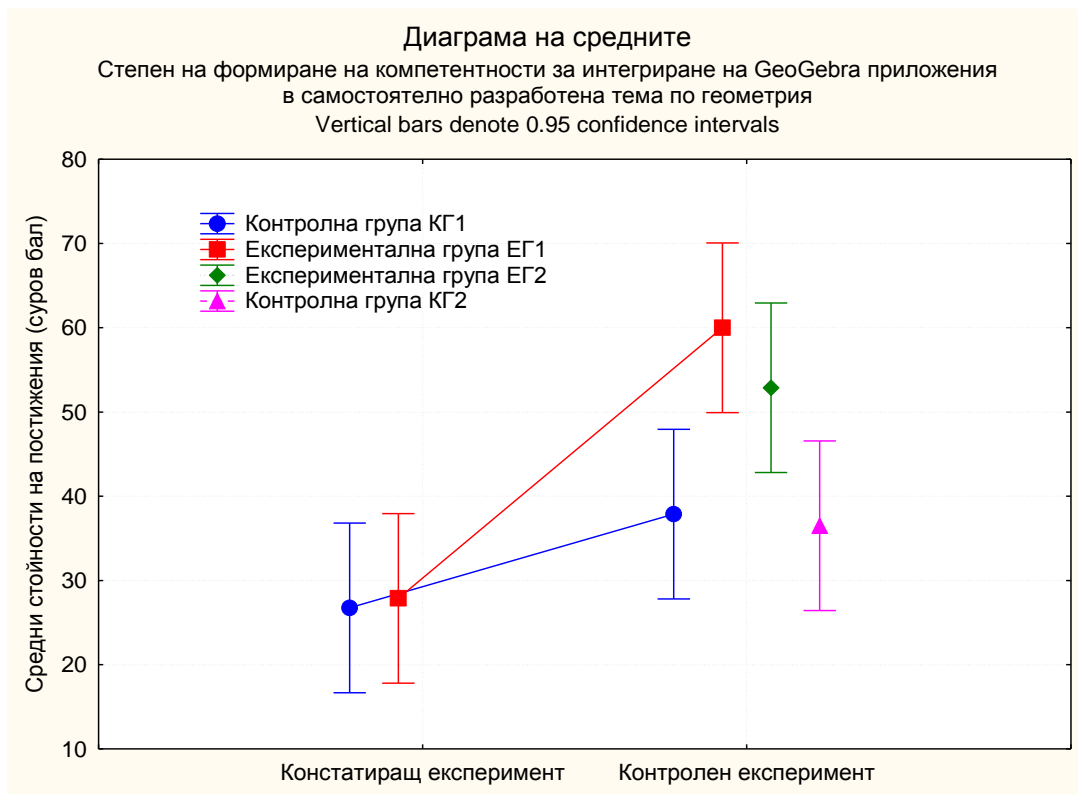


Фигура 133. Диаграма на средните за Обобщения критерий

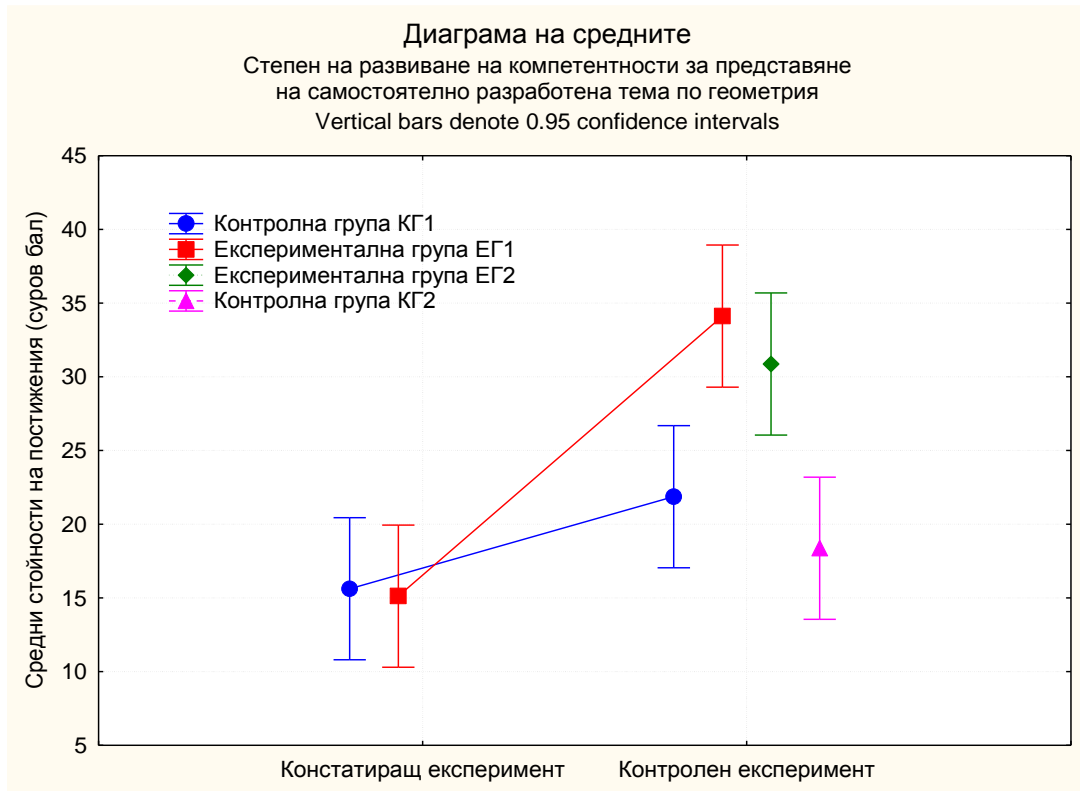
**Обобщено представяне на експерименталните резултати при
Плана на Соломон с четири групи
(Фигура 134 ÷ Фигура 137)**



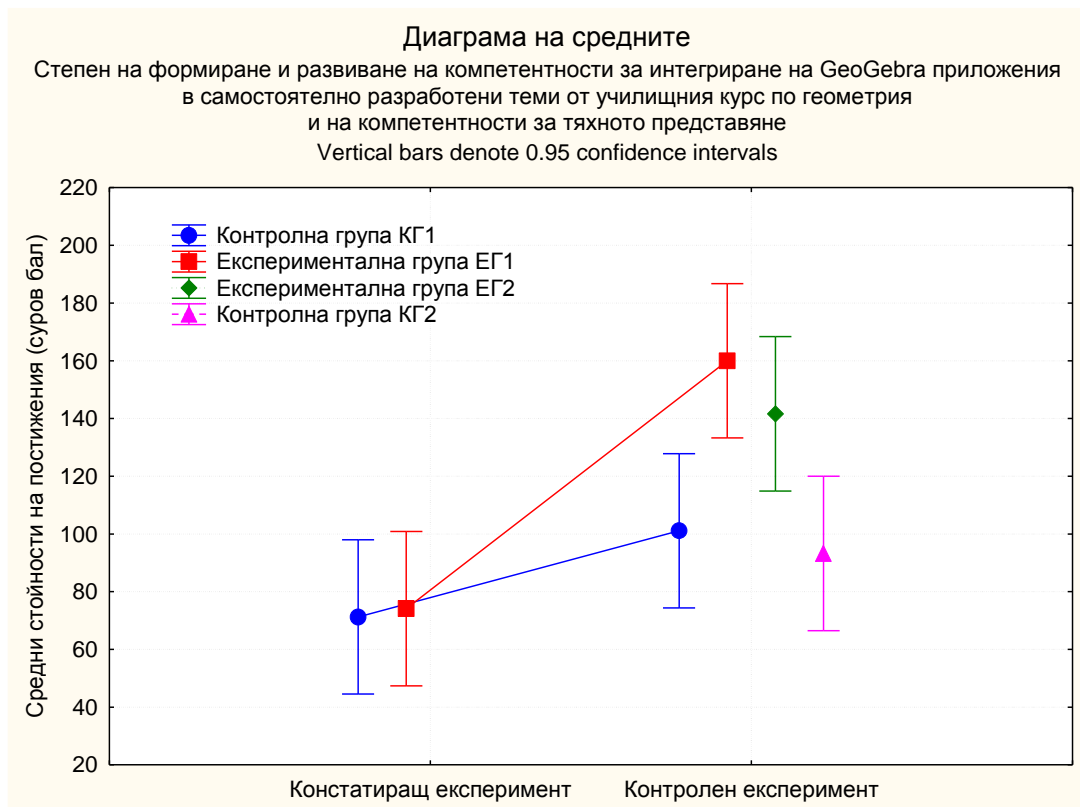
Фигура 134. Диаграма на средните на Критерий 1 по Плана на Соломон за четири групи



Фигура 135. Диаграма на средните на Критерий 2 по Плана на Соломон за четири групи



Фигура 136. Диаграма на средните на Критерий 3 по Плана на Соломон за четири групи



Фигура 137. Диаграма на средните на Обобщения критерий по Плана на Соломон за четири групи

Следователно, главният ефект на фактора "група" по всички критерии е силно статистически значим по отношение на експерименталната група, ЕГ1 и ЕГ2. Отсъства значим главен ефект на факторите "пре-тест" и „група“ x „пре-тест“.

Може да се обобщи, че в съответствие със статистическата методология на Плана на Соломон с четири групи експерименталните взаимодействия имат много по-силен ефект от традиционните взаимодействия, с което се потвърждава издигната хипотеза, че целенасоченото прилагане на авторски педагогически технологии в обучението на студентите по дисциплината Училищен курс по геометрия формира и развива компетентности за интегриране на GeoGebra приложения в самостоятелно разработени теми от училищния курс по геометрия и съдейства за постигане на висока степен на развитие на компетентности за тяхното представяне.

3.4.2. Анализ на контрастите на експерименталните с контролните групи

Представени са допълнителни статистически доказателства към Плана на Соломон с четири групи посредством тестовете на Стюдънт за независими извадки, тест на Фишър (Таблица 48) и тест на Ман-Уитни (Таблица 49).

Сравнителният анализ обхваща групата, която обединява ЕГ1 и ЕГ2, и група, която обединява КГ1 и КГ2, всяка от които включва по 16 студенти. Всички различия по дадените критерии са силно статистически значими в полза на експерименталната група при 1% по теста на Стюдънт, като резултатът се потвърждава от теста на Ман-Уитни.

Таблица 48. Сравнение между групата ЕГ1 и ЕГ2 и групата КГ1 и КГ2 при Контролния екперимент – t-тест (суров бал)

	t-тест				F-тест			
	Средно ЕГ1 и ЕГ2	Средно КГ1 и КГ2	t(30)	p-level	SD – ЕГ1 и ЕГ2	SD – КГ1 и КГ2	F(15,15)	p-level
Критерий 1	61.875	39.875	3.480	0.002	20.116	15.327	1.723	0.303
Критерий 2	56.438	37.188	3.934	0.000	16.387	10.703	2.344	0.110
Критерий 3	32.500	20.125	5.342	0.000	7.033	6.032	1.360	0.559
Обобщен критерий	150.812	97.188	4.059	0.000	42.830	30.946	1.916	0.220

Таблица 49. Сравнение между групата ЕГ1 и ЕГ2 и групата КГ1 и КГ2 при Контролния експеримент – тест на Ман-Уитни (суров бал)

	Сума на рангове ЕГ1 и ЕГ2	Сума на рангове КГ1 и КГ2	U	Z	p-level
Критерий 1	345.000	183.000	47.000	3.053	0.002
Критерий 2	341.000	187.000	51.000	2.902	0.004
Критерий 3	366.500	161.500	25.500	3.863	0.000
Обобщен критерий	347.500	180.500	44.500	3.147	0.002

Анализът на контраста на групата с пре-тест, ЕГ1 и КГ1, с група без пре-тест, ЕГ2 и КГ2, е осъществен посредством *теста на Стюдънт за независими извадки, теста на Фишър* (Таблица 50) и *теста на Ман-Уитни* (Таблица 51). Всяка от групите включва по 16 студенти.

Всички различия по изследваните критерии са статистически незначими за средното по *теста на Стюдънт* и за дисперсиите по *теста на Фишер*, като резултатите се потвърждават от *теста на Ман-Уитни*.

Таблица 50. Сравнение между групата с пре-тест и група без пре-тест при Контролния експеримент – t-тест (суров бал)

	t-тест				F-тест			
	Средно ЕГ1 и КГ1	Средно ЕГ2 и КГ2	t(30)	p-level	SD - за ЕГ1 и КГ1	SD - за ЕГ2 и КГ2	F(15,15)	p-level
Критерий 1	53.625	48.125	0.741	0.464	20.726	21.260	1.052	0.923
Критерий 2	48.938	44.688	0.711	0.482	17.864	15.873	1.267	0.653
Критерий 3	28.000	24.625	1.062	0.297	8.633	9.323	1.166	0.770
Обобщен критерий	130.563	117.438	0.807	0.426	46.471	45.544	1.041	0.939

Таблица 51. Сравнение между групата с пре-тест и група без пре-тест при Контролния експеримент – тест на Ман-Уитни (суров бал)

	Сума на рангове за ЕГ1 и КГ1	Сума на рангове за ЕГ2 и КГ2	U	Z	p-level
Критерий 1	278.5	249.5	113.5	0.546	0.585
Критерий 2	281.0	247.0	111.0	0.641	0.522
Критерий 3	288.5	239.5	103.5	0.923	0.356
Обобщен критерий	285.5	242.5	106.5	0.810	0.418

Сравнителният анализ показва статистически значим ефект в ползва на експерименталната група по всички изследвани критерии на етап Контролен експеримент.

Отсъства статистически значим ефект при сравнение на експерименталните резултати на групата с пре-тест, ЕГ1 и КГ1, и група без пре-тест, ЕГ2 и КГ2, което показва, че изискванията за разработване на самостоятелна тема по геометрия с интегриране на GeoGebra приложения, включени в експерименталното изследване на етап Констатиращ експеримент и Контролен експеримент, не оказват статистически значимо влияние върху формирането и развиването на изследваните качества на студентите.

Следователно, статистически значимият ефект на формирането и развиването на специфичните изследвани компетентности на студентите от експерименталните групи е резултат от приложените педагогически технологии, с което се потвърждава издигнатата хипотеза.

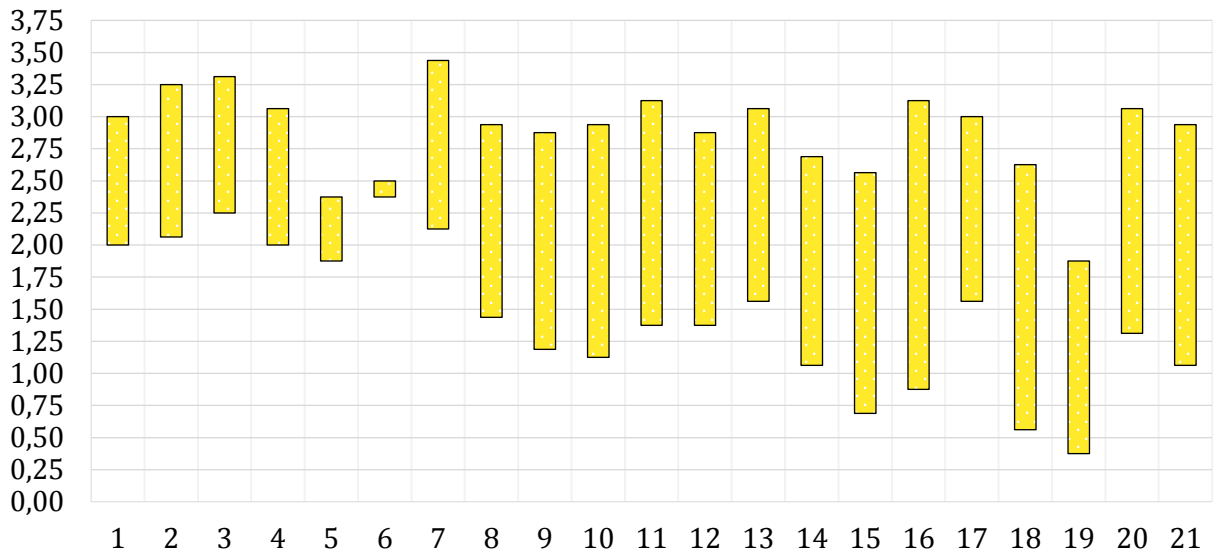
Получените резултати при Планът на Соломон с четири групи и Основния експериментален план с две групи се явяват достатъчни за доказване на положителния ефект на психолого-педагогическите взаимодействия в дидактическото въздействие върху експерименталните групи и не се налагат допълнителни изследвания при Плана с контролна група и тестиране само след въздействието.

3.5. Качествен анализ на резултатите

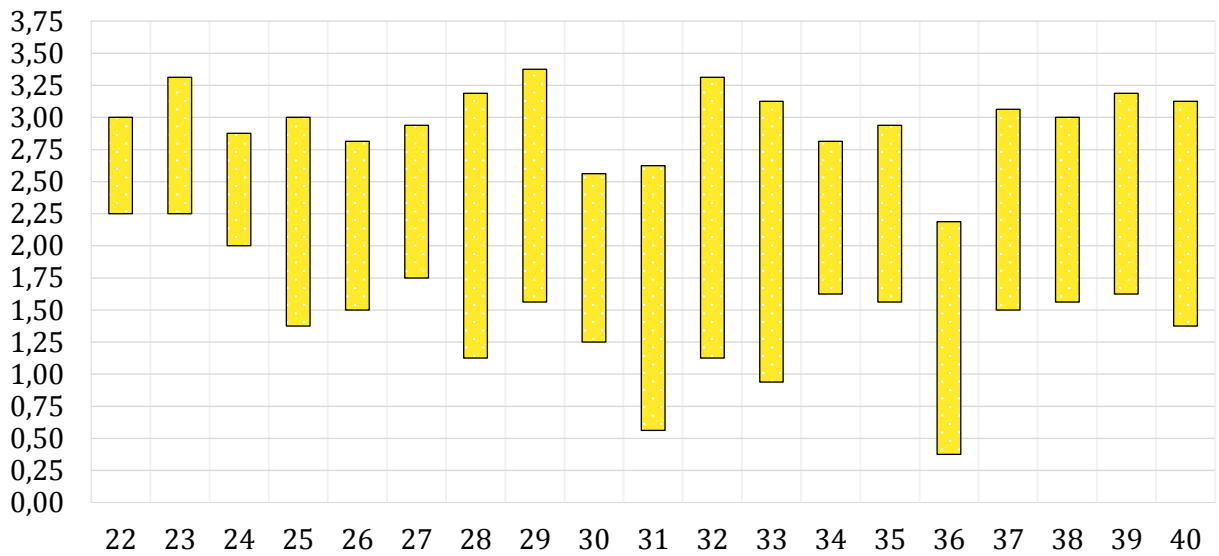
Ролята на психолого-педагогическите взаимодействия за формиране на професионално-педагогически GeoGebra компетентности у бъдещите учители по математика и информатика, определени в експерименталното изследване, може да бъде анализирана чрез средностатистическите стойности на критериите в изследваните групи.

Изменението на стойностите на показателите може да бъде анализирано от гледна точка на динамиката на развитието на всеки един изследван критерий между Констатиращия експеримент (ЕГ1, КГ1) и Контролния експеримент (ЕГ1, ЕГ2).

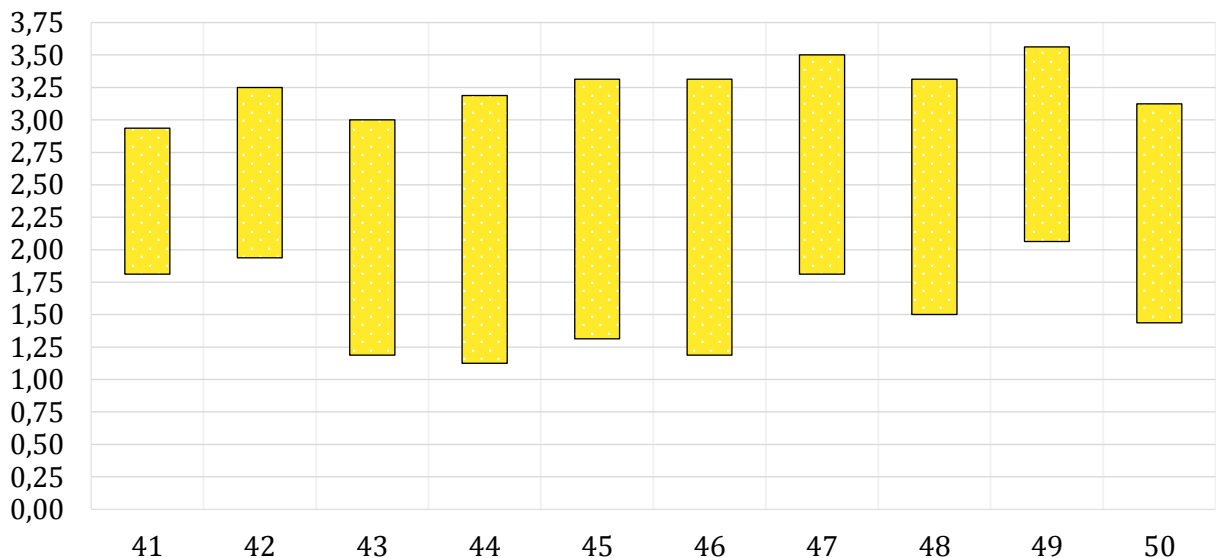
Индикаторите на всички критерии имат високи стойности. Измежду индикаторите на всеки критерий може да съществува индикатор с най-висока и индикатор с най-ниска динамика на развитие ([Приложение 12](#), Фигура 138 ÷ Фигура 140).



Фигура 138. Степени на формиране и развиване на качества от Критерий 1



Фигура 139. Степени на формиране и развиване на качества от Критерий 2



Фигура 140. Степени на формиране и развиване на качества от Критерий 3

От представените резултати на Фигура 138 ÷ Фигура 140 могат да се оформят определени изводи относно предложеният концептуален модел на изследване. Например, този модел съдейства за формиране и развиване в много висока степен на важни компоненти от професионално-педагогическата дейност на бъдещите учители по математика и информатика, като:

- ◆ разработване на GeoGebra приложения, които да подпомагат учебната дейност (индикатор 16);
- ◆ разработване на атрактивни GeoGebra приложения (индикатор 18);
- ◆ структуриране на избраната тема в логическа последователност (индикатор 28);
- ◆ правилно оценяване на подходящите формати за експортиране на GeoGebra приложения (индикатор 31);
- ◆ създаване на подходящ алгоритъм за връзка на GeoGebra приложенията с елементи от темата (индикатор 32);
- ◆ създаване на система от подходящи GeoGebra приложения, фактологични и теоретични знания, математически задачи, решения, указания, отговори и други (индикатор 33);
- ◆ използване на подходящи GeoGebra термини (индикатор 44);
- ◆ правилно прилагане на изискванията за разработване на презентация. (индикатор 45)
- ◆ повишаване на качеството на презентационния материал чрез използване на допълни дидактически материали или интерактивни средства (индикатор 46).

Всички споменати индикатори са в основата на дейностите *интегриране и представяне на GeoGebra приложения в самостоятелно разработена тема от училищния курс по геометрия*.

Могат да бъдат формулирани препоръки към прилагане на *авторските педагогически технологии* за обучение на студенти от експерименталните групи, свързани с индикаторите с най-ниска динамика на развитие:

- ◆ идентифициране на подходящи стратегии за решаване на математически задачи (индикатор 5), използване на подходящи методи за решаване на математически задачи (индикатор 6) и прилагане на подходящи методи за решаване на избраните задачи (индикатор 24), което се отдава на факта, че изборът на подходяща стратегия за решаване на математически задачи се изучава позадълбочено по дисциплината *Методика на обучението по математика*, която се изучава през следващия семестър (VI семестър);
- ◆ правилно подбиране на теоретичните и фактологични знания по темата (индикатор 22), което може да се постигне чрез самостоятелно разработване на допълнително възложени теми.

Интерес представляват резултатите, които са получени при Констатиращия експеримент, с което се установява до каква степен са формирани или развити изследваните качества на студентите до момента в процеса на учебно-познавателната дейност при обучението по различните

дисциплини. Например, резултатите от Критерий 1, получени при експериментална група ЕГ1 и контролна група КГ1, показват, че (Фигура 138):

- ◆ в най-ниска степен е формирана способността за създаване на творческа GeoGebra среда, която се измерва с разработване на GeoGebra приложения, които осигуряват възможности за творчество (индикатор 19), което е логично, защото това е едно от най-трудните качества за формиране и развиване.
- ◆ в най-висока степен на формиране е способността за прилагане на математически знания и способност за прилагане на математически умения, която се измерва чрез индикаторите $1 \div 8$.

При индикаторите 15, 16, 18, които са част от характеризиращите индикатори *способността за прилагане на GeoGebra умения*, също се наблюдават ниски стойности при измерването на етап Констатиращ експеримент, което може да се дължи на недостатъчния брой часове при техническата GeoGebra подготовка на студентите. Общо тази способност се оценява като формирана в средна степен.

Резултатите от Критерий 2, получени при експериментална група ЕГ1 и контролна група КГ1, показват, че (Фигура 139):

- ◆ в най-ниска степен е формирана способността за прилагане на GeoGebra знания, и по-конкретно правилното оценяване на подходящите формати за експортиране на GeoGebra приложения (индикатор 31);
- ◆ в средна степен е формирана *способността за използване на информационни и мултимедийни технологии*, оценявана с индикаторите $34 \div 39$. Изключение в тази група индикатори се наблюдава при индикатор 36 - цитира коректно информационни източници, при който стойностите са много ниски. Това може да се дължи на факта, че при обучението на студентите се отделя значително малко време за разясняване коректните начини за цитиране на използвани източници;
- ◆ в най-висока степен са формирани способността за прилагане на математически знания и способността за прилагане на математически умения.

Общото впечатление от резултатите на Критерий 3, получени при експериментална група ЕГ1 и контролна група КГ1, показват, че изследваните качества (*способност за използване на информационни и мултимедийни технологии, способност за прилагане на умения за презентиране, мотивация за представяне на тема*) са формирани в средна степен (Фигура 140), в малко по-ниска от средната степен е формирана *способността за прилагане на GeoGebra знания*, а в малко по-висока от средната - *способността за прилагане на математически знания*.

Ниските и средните степени при резултатите на описаните параметри може да се дължат на минималния практически опит със софтуера GeoGebra, който обучаваните са овладели по време на техническата GeoGebra подготовка, докато високите - на предварителната математическа подготовка на обучаваните през предходните две години на обучение.

Изводи от ГЛАВА ТРЕТА

Направените статистически анализи водят до следните по-важни изводи:

1. Използваните тестове по трите критерия имат много добра надеждност. За критерий 1 [$\alpha = 0.983$], за критерий 2 [$\alpha = 0.978$] и за критерий 3 [$\alpha = 0.958$]. Високите стойности на средната корелация между тестовите единици, както и високият процент обяснена обща вариация от водещото собствено значение при факторния анализ показват, че използваните три критерия се оказват силно фокусирани около единствен обобщен латентен конструкт, наречен Степен на формиране и развиване на компетентности за интегриране и представяне на GeoGebra приложения в самостоятелно разработени теми от училищния курс по геометрия.
2. Между входното и следващото измерване се наблюдава значим прогрес и при двете групи – експериментална ЕГ1 и контролна КГ1, но при експерименталната група ЕГ1 този ефект е по-силно изразен, както се вижда от факта, че ефектите на взаимодействие между факторите "принадлежност към група – експериментална ЕГ1 или контролна КГ1" и "етап на измерване – Констатиращ и Контролен експеримент" са силно статистически значими:
 - ◆ По критерий 1 – [$F(1,14) = 87.662$; $p < 0.001$].
 - ◆ По критерий 2 – [$F(1,14) = 75.815$; $p < 0.001$].
 - ◆ По критерий 3 – [$F(1,14) = 46.820$; $p < 0.001$].
 - ◆ По обобщения критерий – [$F(1,14) = 99.871$; $p < 0.001$].Статистическата значимост на ефектите на взаимодействие служи като пряко доказателство за наличието на положителен резултат от дидактическия експеримент върху Степента на формиране и развиване на компетентности за интегриране и представяне на GeoGebra приложения в самостоятелно разработени теми от училищния курс по геометрия, при което особено значение заема значимостта на ефекта върху Обобщения критерий. Този извод се потвърждава допълнително от направените тестове на Стюдънт и Ман-Уитни.
3. Статистическата значимост на главния ефект на фактора "група" - експериментална група, ЕГ1 и ЕГ2, или контролна група, КГ1 и КГ2, и при дисперсионния анализ тип 2x2 се явява също доказателство за положителния ефект на дидактическото въздействие върху експерименталната група:
 - ◆ По критерий 1 – [$F(1,28) = 11.156$; $p = 0.002$].
 - ◆ По критерий 2 – [$F(1,28) = 15.169$; $p = 0.001$].
 - ◆ По критерий 3 – [$F(1, 28)=6.851$; $p=0.014$].
 - ◆ По обобщения критерий – [$F(1,28) = 17.174$; $p < 0.001$].
4. Отсъствието на значим главен ефект на фактора "пре-тест" се явява доказателство за отсъствие на влияние на фактора в групата. И този анализ ще бъде изпълнен за всеки от трите критерия, както и за Обобщения критерий:
 - ◆ По критерий 1 – [$F(1, 28)=0.613$; $p=0.440$].
 - ◆ По критерий 2 – [$F(1, 28)=0.798$; $p=0.379$].

- ◆ По критерий 3 – $[F(1, 28)=1.401; p=0.247]$.
- ◆ По обобщения критерий – $[F(1, 28)=1.048; p=0.315]$.

Изводите 3) и 4) се потвърждават допълнително от направените тестове на Стюдънт и Ман-Уитни.

5. *Статистическата методология на Плана на Соломон с четири групи потвърждава, че експерименталните взаимодействия имат много посилен ефект от традиционните взаимодействия, с което се потвърждава издигната хипотеза, че целенасоченото прилагане на авторски педагогически технологии в обучението на студентите по дисциплината Училищен курс по геометрия формира и развива компетентности за интегриране на GeoGebra приложения в самостоятелно разработени теми от училищния курс по геометрия и съдейства за постигане на висока степен на развитие на компетентности за тяхното представяне.*
6. *Разработените и апробирани авторски педагогически технологии за обучение на бъдещите учители по математика и информатика са основен фактор за формиране и развиване на изследваните характеристики.*

Заклучение

Резултатите от многобройните научни изследвания потвърждават като основен актуален проблем, отразен в образователните политики на България, Европа и в международен план, необходимостта от създаване на нови или трансфер на съществуващи педагогически технологии и методи на обучение, базирани на информационните и комуникационни технологии, за ефективна професионално-педагогическа компетентностна подготовка на бъдещите учители с цел задоволяване нуждите на съвременния образователен пазар от компетентни специалисти.

Дисертационният труд изследва създаването и целенасоченото прилагане на *авторски педагогически технологии* в обучението на студенти, бъдещи учители по математика и информатика за *формиране и развиване компетентности за интегриране и представяне на GeoGebra приложения в самостоятелно разработени теми от училищния курс по геометрия*.

Разработеният и апробиран концептуален модел на *авторски педагогически технологии за обучение на студенти по училищния курс по геометрия* е цялостна система за учебно-познавателна дейност със своя специфика, която изисква съвременни подходи при изясняване на нейната същност и особености, решава основни въпроси на съвременните образователни политики и отговоря на изискванията на пазара на труда.

Постиженията на дисертационното изследване са систематизирани съответно на формулираната хипотеза и нейните смислови измерения.

Изводи

1. Анализът на българската и международните образователни политики е основание да се разглежда като основен проблемът за формирането и развиването на компетентности за интелигентен растеж.
2. Теоретичното изследване систематизира педагогическата технология като система от образователни процеси за постигане на конкретен образователен резултат, която се характеризира с методологичен, прогнозиращ, информационно-технологичен, комуникативен и диагностичен компоненти.
3. Авторската педагогическа технология, педагогическата технология на проблемното обучение, на проектното обучение и тази, основана на използването на съвременни ИКТ, съответстват на постмодерната компетентностна образователна парадигма за овладяване на знания, формиране и развиване на компетентности и умения, необходими за професионалното и личностното развитие и за адаптиране към информационното общество.
4. Математическите софтуерни технологии, като GeoGebra, осигуряват база за прилагане на съвременни методи, специфични средства за

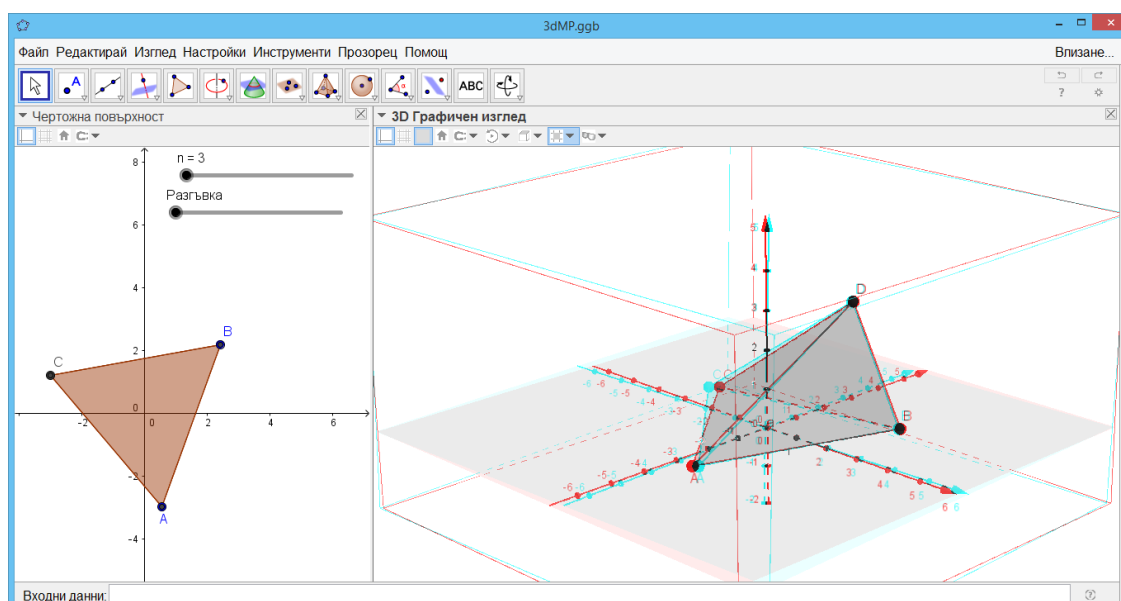
обучение, мотивиране на обучаваните и за осъществяване на самостоятелна изследователска дейност.

5. Целенасоченото прилагане на авторските педагогически технологии за обучение на бъдещите учители по математика и информатика по дисциплината Училищен курс по геометрия са основен фактор за формиране и развиване на компетентности за интегриране и представяне на GeoGebra приложения в самостоятелно разработени теми по геометрия.
6. Други фактори, значими за постигане целите на дисертационното изследване, са:
 - ◆ проведеното пилотно изследване;
 - ◆ изследователският инструментариум с доказано много високо ниво на надеждност;
 - ◆ отдадеността на студентите при изпълнение на поставените задачи.

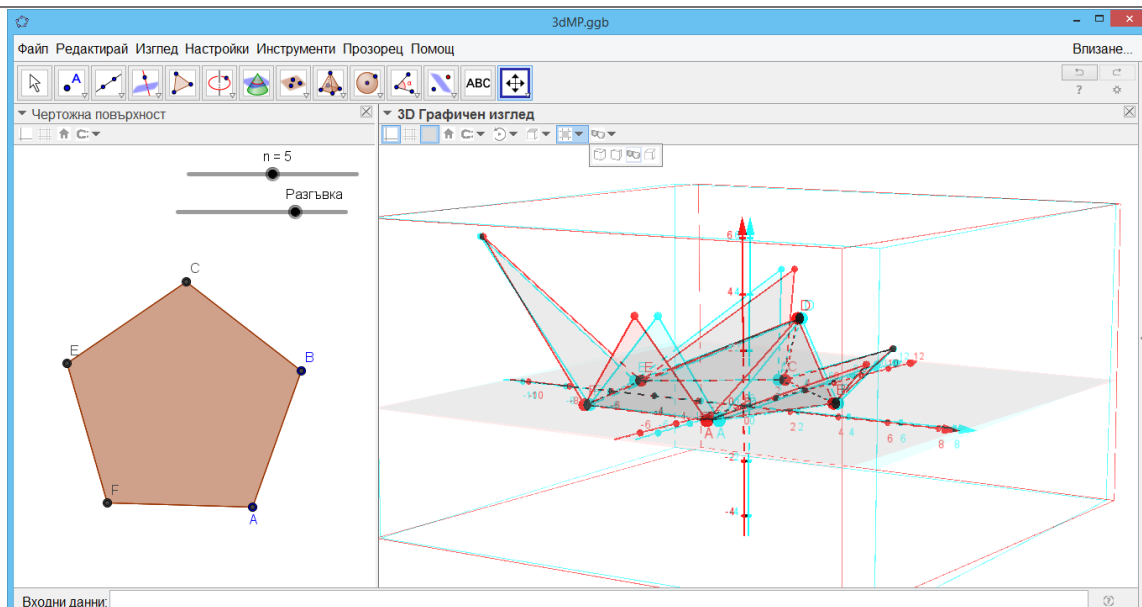
Перспективи за бъдещо приложение на дисертационния труд

Представеният дисертационен труд дава възможност за бъдещи научни изследвания чрез използване на дидактическият инструментариум или на авторските педагогически технологии за формиране и развиване на специфични компетентности, необходими за постигане на конкретни образователни цели.

В периода на оформяне на дисертационния труд беше разработена 3D версия на GeoGebra, която може да бъде използвана в обучението на студенти чрез същите авторски педагогически технологии. Примери за интегриране на GeoGebra приложения в задачи от училищния курс по геометрия чрез използване на 3D изображения на геометрични тела в тримерното пространство са представени на Фигура 141 и Фигура 142.



Фигура 141. 3D изображение на n -ъгълна пирамида в тримерното GeoGebra пространство



Фигура 142. 3D изображение на разгъвка на n -ъгълна пирамида в тримерното GeoGebra пространство

Друга възможност на новата версия на мултиплатформата GeoGebra, която може да бъде използвана в обучението на студенти чрез същите *авторски педагогически технологии*, е създаване на GeoGebra групи за съвместна работа при обучението на студенти и разработване на електронни тестове за самостоятелна проверка на знанията с възможност за обратна връзка.

Резултатите от научното теоретико-експериментално изследване могат да бъдат приложени в:

- ◆ професионално-технологичната подготовката на студенти от магистърските програми „Информационни и образователни технологии“ и „Информационни технологии за обучение по математика и информатика“, редовна и задочна форма на обучение, по дисциплините „Динамичен геометричен софтуер GeoGebra и приложения в образованието“ и „Софтуер за образователни цели“;
- ◆ преквалификацията на учители по математика.

Дисертационният труд може още да бъде:

- ◆ оформен като учебно пособие по методика на обучението по геометрия за студенти;
- ◆ разпространен чрез сайта на Русенския Институт ГеоГebra.

Приноси

Научно-приложни приноси:

1. Синтезирани и обобщени са научни проблеми, чрез които е изградена теоретичната постановка на дисертационния труд в педагого-психологически и педагого-технологичен план:
 - ◆ изследвани са закономерностите на релациите и използването в теоретико-приложен аспект на педагогически, математически, технологически, методически, психологически и други научни понятия;
 - ◆ теоретично обосновани са качествата на различни видове педагогически технологии, които да изпълняват конкретни образователни и възпитателни цели, и подходите за тяхното създаване и прилагане с цел повишаване ефективността от обучението.
2. Осъществен е задълбочен теоретичен анализ на възможностите и ролята на интегриране на технологии в обучението по математика и определяне на критерии за оценяването им, и, по-конкретно, на мултиплатформата GeoGebra за ефективно обучение по математика.
3. Проучени са условията за формиране и развиване на компетентности в учебно-познавателната дейност.

Приложни приноси:

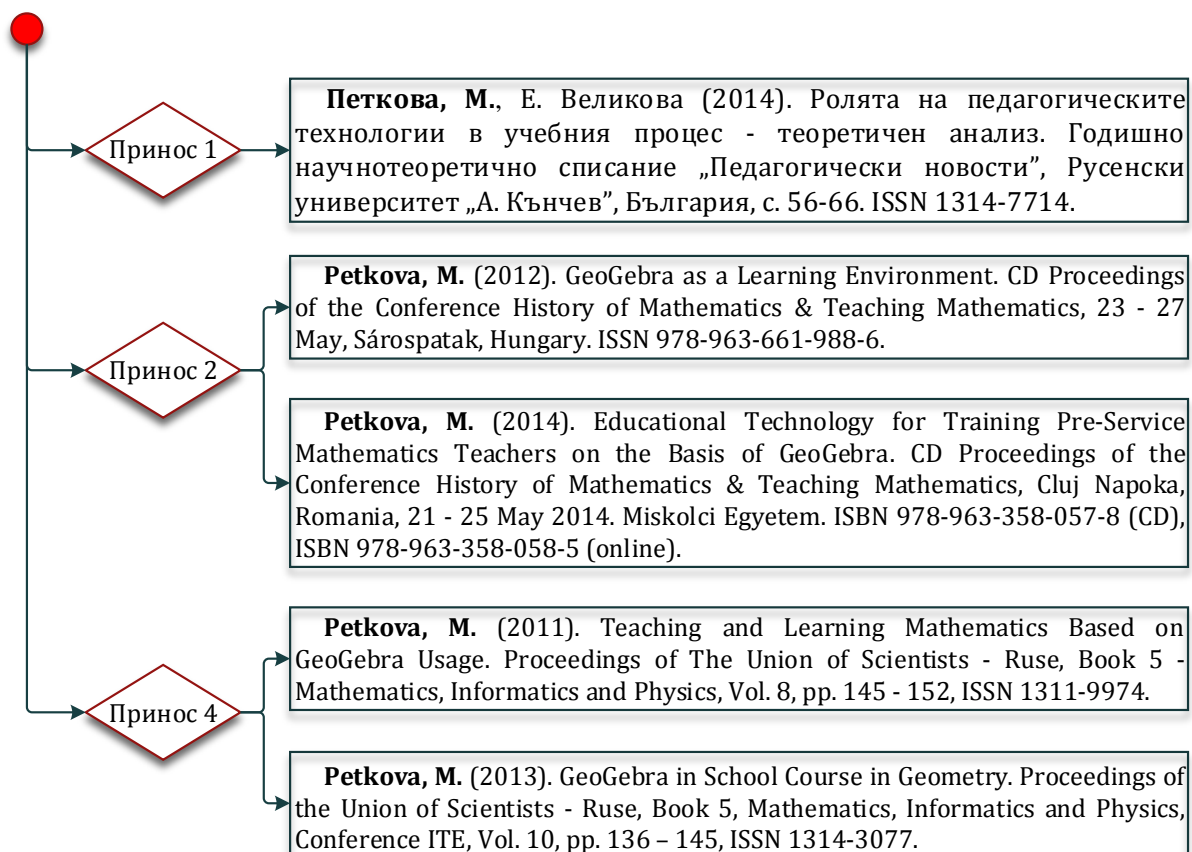
4. Разработени и апробирани са *авторски педагогически технологии* за формиране и развиване на *компетентности за интегриране и представяне на GeoGebra приложения* в самостоятелно разработени теми от училищния курс по геометрия.
5. Осъществено е психолого-педагогическо експериментално изследване на учебно-познавателната дейност със студенти, бъдещи учители по математика и информатика, по дисциплината *Училищен курс по геометрия* за оценяване на възможностите на създадените *педагогически технологии* за формиране и развиване на компетентности за интегриране на GeoGebra приложения в самостоятелно разработени теми.
6. Разработена е система от критерии, параметри, индикатори и оценъчни скали за измерване степента на формиране и развиване на *компетентности за интегриране и представяне на GeoGebra приложения* в самостоятелно разработени теми от училищния курс по геометрия.
7. Експериментално са доказани предимствата на разработения модел, който включва целенасоченото прилагане на *авторски педагогически технологии* за формиране и развиване на *компетентности за интегриране и представяне на GeoGebra приложения* в самостоятелно разработени теми от училищния курс по геометрия.

Публикации към дисертационния труд

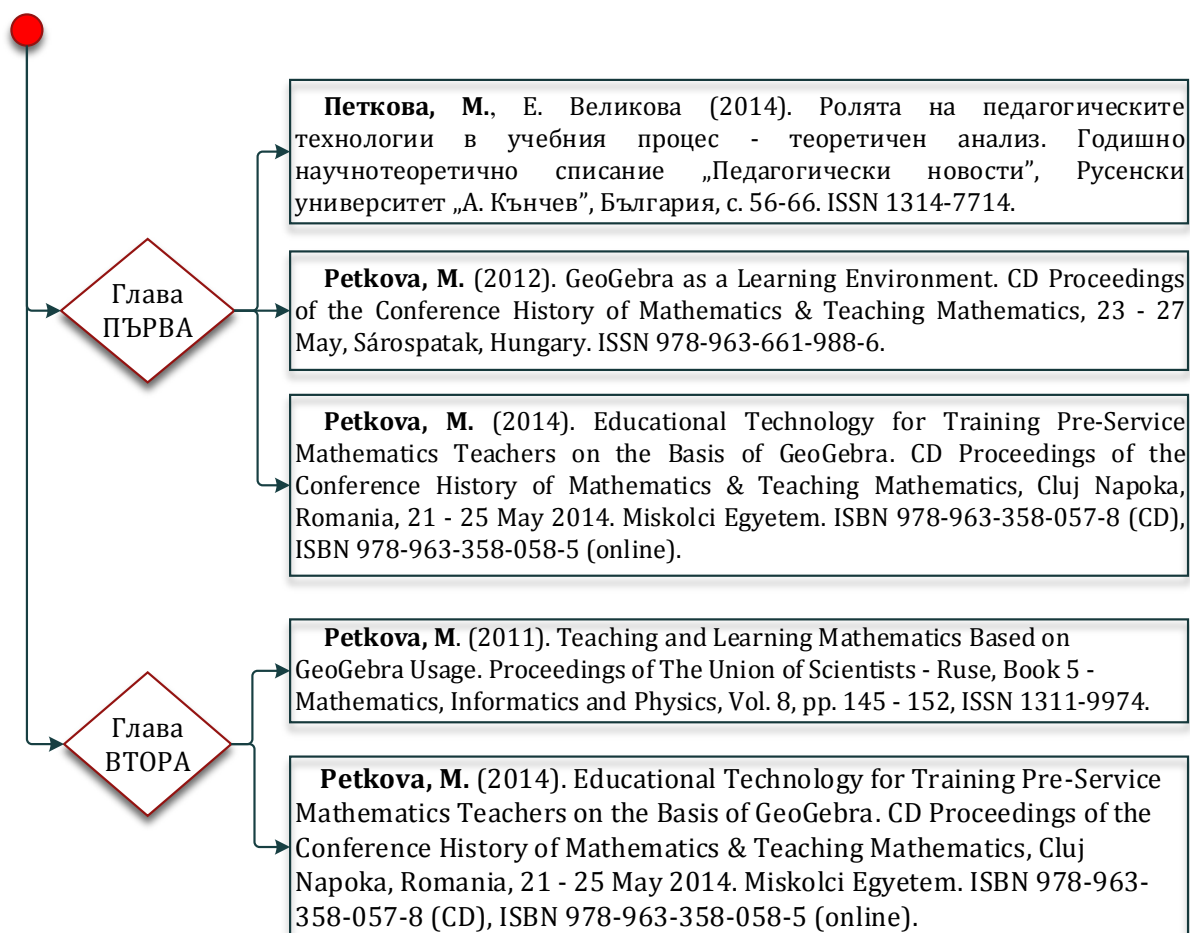
Публикации на автора, свързани с тематиката на дисертационния труд:

1. **Петкова, М.,** Е. Великова (2014). Ролята на педагогическите технологии в учебния процес - теоретичен анализ. Годишно научнотеоретично списание „Педагогически новости”, Русенски университет „А. Кънчев”, България, с. 56-66. ISSN 1314-7714.
2. **Petkova, M.** (2011). Teaching and Learning Mathematics Based on GeoGebra Usage. Proceedings of The Union of Scientists - Ruse, Book 5 - Mathematics, Informatics and Physics, Vol. 8, pp. 145 - 152, ISSN 1311-9974.
3. **Petkova, M.** (2012). GeoGebra as a Learning Environment. CD Proceedings of the Conference History of Mathematics & Teaching Mathematics, 23 - 27 May, Sárospatak, Hungary. ISSN 978-963-661-988-6.
4. **Petkova, M.** (2013). GeoGebra in School Course in Geometry. Proceedings of the Union of Scientists - Ruse, Book 5, Mathematics, Informatics and Physics, Conference ITE, Vol. 10, pp. 136 - 145, ISSN 1314-3077.
5. **Petkova, M.** (2014). Educational Technology for Training Pre-Service Mathematics Teachers on the Basis of GeoGebra. CD Proceedings of the Conference History of Mathematics & Teaching Mathematics, Cluj Napoka, Romania, 21 - 25 May 2014. Miskolci Egyetem. ISBN 978-963-358-057-8 (CD), ISBN 978-963-358-058-5 (online).

Граф на връзките между публикациите и приносите на дисертационния труд



Граф на връзките между публикациите и съдържанието на дисертационния труд



Благодарности

Искам да изразя своята искрена признателност на научния ми ръководител доц. д-р Емилия Ангелова Великова за високия професионализъм, всеотдайна помощ по разработването, редактирането и цялостното оформяне на дисертацията, търпението и неограничената морална подкрепа.

Благодаря на доц. д-р Валентина Войноховска за ценните препоръки и съвети за подобряване на дисертационния труд.

Благодаря на колегите от Катедра *Математика*, Факултет *Природни науки и образование* при Русенския университет „Ангел Кънчев” и, по-специално, на нейния ръководител проф. д-р Степан Терзиян за подкрепата, разбирането и ценните препоръки.

Благодаря на студентите, които проявиха разбиране и отзивчивост при провеждане на психолого-педагогическия експеримент.

Благодаря на семейството и на приятелите ми за търпението и вярата им в силите и възможностите ми.

Литература

- [1] Анализ на постиженията на учениците по математика (2012). София.
- [2] Андреев, М. (1987). Дидактика.
- [3] Андрейчин, Л, Л. Георгиев, С. Илчев, Н. Николов, И. Леков, С. Стойков, Ц. Тодоров (1994). Български тълковен речник Четвърто издание, Димитър Попов, Ed, Издателство “Наука и изкуство,” 1094 с.
- [4] Анисова, Т. (2013). Методика формирования математических компетенций бакалавров технического вуза на основе адаптивной системы обучения *Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата педагогических наук, Специальность 13.00.02 – теория и методика обучения и воспитания (математика)*, М. 24 с.
- [5] Бабански, Ю. (1988). Педагогика, М.: Издателство “Просвещение” 1983, Издание на български език “Прогрес” - Москва, “Народна просвета” - София.
- [6] Байденко, В. (2006). Выявление состава компетенций выпускников вузов как необходимый этап проектирования ГОС ВПО нового поколения: Методическое пособие. М.: *Исследовательский центр проблем качества подготовки специалистов*, 72, (2), 55 с.
- [7] Белоусова, А. (2010). Роль современных педагогических технологий в обеспечении преемственности школьного и вузовского образования. *Вестник БТУ, серия: Проблемы Высшего Образования*, 1, с. 22–30.
- [8] Беспалько, В. (1995). Педагогика и прогрессивные технологии обучения. М.
- [9] Беспалько, В. (1989). Слагаемые педагогической технологии, Издательство “Педагогика,” Москва, 192 с.
- [10] Бижков, Г, В. Краевски (2002). Методология и методи на педагогическите изследвания, Университетско издателство“ Св. Климент Охридски.”
- [11] Бижков, Г. Х, Ф. Х. Стоянова (1996). Теория и методика на дидактическите тестове, Просвета.
- [12] Борытко, Н, И. Соловцова, А. Байбаков (2006). Педагогические технологии: Учебник для студентов педагогических ву-зов, Волгоград: Изд-во ВГИПК РО, 59 с.
- [13] Василев, Й. (2006). Трансформационни процеси и икономически приоритети на България. *Електронно списание“ Диалог,”* (04), с. 116–123, [Online]. URL: http://www.univishtov.bg/dialog_old/2006/4.06.I.V.pdf
- [14] Василева-Иванова, Р. (2015). Интерактивни методи на обучение за формиране на преподавателски компетентности у бъдещите учители по математика, 188 с.
- [15] Василева-Иванова, Р. (2014). Компетентностният подход в обучението по математика. *Научни трудове на Русенския университет*, Русе, 53, (6.2), с. 180–185.

- [16] Василева-Иванова, Р, Е. милия Великова, Д. Цветков (2015). Изследване върху формирането на преподавателски компетентности у бъдещите учители по математика. *Научна конференция РУ&СУ'15*, 54, (6.4), с. 9–20.
- [17] Великова, Е. (2006). Изследователската дейност в обучението по геометрични трансформации (методическо пособие), Русенски университет "А. Кънчев," 180 с.
- [18] Великова, Е, М. Петкова (2013). Училищен курс по геометрия. Ръководство за решаване на задачи (първа част) 1, Русе, Печатна база при Русенски университет "А. Кънчев", 140 с.
- [19] Великова, Е, М. Петкова, Р. Василева, И. Р. (Ред.) (2013). Изследователската дейност в лабораторията по математика, информатика и лингвистика, по Проект 2013-РУ-04 Създаване на студентска учебно-изследователска лаборатория по МИЛ към ФНИ, Русенски университет "Ангел Кънчев," 118 с.
- [20] Велчева, К. (2009). Формиране на проектно-изследователска култура в технологичното обучение. *Природни науки и Методика*, Университетско издателство "Епископ Константин Преславски," Шумен XIX В 5 , с. 141–149.
- [21] Велчева, К, Я. Тоцева, Й. Пейчева (2007). Педагогическа технология за формиране на графична култура у учениците в общообразователното училище (I-VIII клас), Университетско издание „Еп. К. Преславски“, Шумен.
- [22] Владимиров, О, А. Пархоменко (2012). Большая советская энциклопедия, БСЭ, [Online]. URL: <http://slovar.cc/rus/tolk.html>. [15-02-2015]
- [23] Владимирович, Ю. (2015). Технологический подход в образовании. *20-летний юбилей Институт Педагогики и психологии*, [Online]. URL: <https://forum.yvspu.org/>. [05-02-2016]
- [24] Войнов, М, А. Милев (1990). Латинско-български речник А-Z, , Издателство „Наука и просвета“ , София, 830 с.
- [25] Войноховска, В. (2011). Модел за управление на качеството на обучението в условията на конструктивистка и високотехнологична среда *Автореферат на дисертационен труд за присъждане на ОНС "ДОКТОР,"* Русе, 51 с.
- [26] Върбанова, М, И. Ганчев (2002). Методика на обучението по математика (специална част), АСТАРТА, В. Търново, 196 с.
- [27] Гаврилова, М. А. (2009). Формирование модели профессиональной компетентности учителей математики на базе университетского образовательного комплекса. *Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Педагогика*, 2, 99 с.
- [28] Ганчев, Г, Н. Райков (1995). Ръководство за решаване на задачи по геометрия за 8 клас, Релагия - 6.
- [29] Ганчев, И. (1999). Основни учебни дейности в урока по математика (синтез на резултати от различни изследвания). *С.: Модул-96*, 198 с.
- [30] Ганчев, И, Ю. Колягин, Й. Кучинов, Л. Портев, Ю. Сидеров (1998). Методика на обучението по математика: От VIII до XI клас: Ч. 2, Модул, 286 с.

- [31] Ганчев, Н, И. Иванов (1993). Технологични основи на обучението. *Училище*, (7),-(8), 3-15, [Online]. URL: <http://www.ivanpivanov.com/research/>. [23-09-2014]
- [32] Гейвин, Х, С. Комаров (2003). Когнитивная психология, Питер.
- [33] Георгиева, М. (2004). Върху един модел на рефлексивното обучение. *Научни трудове, т. Педагогически колеж, Добрич*.
- [34] Георгиева, М. (2001). Рефлексията в обучението по математика (V-VI клас). В. *Търново*, Издателство „Фабер“, с. 199.
- [35] Георгиева, М, С. Гроздев (2015). Морфодинамиката за развитието на ноосферния интелект, ID:Print, с. 323.
- [36] Гроздев, С, Д. Деков (2013). По пътя към първата компютърногенерирана енциклопедия. *Научно-методическо списание "Математика и информатика,"* Национално издателство за образование и наука „Аз Буки“ 56, (1), с. 49-59.
- [37] Гроздев, С, Д. Деков (2014). Учене чрез открития-нов ефективен подход в ученето чрез експериментиране. *Научно-методическо списание "Математика и информатика,"* Национално издателство за образование и наука „Аз Буки“ 57, (6), с. 568-585.
- [38] Гузеев, В, Н. Новожилова, А. Рафаева, Г. Скоробогатова (2007). Консултации: метод проектов. *Педагогически технологии*, (1), с. 103-114.
- [39] Гълъбова, Д. (2012). Синергетичен модел „Пробуждащо математическо обучение“. *Научно-методическо списание "Математика и информатика,"* София 55, (5), с. 416-425.
- [40] Гъров, К, Е. Тодорова (2010). За рефлексията в обучението по информационни технологии, in *Сборник доклади на юбилейна международна конференция „Синергетика и рефлексия в обучението по математика“, 10-12 септември 2010, Бачиново, Благоевград*, с. 398-408.
- [41] Д. Павлов (Ed.) (1997). Информационни технологии в образованието: Сборник статии Част 1, Аксиос, Шумен, 146 с.
- [42] Денчев, С. (2008). Информационните технологии и предизвикателствата пред начината. *Годишник на секция "Информатика" Съюз на учените в България*, 1, с. 3-12, [Online]. URL: http://usb-bg.org/Bg/Annual_Informatics/2008/SUB-Informatics-2008-1-003-012.pdf
- [43] Дерновский, И. (2004). Инновационные педагогические технологии, *Електронна онлайн библиотека*, 352 с. [Online]. URL: <http://banauka.ru/33.html>. [05-02-2015]
- [44] Десев, Л. (1999). Речник по психология (над 2000 термина), С, Издателство „Булгарика“, 235 с.
- [45] Дечев, З. (2012). Педагогически игрови технологии в началното училище в теоретичния базис на училищните педагогически технологии. *Научни трудове на Русенския университет, Филиал Силистра, Майски научни четения*, 51, (10), с. 29-34.
- [46] Димитрова, В, Ф. Лустиг (2011). Методологични аспекти на интегриране на интернет технологии в обучението по физика. *Сборник научни доклади от Международна конференция „Електронно, дистанционно ... или обучението на 21-ви век“*, 104, с. 29-40.

- [47] Димитрова, Н. (2009). Педагогика на технологичната подготовка, Издателство: „Фабер“, Шумен, 294 с.
- [48] Димова, Д. (2013). Съвременни модели в конструктивисткия дизайн на обучение. *сп. „Професионално образование“*, Азбуки, XV, (1), с. 24–37.
- [49] ЕК (2009). Европейската квалификационна рамка за учене през целия живот (ЕКР за УПЖ), ЕС, Люксембург: Служба за официални публикации на Европейските общности, [Online]. URL: https://ec.europa.eu/ploteus/sites/eac-efq/files/broch_bg.pdf. [07-Oct-2014]
- [50] ЕК (2010). Стратегия за интелигентен, устойчив и приобщаващ растеж Европа 2020, Европейска комисия, Европейски съюз, Брюксел, [Online]. URL: <http://www.strategy.bg/Publications/View.aspx?lang=bg-BG&Id=124>. [07-Oct-2014]
- [51] ЕС (2014). Препоръка на Съвета на ЕС относно Националната програма за реформи на България за 2014 г, съдържаща становище на Съвета относно Конвергентната програма на България за 2014 г, Съвет на ЕС, Брюксел, [Online]. URL: http://www.parliament.bg/pub/ECD/154190COM_2014_403_BG_ACTE_f.pdf. [14-Oct-2014]
- [52] Железова, Д. (2008). Конструктивизъм в класната стая. *Научни трудове на Русенския университет*, 47, (9), с. 192–195. [Online]. URL: <http://conf.uni-ruse.bg/bg/docs/cp/9/9-40.pdf>
- [53] Златанов, Б. (2014). Обучаващи материали по Интерактивно обучение по Синтетична геометрия в динамична среда. *Пловдивски електронен университет*.
- [54] Зязюн, І. А, Л. В. Крамущенко, І. Ф. Кривонос, О. Г. Мироііник, В. А. Семиченко, Н. М. Тарасевич (2004). Педагогічна майстерність: Підручник, К: Вища шк, 422 с.
- [55] Иванов, И. (2006). Педагогическа диагностика, Университетско издателство “Еп. Константин Преславски,” Шумен, с. 360.
- [56] Иванов, И. (2012). Педагогическата интерактивност. В: *Иновации и интерактивни технологии в образованието*. Шумен, Ст. Чилингиров, с. 91–99.
- [57] Иванов, И. (1998). Подготовка на дипломна работа, Аксиос, Шумен, 48 с.
- [58] Иванов, И. (2004). Теории за образованието. *Издателство К. Преславски*, Шумен, 319 с.
- [59] Иванова, А, Г. Иванова, А. Смрикаров (2009). Новото поколение обучавани и бъдещето на електронното обучение във висшите училища-eLearning 2.0 и персонална среда за обучение, in *Сборник научни трудове на III Национална конференция с международно участие по електронно обучение във висшето образование*, Свищов, с. 15–17.
- [60] Иванова, И. (2013). Педагогическа технология за повишаване на ефективността на обучението по учебна практика. *Професионално образование*, 15, (1), с. 48–54.
- [61] Калинов, К. (2011). Статистически методи в поведенческите и социалните науки, Нов български университет.
- [62] Каменова (Ed.), Г. (2011). *Research on Students' Opinion of Music Lessons*, 378 с.

- [63] Кинг, П. (2007). Сто философи. Животът и делото на най-великите световни мислители Отпечатано в Китай, 2004, Издателска къща „КИБЕА“, София, 192 с.
- [64] Кирякова, Г, Н. Ангелова, Л. Йорданова (2011). Свободният софтуер в образованието. Institute of Mathematics and Informatics Bulgarian Academy of Sciences, Association for the Development of the Information Society.
- [65] Кларин, М. (1984). Развитие педагогической технологии и проблемы теории обучения. *Советская педагогика*, (4), с. 117–122.
- [66] Кларин, М. (2003). Технологический подход к обучению. *Школьные технологии*, 5, 3–22.
- [67] Клаус, Г, Х. Ебнер (1971). Основи на статистиката за психолози, социолози и педагози, Наука и изкуство.
- [68] Князева, Е, С. Гроздев, М. Георгиева, Д. Гълъбова (2013). Синергетичният подход във висшето педагогическо образование. Върху примери от дидактика по математика, Издателство “СЛОВО,” Велико Търново, 214 с.
- [69] Князева, Е, С. Курдюмов (2014). Основания синергетики: Человек, конструирующий себя и свое будущее/Изд. стереотип./Синергетика: от прошлого к будущему. № 21. М.: URSS, 264 с.
- [70] Коджаспирова, Г, А. Коджаспиров (2000). Технология обучения и воспитания (педагогическая технология). *Педагогический словарь.-М.: Издательский центр \guillemotleftАкадемия*, с. 149–150.
- [71] Кременска, А. (2011). Уеббазирано обучение по чужд език, Издателство “Изток-Запад,” София, 272 с.
- [72] Кръстева, А. (2013). Интерактивни образователни технологии в началното училище, Издателство “Астарта,” Пловдив, 342 с.
- [73] Кукушин, В. (2005). Теория и методика обучения, Ростов-на-Дону “Феникс,” 474 с. [Online]. URL: http://www.jeducation.ru/2_1999/35.html. [01-04-2014]
- [74] Кушнир, А. (2001). Методический плюрализм и научная педагогика. *Народное образование*, (1), с. 50–65.
- [75] Л. Антонова (Ed.) (2009). Годишник на Шуменския университет „Епископ Константин Преславски“ XIX В 5 , Университетско издателство “Епископ Константин Преславски,” Шумен, 224 с.
- [76] Лазаров, В. (1997). Програма за обучение по МАТЕМАТИКА, София.
- [77] Лалчев, З, И. Вутова (2009). Векторно-алгебричен метод за решаване на геометрични задачи от колинеарност и конкурентност, София: „Веда Словена“ – ЖГ.
- [78] Лалчев, З, И. Вутова, М. Върбанова (2005). Векторно-алгебричен метод за решаване на геометрични задачи от лица и обеми, София: „Веда Словена“ – ЖГ.
- [79] Леванова, Е, Т. Пушкарева (2015). Методологические подходы к интериоризации профессионально-ориентированных знаний в процессе подготовки в ВУЗЕ. *Раздел: Педагогические науки*, 2, (1).
- [80] Мавров, Г. (1960). Възпитаване на трудови умения, НП.
- [81] Марашева-Делинова, И. А. (2012). Развиване на интерес към математиката чрез разработване на проекти, прилагачи

- информационни технологии *Автореферат на дисертационен труд за присъждане на образователна и научна степен "ДОКТОР", Професионално направление 1.3. Педагогика на обучението по.., докторска програма: Методика на обучението по математика и информационни технологии*, Пловдив, с. 33.
- [82] Маркова, А. Б. (2011). Иновационни подходи на обучение на студентите – педагози по методика на обучението по техника и технологии *Автореферат на дисертация за придобиване на образователна и научна степен „доктор”, Професионално направление 1.3. Педагогика на обучението по .., научна специалност Методика на обучението по техника и технологии*.
- [83] Маслева, Н. (2001). Гръцко-български речник. Българско-гръцки речник, Издателство „Gaberoff”, Елпис, Велико Търново, 576 с.
- [84] Митова, Д. (2011). Проектно ориентирано технологично обучение: теория и практика, Университетско изд. „Неофит Рилски“, Благоевград, 204 с.
- [85] Михова, М. (2003). Дизайн на обучението, Издателство “Астарта”, Велико Търново.
- [86] Монахов, В. (1997). Технологическая карта-паспорт учебного процесса. Новокузнецкий ИПК. М. Новокузнецк.
- [87] Merriam-webster dictionary URL: <http://www.merriam-webster.com/>. [15-02-2014]
- [88] Невзорова, И. Б. (2012). Модель формирования профессиональной компетентности специалиста в процессе обучения математике. *Среднее профессиональное образование*, Автономная некоммерческая организация, Редакция журнала, Среднее профессиональное образование (1).
- [89] Недкова, А. (2012). Образованието в условията на информационното общество. *Управление и образование*, VIII, (2), с. 18-24.
- [90] Николаева, Н, В. Гуменюк (2012). Критерии ефективности реализации модели формирования организационно-педагогических условий образовательной среды. *Современные проблемы науки и образования*, (6). [Online]. URL: <http://www.science-education.ru/104-6599>. [28-12-2014]
- [91] Николаева, Н, В. Гуменюк (2011). Организационно-педагогические условия формирования инновационной среды. *Современные проблемы науки и образования*, (2). [Online]. URL: <http://www.science-education.ru/96-4610>. [28-12-2014]
- [92] Николова, М. (2012). Проблемно-базираният подход в обучението по информационни технологии. *Научни трудове на Русенския университет*, 51, (6.1), с. 59-65, [Online]. URL: <http://conf.uni-ruse.bg/bg/docs/cp12/6.1/6.1-9.pdf>
- [93] Павлов, Д. (2001). Образователните информационни технологии, Модул първи (М-1), Издателство “Диана Узунова,” София, 151 с.
- [94] Павлова, В. (2011). Традиции и перспективи за развитие на дистанционно обучение в Университета за национално и световно стопанство. *Икономически алтернативи*, Издание на Университета за
-

- национално и световно стопанство 2, (JEL: I21), с. 27–33, [Online]. URL: <http://alternativi.unwe.bg/alternativi/index.php?nid=48&hid=1911>
- [95] Павлова, И. (2006). Информационните технологии в образователния процес: еволюция към ново качество на образованието, in *Национална конференция „Образованието в информационното общество“*.
- [96] Павлова, М, Д. Питт, М. Гуревич, И. Сасова (2003). Метод проектов в технологическом образовании школьников: Пособие для учителя, М.: Вентана-Графф.
- [97] Пашова, Г, Б. Наймушин, Б. Велева (2001). Речник на чуждите думи в българския език. Хермес, 760 с.
- [98] Пейчева-Форсайт, Р. (2010). Образователен и научноизследователски потенциал на академичния състав на Софийския университет „Св. Климент Охридски“ в областта на електронното обучение. *Софийския университет „Св. Климент Охридски“, Педагогически факултет*, 109 с.
- [99] Петкова, М. (2013). Интегриране на геометрични фрактални конструкции чрез geogebra за хибриден учебен процес. *Научно-методическо списание Математика и информатика, София, Национално издателство за образование и наука, LVI, (6), с. 541–561*.
- [100] Петкова, М, Е. Великова (2014). Ролята на педагогическите технологии в учебния процес - теоретичен анализ. *Годишно научно-теоретично списание „Педагогически новости“*. ISSN 1314-7714 <http://pedagogicnews.uni-ruse.bg/>, Русенски университет “А. Кънчев”, Факултет Природни науки и образование (1/2014), с. 56–66.
- [101] Петров, П. (2013). Дидактически измерения на уменията за решаване на задачи *Автореферат на дисертационен труд за присъждане на научна степен „доктор на науки“*, Стара Загора, 62 с.
- [102] Петров, П, М. Атанасова (2001). Образователни технологии и стратегии на учене. *Веда Словена-ЖГ, София*, 300 с.
- [103] Петрова, С. (2012). Оценяване на компетентността да се решават проблеми в PISA 2012 , [Online]. URL: <http://www.ckoko.bg/page.php?c=7&d=115>
- [104] Писаренко, В. (2012). Технологическият подход в современной педагогике. *Раздел VII. Проблемы образования*, с. 240–247, [Online]. URL: <http://izv-tn.tti.sfedu.ru/?p=4747>. [05–05-2014]
- [105] Платонов, К. (1963). Означения навиках и умениях № 11.
- [106] Полат, Е. (2002). Новые педагогические и информационные технологии в системе образования, М, АКАДЕМА.
- [107] Прохоров, А, С. Кравцов (2006). Большой российский энциклопедический словарь, М.: ДРОФА.
- [108] Р. Маврова (Ed.) (2009). Методика на обучението 46, (2), Пловдивския университет “Паисий Хилендарски” .
- [109] Равен, Д. (2002). Компетентност в современном обществе. *Выявление, развитие и реализация*, М. 253 с.
- [110] Радев, П, Г. Цоков, П. Лазаров, К. Къндева, Р. Иванова, З. Касандрова, А. Александрова, О. Койчев, А. Блянтлова (2007). Педагогика, Издателска къща „Хермес“, Пловдив, 527 с.
- [111] РБ (2014а). Конвергентна програма на Република България 2014 – 2015 г, Министерство на финансите, [Online]. URL:

- <http://www.strategy.bg/StrategicDocuments/View.aspx?lang=bg-BG&Id=85>. [10-Mar-2014]
- [112] РБ (2012). Национална квалификационна рамка на Република България, Министерство на образованието и науката, Р. България, документът е приет с Решение № 96 на Министерския съвет от 02.02.2012 г, [Online]. URL: <http://www.mon.bg/?h=downloadFile&fileId=1980>. [12-03-2014]
- [113] РБ (2014b). Национална програма „Информационни и комуникационни технологии в училище“ за 2014 г, [Online]. URL: <http://www.strategy.bg/StrategicDocuments/View.aspx?lang=bg-BG&Id=393>. [07-Oct-2014]
- [114] РБ (2013). Национална програма „Квалификация“, Приложение № 2 към т. 1, буква „б“ към Национална програма за развитие на училищното образование и предучилищното възпитание и подготовка 2006 – 2015 г. Решение № 615 от 17.10.2013 г, актуализирана, одобрена с РМС № 203/2013 г, Министерски съвет, [Online]. URL: <http://www.strategy.bg/StrategicDocuments/View.aspx?lang=bg-BG&Id=393>. [10-07-2014]
- [115] РБ (2014c). Национална програма за развитие: България 2020. (Приложение № 3 към т. 1), (буква „в“ към Национална програма за развитие на училищното образование и предучилищното възпитание и подготовка 2006),-(2015 г.), 41, [Online]. URL: <http://www.strategy.bg/StrategicDocuments/View.aspx?lang=bg-BG&Id=393>. [07-Oct-2014]
- [116] РБ (2009). Национална стратегия за въвеждане на ИКТ в българските училища, Министерство на образованието и науката, Р. България, [Online]. URL: <http://www.mon.bg/?h=downloadFile&fileId=2009>. [14-10-2013]
- [117] РБ (2014d). Оперативна програма Наука и образование за интелигентен растеж 2014 – 2020 г, Министерство на образованието и науката, [Online]. URL: <https://www.mon.bg/?go=page&pageId=13&subpageId=706>. [02-02-2015]
- [118] РБ (2014e). Стратегия за ефективно прилагане на информационни и комуникационни технологии в образованието и науката на Република България (2014-2020г.), Министерство на образованието и науката, [Online]. URL: <http://www.strategy.bg/StrategicDocuments/View.aspx?lang=bg-BG&Id=904>. [22-01-2016]
- [119] Речник на българския език. Т. 11 (О) (2002). АИ „Проф. Марин Дринов“, ЕТ „ЕМАС“, София, [Online]. URL: <http://ibl.bas.bg/rbe/>. [12-10-2013]
- [120] Речник на българския език. Т. 13 (Поен – Прелестно) (2008). АИ „Проф. Марин Дринов“, ЕТ „ЕМАС“, София, [Online]. URL: <http://ibl.bas.bg/rbe/>. [12-10-2013]
- [121] Речник на българския език. Т. 6. (И-Й) (1990). Издателство на Българската Академия на Науките, София, [Online]. URL: <http://ibl.bas.bg/rbe/>. [12-10-2014]
-

- [122] Салиходжаева, Р. (2012). Основные аспекты в обучении медицинских сестёр с высшим образованием. *Молодой ученый*, \backslash\$ Издательство \guillemotleftМолодой ученый\guillemotright (39), с. 457–459.
- [123] Световната банка (2007). БЪЛГАРИЯ Ускоряване конвергенцията на България: Предизвикателства пред повишаването на производителността, Сектор „Намаляване на бедността и икономическо управление” Европа и Централна Азия, [Online]. URL: https://ec.europa.eu/ploteus/sites/eac-eqf/files/broch_bg.pdf. [07-Oct-2014]
- [124] Селевко, Г. (2004). Педагогические компетенции и компетентность. *Сельская школа*, (3), с. 29–32.
- [125] Селевко, Г. (2005а). Педагогические технологии на основе информационно–коммуникационных средств, НИИ школьных технологий, Москва, 208 с.
- [126] Селевко, Г. (1998). Современные педагогические технологии: Учебное пособие, Народное образование, Москва.
- [127] Селевко, Г. (2006а). Энциклопедия образовательных технологий 2, Народное образование. НИИ школьных технологий, Москва.
- [128] Селевко, Г. (2006b). Энциклопедия образовательных технологий 1, Народное образование. НИИ школьных технологий, Москва, 468 с.
- [129] Селевко, Г. (2005b). Энциклопедия образовательных технологий 1, Народное образование. НИИ школьных технологий, Москва, 556 с.
- [130] Слостенин, В. И. Исаев, Е. Шиянов (2007). Педагогика: Учебное пособие для студентов пед. учеб. заведений 6th Ed, Издательский центр “Академия,” Москва, 576 с.
- [131] Старибратов, И, Е. Ангелова (2011). Методически подходи за обучение чрез използване на електронни учебни ресурси. Institute of Mathematics and Informatics Bulgarian Academy of Sciences, Association for the Development of the Information Society, с. 329–336.
- [132] Стефанова, Е. (2012). Отворени виртуални светове за професионално израстване *Дисертационен труд за присъждане на ОНС “ДОКТОР,”* София 171 с.
- [133] Стефанова, Т, Н. Ангелова (2012). Обучение чрез проблемно базирани модули по учебни дисциплини от природонаучния и медико-социалния цикъл. *Научни трудове на Русенския университет*, 51, (8.3), с. 134–138, [Online]. URL: <http://conf.uni-ruse.bg/bg/docs/cp12/8.3/8.3-25.pdf>
- [134] Стоименова, Е. (2000). Измерителни качества на тестове. *Нов Български университет*.
- [135] Ташева, С, Д. Павлов (2000). Иновации в технологията на обучение при професионалната подготовка. *Национален институт по образование, С.:МОН и НИО*, с. 13–24.
- [136] Трайнев, В, И. Трайнев (2003). Информационные педагогические технологии (обобщения и рекомендации): Учебное пособие . Москва 280 с. [Online]. URL: <http://jsulib.ru/Lib/Articles/983/835/index.htm>. [12–10-2013]

- [137] Филипова-Байрова, М, С. Бояджиев, Е. Машалова, К. Костов (1982). Речник на чуждите думи в българския език, Институт за български език, Българска академия на науките, София, 101 с.
- [138] Фоменко, Н. В. (2012). Педагогическая сущность коммуникативной компетентности в условиях образовательного процесса. *Вестник Майкопского государственного технологического университета*, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования “ Майкопский государственный технологический университет” (2).
- [139] Фондация “Заедно в час” По инициатива и с финансовата подкрепа на Фондация Америка за България, [Online]. URL: <http://zaednovchas.bg/>. [10-Nov-2015]
- [140] Холенбек, Д, М. Кирова, Е. Бояджиева, А. Тафрова-Григорова (2009). Ученици и учители за настоящата и предпочитана учебна среда- резултати от едно проучване. *Химия. Ефективност на обучението*, 18, (5), с. 349–369.
- [141] Хотунцев, Ю, П. Якушкин, А. Насипов (2012). Системное технологическое мышление и технологическая культура человека, in *Сборник научных трудов Международной научно–практической конференции*, 1, с. 9–14.
- [142] Цанков, Н. (2013). Компетентност за познавателно моделиране (Дидактическа конкретизация и развитие), Издателство Авангард Прима, С, 102 с.
- [143] Цанова, Н. (2011). Нива на подготовка на студентите за интегриране на икт в обучението по биология. *Списание на Софийския Университет за електронно обучение*, 2, , [Online]. URL: http://journal.e-center.uni-sofia.bg/f/downloads/2011/Broi%202/Tsanova_ED.pdf
- [144] Цветков, Д. (2015a). Вероятности модели в теорията на тестовете, Велико Търново: Университетско издателство “Св. св. Кирил и Методий,” 116 с.
- [145] Цветков, Д. (2015b). Лекции по статистически методи в психологията, Велико Търново: ИВИС, 132 с.
- [146] Цветков, Д. (1987). Общопедагогически проблеми на педагогическите технологии 5, Народна просвета.
- [147] ЦКОКУО Център за контрол и оценка на качеството на училищното образование , Министерство на образованието и науката, България , [Online]. URL: <http://www.ckoko.bg/>. [03-Дец-2014]
- [148] Чолаков, К, Г. Герджиков (1995). Аудио–визуални и компютърни информационни технологии в обучението, Университетско издателство “Св. св. Кирил и Методий,” 224 с.
- [149] Чуб, Я. (2012). Формирование технологического мышления студентов на занятиях по физической культуре. – Учебно–методическое пособие. *Екатеринбург: Изд-во Ур-ГУПС*, (1), 135 с.
- [150] Чупрасова, В. (2000). Современные технологии в образовании. *Владивосток: ТИДОТ ДВГУ*, 52 с.
- [151] Широкова, Е. (1995). Основы педагогической технологии: Учебное пособие. Барнаул, 180 с.

-
- [152] Штейнберг, В. (2011). Дидактическая многомерная технология-хроника разработки. *Педагогический журнал Башкортостана*, (5), с. 74–84.
- [153] Юрьевич, А. М. (2013). Дидактические возможности и особенности свободной программы динамической геометрии GEOGEBRA. *Применение инновационных технологий в образовании: материалы XXIV Междунар. конф, 26-27 июня 2013 г, Москва, Троицк*, с. 448–451, [Online]. URL: <http://tmo.ito.edu.ru/2013/section/220/96517/index.html>
- [154] АЕСТ (1977). Association for Educational Communications and Technology, Washington, [Online]. URL: <http://www.aect.org/newsite/>. [09-Jun-2014]
- [155] Aggarwal, J. (2009). Essentials Of Educational Technology, 2E, Vikas Publishing House Pvt Limited, [Online]. URL: <https://books.google.com.au/books?id=ВНН3НВсТf8YС>
- [156] Ahmed, A. K. (2013). Teacher-Centered Versus Learner-Centered Teaching Style. *The Journal of Global Business Management*, 9, (1), pp. 22–34.
- [157] Allo, P, B. Baumgaertner, S. D'Alfonso, N. Fresco, F. Gobbo, C. Grubaugh, A. Iliadis, P. Illari, E. Kerr, G. Primiero, F. Russo, C. Schulzand, M. Taddeo, M. Turilli, O. Vakarelov, H. Zenil (2012). The Philosophy of Information - a Simple Introduction, Society for the Philosophy of Information, p. 220, [Online]. URL: http://socphilinfo.org/sites/default/files/i2pi_2013.pdf
- [158] Balanskat, A, R. Blamire, S. Kefala (2006). The ICT impact report. *A review of studies of ICT impact on schools in Europe*, p. 11.
- [159] Barrows, H. S, R. M. Tamblyn (1980). Problem-based learning: An approach to medical education, Springer Publishing Company.
- [160] Bates, A, G. Poole (2003). Effective Teaching with Technology in Higher Education: Foundations for Success, ERIC.
- [161] Blaze, K. (2011). Applying SECTIONS to selectiong appropriate learning technologies , LearningSpark , [Online]. URL: www.learningspark.com.au
- [162] Braver, M, S. Braver (1988). Statistical treatment of the Solomon four-group design: A meta-analytic approach. *Psychological Bulletin*, American Psychological Association 104, (1), p. 150.
- [163] Cachia, R, A. Ferrari, K. Ala-Mutka, Y. Punie (2010). Creative learning and innovative teaching: Final Report on the Study on Creativity and Innovation in Education in EU Member States.
- [164] Christou, C, N. Mousoulides, M. Pittalis, D. Pitta-Pantazi (2005). Problem solving and problem posing in a dynamic geometry environment. *The Mathematics Enthusiast*, 2, (2), pp. 125–143.
- [165] Chrysanthou, I. (2008). The use of ICT in primary mathematics in Cyprus: the case of GeoGebra *Master's thesis, University of Cambridge, UK*, p. 94.
- [166] Clough, M, J. Olson, D. Niederhauser (2013). The nature of technology: implications for learning and teaching, Springer Science & Business Media.
- [167] Collins, A, R. Halverson (2009). Rethinking education in the age of technology: The digital revolution and schooling in America, Teachers College Press.
- [168] Commission of the European Communities (2001). Communication from the Commission to the Council and the European Parliament. The eLearning Action Plan Designing tomorrow's education. Brussels, 28.3.2001 19, [Online]. URL:
-

- <http://ec.europa.eu/transparency/regdoc/rep/1/2001/EN/1-2001-172-EN-F1-1.Pdf>. [14-10-2013]
- [169] Creswell, J. W. (2002). Educational research: Planning, conducting, and evaluating quantitative. *New Jersey: Upper Saddle River*,
- [170] Demana, F, B. Waits (1990). Enhancing mathematics teaching and learning through technology. *Teaching and learning mathematics in the 1990s*, Reston (VA): NCTM 19905, pp. 212-222.
- [171] Dikovic, L. (2009). Applications GeoGebra into teaching some topics of mathematics at the college level. *Computer Science and Information Systems*, 6, (2), pp. 191-203.
- [172] Dimitrov, D. M, P. D. Rumrill Jr (2003). Pretest-posttest designs and measurement of change. *Work*, IOS Press 20, (2), pp. 159-165.
- [173] Dochy, F, M. Segers, P. Van Den Bossche, K. Struyven (2005). Students' perceptions of a problem-based learning environment. *Learning environments research*, Springer 8, (1), pp. 41-66.
- [174] Dugger, W, N. Naik (2001). Clarifying misconceptions between technology education and educational technology. *Technology Teacher*, International Technology Education Association 61, (1), pp. 31-35.
- [175] Education, C. of (2006). Recommendation of the European Parliament and the Council of 18 December 2006 on key competencies for lifelong learning. *Brussels: Official Journal of the European Union*, 30, (12), p. 9.
- [176] Ellington, H, P. Race, F. Percival (1993). Handbook of Educational Technology, Nichols. P, London, p. 263.
- [177] Finn, J. (1960). Automation and education: III. Technology and the instructional process. *Audiovisual communication review*, Springer 8, (1), pp. 5-26.
- [178] Galbraith, J. (2007). The New Industrial State, Princeton University Press, [Online]. URL: <http://books.google.ro/books?id=8l2G-C8H8IoC>
- [179] Haciomeroglu, E. S, L. Bu, R. C. Schoen, M. Hohenwarter (2009). Learning to develop mathematics lessons with GeoGebra. *MSOR Connections*, 9, (2), pp. 24-26.
- [180] Handal, B, C. Campbell, M. Cavanagh, P. Petocz, N. Kelly (2012). Integrating technology, pedagogy and content in mathematics education. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, 31, (4), pp. 387-413.
- [181] Henderson, M. (2010). The 21st Century Environmental Revolution: A Structural Strategy for Global Warming, Resource Conservation, Toxic Contaminants, and the Environment: the Fourth Wave, Waves of the Future, p. 190.
- [182] Hepp, P, J. E. Hinostroza, E. Laval, L. Rehbein (2004). Technology in schools: Education, ICT and the knowledge society, World Bank, Distance & Open Learning and ICT in Education Thematic Group, Human Development Network, Education, p. 86.
- [183] Hohenwarter, M, K. Fuchs (2004). Combination of dynamic geometry, algebra and calculus in the software system GeoGebra, in *Computer Algebra Systems and Dynamic Geometry Systems in Mathematics Teaching Conference*, [Online]. URL: http://www.geogebra.org/publications/pecs_2004.pdf. [16-03-2014]
-

- [184] Hohenwarter, M, K. Jones (2007). BSRLM Geometry Working Group: ways of linking geometry and algebra, the case of Geogebra. *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, 27, (3), pp. 126–131.
- [185] Hohenwarter, M, J. Preiner (2007). Creating mathlets with open source tools. *Journal of Online Mathematics and its Applications*, 7, (Article ID 1574), , [Online]. URL: http://www.maa.org/external_archive/joma/Volume7/Hohenwarter2/index.html
- [186] Hohenwarter, M, J. Preiner, T. Yi (2007). Incorporating GeoGebra into teaching mathematics at the college level, in *Proceedings of the International Conference for Technology in Collegiate Mathematics 2007*, [Online]. URL: http://www.jampaper.eu/Jampaper_HARC/2009_IV_2.sz_files/JAM090202e.pdf. [22-May-2012]
- [187] IEA International Association for the Evaluation of Educational Achievement, [Online]. URL: <http://www.iea.nl/>. [04-Nov-2014]
- [188] IGI International GeoGebra Institute, [Online]. URL: <http://www.geogebra.org/>. [04-Oct-2015]
- [189] IPTS Institute for Prospective Technological Studies, Joint Research Centre, European Commission, [Online]. URL: <https://ec.europa.eu/jrc/en/institutes/ipts/>. [09-Jun-2014]
- [190] ISTE International Society for Technology in Education (ISTE), [Online]. URL: <http://www.iste.org/>. [09-Jun-2014]
- [191] ITEEA International Technology and Engineering Educators Association (ITEEA), [Online]. URL: <http://www.iteaconnect.org>. [14-05-2014]
- [192] Januszewski, A, K. Persichitte (2008). A history of the AECT's definitions of educational technology in *Educational technology: A definition with commentary*, , Taylor & Francis New York, pp. 259–282.
- [193] Johnson, J. (2000). Teaching and Learning Mathematics: Using Research to Shift from the “ yesterday” Mind to the “ tomorrow” Mind, Office of Superintendent of Public Instruction, [Online]. URL: www.k12.wa.us
- [194] Jones, K, Z. Lavicza, M. Hohenwarter, A. Lu, M. Dawes, A. Parish, M. Borchers (2009). BSRLM Geometry working group: Establishing a professional development network to support teachers using dynamic mathematics software GeoGebra. *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, 29, (1), 97–102.
- [195] Koehler, M, P. Mishra (2008). Handbook of technological pedagogical content knowledge (TPCK) for educators. *New York and London: Routledge*,
- [196] Koehler, M, P. Mishra (2009). What is technological pedagogical content knowledge (TPACK)? *Contemporary issues in technology and teacher education*, 9, (1), pp. 60–70.
- [197] Kravcik, M. (2009). TENCompetence Principles \& Personal Competence Development. *Presentation at TENCompetence Winter School. February 18, 2008, Innsbruck, Austria*, [Online]. URL: http://www.open.ou.nl/mkv/TENCompetence/WinterSchool/2008/Kravcik_Opening.pdf or <http://hdl.handle.net/1820/1826>
- [198] Lapp, M. (2013). Levels of detail, [Online]. URL: <http://www.memecon.com/levels-of-detail.html>. [29-12-2014]

- [199] Lumsdaine, A. (1964). Educational technology, programmed learning, and instructional science. *Theories of learning and instruction: The sixty-third yearbook of the National Society for the Study of Education*, pp. 371–401.
- [200] Mangal, S, U. Mangal (2009). Essentials Of Educational Technology, Prentice-Hall Of India Pvt. Limited, p. 812, [Online]. URL: <http://books.google.com.au/books?id=fGykvf11JX4C>
- [201] Mariotti, M. (1999). Geometry: dynamic intuition and theory.
- [202] McCombs, B. L, J. S. Whisler (1997). The Learner-Centered Classroom and School: Strategies for Increasing Student Motivation and Achievement. The Jossey-Bass Education Series, ERIC.
- [203] McCrindle, M. (2009). The ABC of XYZ: Understanding the global generations, The ABC of XYZ, [Online]. URL: http://mccrindle.com.au/resources/The-ABC-of-XYZ_Chapter-1.pdf. [29-Jan-2013]
- [204] McCrindle, M. (2006). Word Up: A Lexicon of Generations Y & Z : a Guide to Communicating with Them, McCrindle Research Pty Limited, [Online]. URL: http://mccrindle.com.au/resources/whitepapers/McCrindle-Research_Word-Up-02_Influences-on-21st-Century-Language_Mark-McCrindle.pdf. [29-Jan-2013]
- [205] Mishra, P, M. Koehler (2006). Technological pedagogical content knowledge: A framework for teacher knowledge. *The Teachers College Record*, Teachers College Record 108, (6), pp. 1017–1054.
- [206] Niss, M. (2003). Mathematical competencies and the learning of mathematics: The Danish KOM project, in *3rd Mediterranean conference on mathematical education*, pp. 115–124.
- [207] Novak, A. M, C. I. Gleason (2001). Incorporating portable technology to enhance an inquiry, project-based middle school science classroom in *Portable Technologies*, , Springer, pp. 29–62.
- [208] OECD Organization for Economic Co-operation and Development, [Online]. URL: www.oecd.org. [04-Jun-2014]
- [209] Pattar, U, V. H. Raybagkar, S. Garg (2012). Teaching-Learning through innovative experiments: An investigation of students' responses. *Lat. Am. J. Phys. Educ. Vol, 6*, (3), p. 347.
- [210] Petkova, M. (2013). GeoGebra in School Course in Geometry. *Mathematics, Informatics and Physics, Conference ITE*, the Union of Scientists - Ruse 5, (10), pp. 136–145, [Online]. URL: http://suruse.uni-ruse.bg/files/Conference/_MagdalenaPetkova.pdf
- [211] Petkova, M. (2011). Teaching and Learning Mathematics Based on GeoGebra Usage, in *Mathematics, Informatics and Physics*, 8, (5), 145–152, [Online]. URL: http://suruse.uni-ruse.bg/files/Conference_MagdalenaPetkova.pdf
- [212] Petkova, M, E. Velikova (2015a). GeoGebra Constructions and Problems for Arbelos and Archimedean circles. *GeoGebra Global Gathering, 15-17 July, 2015*, International GeoGebra Institute, Linz, Austria, [Online]. URL: <http://tube.geogebra.org/material/simple/id/1383213>
- [213] Petkova, M, E. Velikova (2015b). Mathematical Problem Posing on the Basis of the GeoGebra Multi-platform, in *Proceedings of the Annual Conference RU & SU, 09-10.10.2015, 70 years of traditions and innovations*, 54, (6.4), pp. 28–39.

- [214] Petrina, S. (2003). The Educational Technology is Technology Education Manifesto. *Journal of Technology Education*, 15, (1).
- [215] Phonguttha, R, S. Tayraukham, P. Nuangchalerm (2009). Comparisons of Mathematics Achievement, Attitude towards Mathematics and Analytical Thinking between Using the Geometer's Sketchpad Program as Media and Conventional Learning Activities. *Australian Journal of Basic and Applied Sciences*, INSInet Publication 3, (3), pp. 3036–3039.
- [216] PIRLS Progress in International Reading Literacy Study, TIMSS & PIRLS International Study Center, International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA), [Online]. URL: <http://timssandpirls.bc.edu/pirls2016/framework.html>. [10-Nov-2015]
- [217] PISA Programme for International Student Assessment, [Online]. URL: <http://www.oecd.org/pisa/>. [09-Jun-2014]
- [218] Prensky, M. (2001). Digital natives, digital immigrants. *On the horizon*, MCB UP Ltd 9, (5), pp. 1–6, [Online]. URL: <http://www.marcprensky.com/writing/Prensky%20-%20Digital%20Natives,%20Digital%20Immigrants%20-%20Part1.pdf>. [05-Feb-2014]
- [219] Puentedura, R. (2010). SAMR and TPACK: Intro to advanced practice. *Retrieved February*, 12.
- [220] Raykova, Z. (2008). Development Procedural Skills in Science Education – Constructivist Approach [Развитие на процесуални умения в обучението по природни науки – конструктивистки подход], Plovdiv University Press, Пловдив, България, p. 138.
- [221] Ruthven, K, R. Deane, S. Hennessy (2009). Using graphing software to teach about algebraic forms: A study of technology-supported practice in secondary-school mathematics. *Educational studies in mathematics*, Springer 71, (3), pp. 279–297.
- [222] Ruthven, K, S. Hennessy (2002). A practitioner model of the use of computer-based tools and resources to support mathematics teaching and learning. *Educational studies in mathematics*, Springer 49, (1), pp. 47–88.
- [223] Ruthven, K, S. Hennessy, R. Deane (2005). Current practice in using dynamic geometry to teach about angle properties. *Micromath*, 21, (1), pp. 9–13.
- [224] Sampath, K. (2001). Introduction to educational technology, Sterling Publishers Pvt. Ltd, p. 367.
- [225] Savage, E, L. Sterry (1990). A Conceptual Framework for Technology Education Part 2. *Technology Teacher*, ERIC 50, (2), pp. 7–11.
- [226] Savin-Baden, M. (2000). Problem-based learning in higher education: Untold stories, McGraw-Hill International.
- [227] Savin-Baden, M. (2014). Using Problem-Based Learning: New Constellations for the 21 st Century. *Journal on Excellence in College Teaching*, 25, (3), (4), pp. 197–219.
- [228] Seattler, P. (2004). The evolution of American educational technology, IAP, 570, [Online]. URL: <https://books.google.com/>. [14-02-2015]
- [229] Sharma, R, S. Chandra (2003). Advanced Educational Technology 2, Atlantic Publishers & Dist, p. 576.
- [230] Shulman, L. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational researcher*, JSTOR, pp. 4–14.

- [231] Singh, C. (2006). Introduction to Educational Technology, Lotus Press, p. 314, [Online]. URL: <https://books.google.com.au/books?id=-P8rIKEPe4wC>
- [232] Singh, Y, T. Sharma, B. Upadhyya (2008). Education Technology: teaching Learning, APH Publishing, p. 338, [Online]. URL: <https://books.google.ro/books?id=VxA9o26xAvcC>
- [233] Spector, J. (2012). Foundations of educational technology: Integrative approaches and interdisciplinary perspectives, Routledge, p. 216.
- [234] Stallman, R. (2002). Free software, free society: Selected essays of Richard M. Stallman, Free Software Foundation.
- [235] Stallman, R. (2009). Viewpoint Why open source misses the point of free software. *Communications of the ACM*, ACM 52, (6), pp. 31–33.
- [236] TALIS Teaching and Learning International Survey, [Online]. URL: <http://www.oecd.org/edu/school/talis.htm>. [09-Jun-2014]
- [237] Terzieva, V, P. Kademova-Katzarova (2013). Advanced ICT based Training Methods. *Association for the Development of the Information Society*, Institute of Mathematics and Informatics Bulgarian Academy of Sciences VI, pp. 237–247.
- [238] TIMSS Trends in International Mathematics and Science Study, TIMSS & PIRLS International Study Center, International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA), [Online]. URL: <http://timssandpirls.bc.edu/timss2015/frameworks.html#>. [10-Nov-2015]
- [239] TIMSS, PIRLS TIMSS & PIRLS International Study Center, Lynch School of Education, Boston College, [Online]. URL: <http://timssandpirls.bc.edu/index.html/>. [04-Nov-2014]
- [240] Toffler, A. (1980). The Third Wave. New York: , William Morrow and Co, Inc, 517.
- [241] UNESCO (1984). Glossary of educational technology terms. France.
- [242] Velikova, E. (2008). Promoting Creativity for All Students-Educational Technology and Multimedia Usage, in *Proceedings of the Discussing Group 9 : Promoting Creativity for All Students in Mathematics Education*, pp. 330–344.
- [243] Velikova, S, D. Tsvetkov (2015). Strategies for L2 Lecture Comprehension: An Intervention Study. *Научный результат. Серия Вопросы теоретической и прикладной лингвистики*, Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего профессионального образования Белгородский государственный национальный исследовательский университет (3).
- [244] Vorhaus, J. (2007). Effective Teaching and Learning Using ICT. *NRDC, London*,
- [245] Wambugu, P, J. Changeiywo (2008). Effects of mastery learning approach on secondary school students' physics achievement. *Eurasia Journal of mathematics, Science & technology education*, 4, (3), pp. 293–302.
- [246] Weimer, M. (2002). Learner-centered teaching: Five key changes to practice, John Wiley & Sons.
- [247] Wenglinsky, H. (1998). Does it compute? The relationship between educational technology and student achievement in mathematics. *Educational Testing Service*, ERIC, Princeton.
- [248] Whitman, D. S, D. L. Van Rooy, C. Viswesvaran, A. Alonso (2008). The susceptibility of a mixed model measure of emotional intelligence to faking: a Solomon four-group design. *Psychology Science*, 50, (1), p. 44.

- [249] Wilke, R. R. (2003). The effect of active learning on student characteristics in a human physiology course for nonmajors. *Advances in physiology education*, Am Physiological Soc 27, (4), pp. 207–223.
- [250] Wu, H.-K, Y.-S. Hsu, F.-K. Hwang (2008). Factors affecting teachers' adoption of technology in classrooms: Does school size matter? *International Journal of Science and Mathematics Education*, Springer 6, (1), pp. 63–85.

Списък на таблиците

Таблица 1. Ключови характеристики на <i>общопедагогическите технологии</i> ..23	
Таблица 2. Процесуални фази за <i>учене чрез решаване на проблеми</i> спрямо етапите на технологията на <i>проблемното обучение</i>38	
Таблица 3. Предимства на свободния софтуер54	
Таблица 4. Недостатъци на свободния софтуер55	
Таблица 5. Група технологии и подцели на концептуалния модел72	
Таблица 6. Основни компоненти на учебния процес и педагогически принципи в концептуалния модел на изследването74	
Таблица 7. Основни дейности на обучаващия и обучаваните81	
Таблица 8. План на Соломон за четири групи 116	
Таблица 9. Ранжиране на студентите по среден успех преди и след прилагане на диагностичната технология 117	
Таблица 10. <i>Степен на формиране на компетентности за интегриране на GeoGebra приложения в задачи по геометрия</i> 119	
Таблица 11. <i>Степен на формиране на компетентности за интегриране на GeoGebra приложения в самостоятелно разработена тема по геометрия</i> ..120	
Таблица 12. <i>Степен на развиване на компетентности за представяне на самостоятелно разработена тема по геометрия</i> 121	
Таблица 13. Етапи на експеримента 122	
Таблица 14. Класически атрибути за надеждност на Критерий 1 129	
Таблица 15. GPCM оценка на параметрите за скалата на Критерий 1 130	
Таблица 16. Факторни тегла за скалата на Критерий 1 131	
Таблица 17. Класически атрибути за надеждност на Критерий 2 135	
Таблица 18. GPCM оценка на параметрите за скалата на Критерий 2 136	
Таблица 19. Факторни тегла за скалата на Критерий 2 136	
Таблица 20. Класически атрибути за надеждност на Критерий 3 140	
Таблица 21. GPCM оценка на параметрите за скалата на Критерий 3 141	
Таблица 22. Факторни тегла за скалата на критерий 3 (ML) 141	
Таблица 23. Схема на <i>Основен експериментален план с две групи</i> 144	
Таблица 24. Резултати за критерий 1 144	
Таблица 25. Резултати за Критерий 1 от Post-Нос анализа 145	
Таблица 26. Резултати за Критерий 2 146	
Таблица 27. Резултати за Критерий 2 от Post-Нос анализа 146	
Таблица 28. Резултати за Критерий 3 147	
Таблица 29. Резултати за Критерий 3 от Post-Нос анализа 147	
Таблица 30. Факторни тегла за скалата на обобщения критерий (PC)..... 149	
Таблица 31. Резултати за Обобщения критерий 149	
Таблица 32. Резултати за Обобщения критерий от Post-Нос анализа 150	
Таблица 33. Сравнение между експерименталната ЕГ1 и контролната КГ1 групи при Констатиращия експеримент – t-тест (суров бал)..... 151	

Таблица 34. Сравнение между експерименталната ЕГ1 и контролната КГ1 групи при Констатиращия експеримент – <i>тест на Ман-Уитни</i> (суров бал)	151
Таблица 35. Сравнение между експериментална ЕГ1 и контролна КГ1 група при Контролния експеримент – t-тест	154
Таблица 36. Сравнение между експериментална ЕК1 и контролна КГ1 група при Контролния експеримент – <i>тест на Ман-Уитни</i> (суров бал)	154
Таблица 37. Сравнение между Констатиращия експеримент и Контролния експеримент при КГ1 – <i>тест на Стюдънт</i> (суров бал)	157
Таблица 38. Сравнение между Констатиращия експеримент и Контролния експеримент при ЕГ1 – <i>тест на Стюдънт</i> (суров бал)	157
Таблица 39. Схема на дисперсионен анализ 2x2 за статистическа проверка	161
Таблица 40. Резултати за Критерий 1	161
Таблица 41. Резултати за Критерий 1 от Post-Нос анализа	162
Таблица 42. Резултати за критерий 2	162
Таблица 43. Резултати за критерий 2 от Post-Нос анализа	163
Таблица 44. Резултати за критерий 3	164
Таблица 45. Резултати за Критерий 3 от Post-Нос анализа	164
Таблица 46. Резултати за обобщения критерий	165
Таблица 47. Резултати за Обобщения критерий от Post-Нос анализа	165
Таблица 48. Сравнение между групата ЕГ1 и ЕГ2 и групата КГ1 и КГ2 при Контролния експеримент – t-тест (суров бал)	168
Таблица 49. Сравнение между групата ЕГ1 и ЕГ2 и групата КГ1 и КГ2 при Контролния експеримент – <i>тест на Ман-Уитни</i> (суров бал)	169
Таблица 50. Сравнение между групата с пре-тест и група без пре-тест при Контролния експеримент – t-тест (суров бал)	169
Таблица 51. Сравнение между групата с пре-тест и група без пре-тест при Контролния експеримент – <i>тест на Ман-Уитни</i> (суров бал)	169

Списък на фигурите

Фигура 1. Етапи в еволюционното развитие на информационните средства	18
Фигура 2. Схема на <i>общопедагогическа технология</i>	23
Фигура 3. Универсален модел на <i>педагогическа технология</i>	31
Фигура 4. Педагогическо взаимодействие при <i>проблемното обучение</i>	37
Фигура 5. Структурата на компютърно подпомагано обучение по математика	49
Фигура 6. Адаптиран модел SECTIONS	53
Фигура 7. <i>Технологично педагогическо съдържателно знание</i> - възпроизведено и преведено с разрешение на издателя, 2012 г. от http://tpack.org	64
Фигура 8. Общата формула на взаимодействие на <i>авторските педагогически технологии</i> от концептуалния модел на изследването	71

Фигура 9. Циклична схема на използване на GeoGebra	85
Фигура 10. GeoGebra конструкция на геометричната фигура Квадрат по алгоритъм, зададен от обучаващия	87
Фигура 11. Създаване на нов инструмент	88
Фигура 12. Избор на изходящи (произведени) обекти от инструмента „Квадрат“	88
Фигура 13. Избор на входящи обекти за инструмента „Квадрат“	88
Фигура 14. Въвеждане на име и икона на инструмента „Квадрат“	89
Фигура 15. Нов инструмент „Квадрат“, добавен в лентата с инструменти	89
Фигура 16. Друг алгоритъм за построяване на “Квадрат” в GeoGebra среда	89
Фигура 17. Начален изглед	91
Фигура 18. Резултат от изследователска дейност	91
Фигура 19. GeoGebra приложение на Пример 1.2	91
Фигура 20. GeoGebra приложение на Пример 1.3	92
Фигура 21. GeoGebra приложение на разностранен триъгълник	93
Фигура 22. GeoGebra приложение №1 на равнобедрен триъгълник	93
Фигура 23. GeoGebra приложение №2 на равнобедрен триъгълник	93
Фигура 24. Равнобедрен триъгълник по дадени основа и височина към бедрото, когато $ha \geq c$	94
Фигура 25. GeoGebra приложение №3 на равнобедрен триъгълник	94
Фигура 26. GeoGebra приложение на равноностранен триъгълник	95
Фигура 27. GeoGebra приложение на остроъгълен триъгълник (с анимация и стъпки за проследяване на построението)	95
Фигура 28. GeoGebra приложение на правоъгълен триъгълник	96
Фигура 29. GeoGebra приложение на тъпоъгълен триъгълник (с анимация и стъпки за проследяване на построението)	96
Фигура 30. GeoGebra приложение на ортоцентър и височини в триъгълник	96
Фигура 31. GeoGebra приложение на медицентър, свойство на медианата в триъгълник и два примера за упражнение (изглед 1)	97
Фигура 32. GeoGebra приложение на медицентър, свойство на медианата в триъгълник и два примера за упражнение (изглед 2)	97
Фигура 33. GeoGebra приложение на симетрали в триъгълника и център на описаната около триъгълника окръжност	97
Фигура 34. GeoGebra приложение на вътрешни ъглополовящи в триъгълника	98
Фигура 35. GeoGebra приложение на външно вписаните в триъгълника окръжности	98
Фигура 36. Построяване на равноностранен триъгълник по височина (I начин)	99
Фигура 37. Построяване на равноностранен триъгълник по височина (II начин)	99
Фигура 38. Геометрично място на точки, от които дадена отсечка се вижда по даден ъгъл 60°	100
Фигура 39. Описание на всички изследвани случаи в Пример 2.5	100
Фигура 40. Случай I	101
Фигура 41. Случай II	101
Фигура 42. Случай III	101
Фигура 43. Случай IV	102

Фигура 44. Случай V	102
Фигура 45. Случай VI.....	102
Фигура 46. Случай VII.....	103
Фигура 47. Случай VIII	103
Фигура 48. Случай IX.....	103
Фигура 49. GeoGebra приложение на „Правилен шестоъгълник“	104
Фигура 50. Атрактивност на GeoGebra приложение	104
Фигура 51. Задача за ГМТ	106
Фигура 52. Задача за ГМТ	107
Фигура 53. Задача за овладяване на <i>Методът на помощната окръжност</i> (основен изглед на GeoGebra приложения).....	108
Фигура 54. Задача за овладяване на <i>Методът на помощната окръжност</i> (изследователска дейност в GeoGebra приложения).....	108
Фигура 55. Триммерно изобразяване на куб в двумерното пространство на GeoGebra.....	109
Фигура 56. Триммерно изобразяване на правилна n-ъгълна пирамида в двумерното пространство на GeoGebra (изглед 1).....	109
Фигура 57. Триммерно изобразяване на правилна n-ъгълна пирамида в двумерното пространство на GeoGebra (изглед 2).....	109
Фигура 58. Триммерно изобразяване на правилна n-ъгълна пирамида в двумерното пространство на GeoGebra (изглед 3).....	110
Фигура 59. Триммерно изобразяване на октаедър в двумерното пространство на GeoGebra	110
Фигура 60. Триммерно изобразяване на икосаедър в двумерното GeoGebra пространство.....	110
Фигура 61. Структура на методиката на изследването.....	113
Фигура 62. Индикатор 1	131
Фигура 63. Индикатор 2	131
Фигура 64. Индикатор 3	132
Фигура 65. Индикатор 4	132
Фигура 66. Индикатор 5	132
Фигура 67. Индикатор 6	132
Фигура 68. Индикатор 7	132
Фигура 69. Индикатор 8	132
Фигура 70. Индикатор 9	132
Фигура 71. Индикатор 10.....	132
Фигура 72. Индикатор 11.....	133
Фигура 73. Индикатор 12.....	133
Фигура 74. Индикатор 13.....	133
Фигура 75. Индикатор 14.....	133
Фигура 76. Индикатор 15.....	133
Фигура 77. Индикатор 16.....	133
Фигура 78. Индикатор 17	133
Фигура 79. Индикатор 18.....	133
Фигура 80. Индикатор 19.....	134
Фигура 81. Индикатор 20.....	134
Фигура 82. Индикатор 21.....	134
Фигура 83. Индикатор 22.....	137

Фигура 84. Индикатор 23.....	137
Фигура 85. Индикатор 24.....	137
Фигура 86. Индикатор 25.....	137
Фигура 87. Индикатор 26.....	138
Фигура 88. Индикатор 27.....	138
Фигура 89. Индикатор 28.....	138
Фигура 90. Индикатор 29.....	138
Фигура 91. Индикатор 30.....	138
Фигура 92. Индикатор 31.....	138
Фигура 93. Индикатор 32.....	138
Фигура 94. Индикатор 33.....	138
Фигура 95. Индикатор 34.....	139
Фигура 96. Индикатор 35.....	139
Фигура 97. Индикатор 36.....	139
Фигура 98. Индикатор 37.....	139
Фигура 99. Индикатор 38.....	139
Фигура 100. Индикатор 39.....	139
Фигура 101. Индикатор 40.....	139
Фигура 102. Индикатор 41.....	142
Фигура 103. Индикатор 42.....	142
Фигура 104. Индикатор 43.....	142
Фигура 105. Индикатор 44.....	142
Фигура 106. Индикатор 45.....	142
Фигура 107. Индикатор 46.....	142
Фигура 108. Индикатор 47.....	143
Фигура 109. Индикатор 48.....	143
Фигура 110. Индикатор 49.....	143
Фигура 111. Индикатор 50.....	143
Фигура 112. Диаграма на средните за Критерий 1.....	145
Фигура 113. Диаграма на средните за Критерий 2.....	146
Фигура 114. Диаграма на средните за Критерий 3.....	148
Фигура 115. Диаграма на средните за Обобщения критерий.....	150
Фигура 116. Средни стойности на индикаторите на всички критерии при Констатиращия експеримент (суров бал).....	152
Фигура 117. Средни стойности на индикаторите на Критерий 1 при Констатиращия експеримент.....	152
Фигура 118. Средни стойности на индикаторите на Критерий 2 при Констатиращия експеримент.....	153
Фигура 119. Средни стойности на индикаторите на Критерий 3 при Констатиращия експеримент.....	153
Фигура 120. Средни стойности на индикаторите на всички критерии при Контролен експеримент (Обобщение, суров бал).....	155
Фигура 121. Средни стойности на индикаторите на Критерий 1 при Контролния експеримент.....	155
Фигура 122. Средни стойности на индикаторите на Критерий 2 при Контролния експеримент.....	156
Фигура 123. Средни стойности на индикаторите на Критерий 3 при Контролния експеримент.....	156

Фигура 124. Средни стойности на индикаторите на Критерий 1 между Констатиращия експеримент и Контролния експеримент при ЕГ1	158
Фигура 125. Средни стойности на индикаторите на Критерий 2 между Констатиращия експеримент и Контролния експеримент при ЕГ1	158
Фигура 126. Средни стойности на индикаторите на Критерий 3 между Констатиращия експеримент и Контролния експеримент при ЕГ1	159
Фигура 127. Средни стойности на индикаторите на Критерий 1 между Констатиращия експеримент и Контролния експеримент при КГ1	159
Фигура 128. Средни стойности на индикаторите на Критерий 2 между Констатиращия експеримент и Контролния експеримент КГ1	160
Фигура 129. Средни стойности на индикаторите на Критерий 3 между Констатиращия експеримент и Контролния експеримент КГ1	160
Фигура 130. Диаграма на средните за Критерий 1	162
Фигура 131. Диаграма на средните за Критерий 2	163
Фигура 132. Диаграма на средните за Критерий 3	164
Фигура 133. Диаграма на средните за Обобщения критерий	165
Фигура 134. Диаграма на средните на Критерий 1 по Плана на Соломон за четири групи	166
Фигура 135. Диаграма на средните на Критерий 2 по Плана на Соломон за четири групи	166
Фигура 136. Диаграма на средните на Критерий 3 по Плана на Соломон за четири групи	167
Фигура 137. Диаграма на средните на Обобщения критерий по Плана на Соломон за четири групи	167
Фигура 138. Степени на формиране и развиване на качества от Критерий 1	171
Фигура 139. Степени на формиране и развиване на качества от Критерий 2	171
Фигура 140. Степени на формиране и развиване на качества от Критерий 3	171
Фигура 141. 3D изображение на n-ъгълна пирамида в тримерното GeoGebra пространство	177
Фигура 142. 3D изображение на разгъвка на n-ъгълна пирамида в тримерното GeoGebra пространство	178

Приложения

СПИСЪК НА ПРИЛОЖЕНИЯТА

ПРИЛОЖЕНИЕ 1. Проучване на изследвания от българската научна литература през периода 2005-2013г. относно перспективни конструктивистки модели за обучение и учене.....	207
ПРИЛОЖЕНИЕ 2. Класификация на образователните (педагогически) технологии на Г. Селевко в табличен вид.....	208
ПРИЛОЖЕНИЕ 3. Анкетна карта	213
ПРИЛОЖЕНИЕ 4. Диагностични таблици с легенда.....	214
ПРИЛОЖЕНИЕ 5. Окончателен списък на студентите	219
ПРИЛОЖЕНИЕ 6. Оценъчни протоколи на <i>Експериментална група 1</i> в Констатиращ експеримент	221
ПРИЛОЖЕНИЕ 7. Оценъчни протоколи на <i>Експериментална група 1</i> в Контролен експеримент.....	224
ПРИЛОЖЕНИЕ 8. Оценъчни протоколи на <i>Контролна група 1</i> в Констатиращ експеримент	227
ПРИЛОЖЕНИЕ 9. Оценъчни протоколи на <i>Контролна група 1</i> в Контролен експеримент.....	230
ПРИЛОЖЕНИЕ 10. Оценъчни протоколи на <i>Експериментална група 2</i> в Контролен експеримент.....	233
ПРИЛОЖЕНИЕ 11. Оценъчни протоколи на <i>Контролна група 2</i> в Контролен експеримент.....	236
ПРИЛОЖЕНИЕ 12. Таблици за осъществяване на качествен анализ между резултатите, получени при Констатиращия експеримент (ЕГ1, КГ1) и Контролния експеримент (ЕГ1, ЕГ2)	239
ПРИЛОЖЕНИЕ 13. Списък на разработените теми от студентите при Констатиращия експеримент и Контролния експеримент.....	245

Всички приложения са неразделна част от дисертацията.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1. Проучване на изследвания от българската научна литература през периода 2005-2013г. относно перспективни конструктивистки модели за обучение и учене

МОДЕЛИ ЗА	ИЗСЛЕДВАНИЯ НА
<i>учене чрез решаване на проблеми /проблемно-базирано обучение</i>	Д. Димова (2013, с. 31) Zh. Raykova (2008, p. 91) И. Кунева и Е. Николова (2011) И. П. Иванов (2005)
<i>учене във и чрез дейността (опита)/ дейностно учене/ учене чрез преживяване /учене чрез откриване (цикъл на D. Kolb)</i>	Д. Димова (2013, с. 27) И. Кунева и Е. Николова (2011) Д. Митова (2011, с. 17) И. П. Иванов (2005) И. Старибратов и Е. Ангелова (2011, с. 330)
<i>контекстно учене</i>	Д. Димова (2013, с. 28)
<i>активно учене/изграждането на знание чрез активно участие</i>	Zh. Raykova (2008, p. 128-129) Д. Митова (2011, с. 17)
<i>самостоятелно учене</i>	Д. Димова (2013, с. 30) Zh. Raykova (2008, p. 91) И. П. Иванов (2005)
<i>учене чрез сътрудничество и взаимодействие</i>	Д. Димова (2013, с. 29) Д. Железова (2008, с. 193)
<i>проектно-базирано обучение</i>	Д. Димова (2013, с. 32) И. Кунева и Е. Николова (2011) В. Димитрова и Ф. Лустинг (2011, с. 34) И. П. Иванов (2005) Д. Митова (2011, с. 17)
<i>обучение като изследване /изследователска дейност провеждане на експерименти, изследвания, проучване на литературни източници</i>	И. П. Иванов (2005) Zh. Raykova (2008, p. 95) И. Кунева и Е. Николова (2011)
<i>ситуативно обучение (case-study)</i>	И. П. Иванов (2005)
<i>ученико-центрирано обучение</i>	Zh. Raykova (2008, p. 93)
<i>„пробуждащо обучение“ по Е.Н. Князева и С.П. Курдюмов в синергетичен аспект</i>	Д. Гълъбова (2012, с. 417)
<i>свързване на теорията с практиката</i>	И. Кунева и Е. Николова (2011) Zh. Raykova (2008, p. 91)

ПРИЛОЖЕНИЕ 2. Класификация на образователните (педагогически) технологии на Г. Селевко в табличен вид

ПРИЗНАК	ВИДОВЕ ТЕХНОЛОГИИ			
Ниво и естество на прилагане	Социално-педагогически, общопедагогически (метатехнологии)			
	Отраслови, частнопредметни (макротехнологии)			
	Модулни, локални (мезотехнологии)			
	Конкретно-личностни (микротехнологии)			
	Монотехнологии	Политехнологии (интегративни)		
	Гъвкави	Проникващи	Трудни	
Философска основа	Материалистически		Идеалистически	
	Диалектически		Метафизически	
	Сциентистки		Технократически	
	Хуманистични		Природосъобразни	
	Прагматични	Рационалистични	Екзистенциалистски	
	Антропологически	Фройдистки	Религиозни	
	Коеволюционни	Космически	Екзотерични	
			
Основа на методологичния подход	Хуманистични	Природосъобразни	Валеологични	Манипулативни
	Системни		Комплексни	Интегрални
	Групови		Диференцирани	Индивидуални
	Технологии на знанието	Технологии на ценностите	Технологии на задачите	Технологии на компетентностите
	Личностно-ориентирани		Практико-ориентирани	Дейностни
	Ситуационни		Тактически	Стратегически
	Алгоритмични	Търсеци	Изследователски	Творчески
	Социокултурни	Средови	Детерминирани	Синергетични
	Информационни	Комуникативни		Диагностични
			

Научна концепция за овладяване на опит	Асоциативно-рефлекторни		
	Дейности		
	Технологии, развиващи обучението и възпитанието		
	Когнитивни		
	Технологии на интериоризация		
	Сугестивни		
	Бихейвиористична		
	Технологии на невролингвистическото програмиране		
	Психоаналитична		
	Генетична		
	Културно-родова		
	Гещалт технологии		
		
Ориентация към развитие на определени сфери на личността на индивида	Информационни (сфера по изграждане на знания, умения и навици по основните науки)		
	Операционни (формиране на способности за умствени дейности)		
	Технология на саморазвитието (формирането на самоуправляващи механизми на личността)		
	Емоционално-художествени (образуването на област на естетически отношения)		
	Емоционално-нравствени (образуването на област на нравствени отношения)		
	Действено-практична сфера		
	Творчески (евристични)		
	Технология на психофизиологичното развитие		
	Ключови компетенции на личността		
	Характер на съдържанието и структурата	Светски	
Общообразователни		Професионално-ориентирани	
Хуманитарни		Технократически	
Възпитателни		Валеологични	Екологични
Общокултурно		Частнопредметни	
Високостандартни		Адаптивно-вариативни	
Разностранни			

Вид на социално-педагогическата дейност	Обучаваща (дидактическа)	Възпитаваща		Развиваща
	Педагогическа подкрепа (съпровождаща)	Рехабилитационна (възстановяване на загубени способности или функции)		Педагогическа помощ (традиционна дейност на учителя)
	Социализация (самостоятелно развитие на социалните норми и ценности)	Адаптация (приспособяване)	Социална автономия (запазване и развитие на самостоятелност и индивидуалност)	Социална замяна (готовност да се справя с неблагоприятни обстоятелства)
	Управленски	Диагностични	Корекции	Манипулации
	Психолого-педагогически	Социално-педагогически	Медико-педагогически	Културологически
Тип управление на учебно-възпитателно-социалния процес	Класическо лекционно обучение (вербална)			
	Самостоятелно изучаване (работа с книги)			
	Класическо традиционно обучение			
	Съвременно традиционно обучение			
	Система „малки групи“			
	Индивидуално (система „консултант“)			
	Компютърно индивидуално			
	Индивидуално обучение и възпитание (система „репетитор“)			
	Програмно и програмирано обучение			
	Самоуправление (самоорганизация, саморегулация)			
	Взаимоуправление, взаимообучение			
	Административно (централизирано) управление			
Управление със средства за масови комуникации				
Водещ фактор на психичното развитие	Биогенни			
	Социогенни			
	Психогенни			
	Идеалистични			

Доминиращи методи и техники на обучение и образование	Активни		Пасивни	
	Принуждаващи		на свободния избор	
	Догматични, репродуктивни			
	Програмирано образование			
	Обяснително-илюстративни		Проблемни	
	Диалогични, комуникативни, интерактивни			
	Убеждение	Нагледни	Практически	
	Игрови	Проектни	Продуктивни	
	Проблемни, търсеци, изследователски			
	Развиващи		Саморазвиващи	
	Творчески, евристични		Арттехнологии	
	Информационни, компютърни, мултимедийни			
	Индивидуални	Групови	Колективни	
			
Организационната форма	Класно-урочна		Алтернативна	
	Академична		Клубна	
	Индивидуална	Групова	Фронтална	
	Колективни способности за обучение и образование			
	Диференцирани		Интегрирани	
	Открита		Закрита	
			
Преобладаване на средствата за обучение и възпитание	Вербални		Знакови	
	Нагледни (аудио-визуални)			
	Видеообучение	PR средства	Средства за масова информация	
	Програмирани		Програмни	
	Информационни и комуникационни технологии (ИКТ)	Телекомуникационни	Интернет	
	Дистанционни		Сателитни	
	Дейностно-практически			
	Авторизирани			
			

Отношение към детето и ориентация на педагогическите взаимодействия	Субект-обектни		Субект-субектни	
	Интерактивни		Интраактивни	
	Авторитарни		Демократични	
			Либерални (на свободното възпитание)	
	Дидактоцентризъм		Социо-центризъм	
	Личностно-ориентирани		Дейностно-ориентирани	
			Ориентирани към заобикалящата среда	
	Колективно възпитание		Индивидуално	
Технологии на сътрудничество		Самовъзпитание, самообразование		
.....				
Насоченост към модернизация и отношение към традиционната образователна система	На основа хуманизация и демократични отношения			
	На основа активизация и интензификация на дейността на учещите			
	На основа ефективност на организация и управление			
	На основа методическо и дидактическо реконструиране на материала			
	На основа на съвременни информационни и телекомуникационни средства			
	На основа усилване на социално-възпитателна функция			
	Алтернативни		Природосъобразни	
	Свободно образование			
	Технологии авторски школи			
			
Категории на обектите на педагогическо взаимодействие	Технологии за масово образование (предучилищно, начално, основно, средно образование и различни видове образователни институции)			
	Технологии за компенсиращо обучение			
	Технологии за работа с деца със СОП (Специални образователни потребности)			
	Виктимологични (сурдопедагогика, тифлопедагогика и др.)			
	Андрагогически			
	Пенитенциарни			
	Технологии за работа с изоставащи ученици			
	Технологии за работа с изявени (надарени) ученици			
			

ПРИЛОЖЕНИЕ 3. Анкетна карта

РУСЕНСКИ УНИВЕРСИТЕТ „АНГЕЛ КЪНЧЕВ”
Факултет Природни науки и образование
Катедра Алгебра и Геометрия

АНОНИМНА АНКЕТНА КАРТА

за проведен интензивен курс на обучение
по „Динамичен геометричен софтуер - GeoGebra”, май, 2011 г.

Ръководители: доц. д-р Емилия Великова и маг. Магдалена Петкова

Моля, изразете Вашето мнение за проведеното обучение.

Отбележете верния за Вас отговор

1. Доколко полезно Ви беше обучението?	<input type="checkbox"/> много полезно	<input type="checkbox"/> полезно	<input type="checkbox"/> безполезно	
2. Изпълни ли квалификационното обучение Вашите очаквания?	<input type="checkbox"/> напълно	<input type="checkbox"/> отчасти	<input type="checkbox"/> по-скоро не	
3. Ако не, какво според Вас е липсвало?				
4. В каква степен се чувствате подготвен/а след обучението?	<input type="checkbox"/> много подготвен	<input type="checkbox"/> подготвен	<input type="checkbox"/> неподготвен	
5. Какви умения придобихте в резултат на проведеното обучение?	умения за			
	<input type="checkbox"/> не придобих особени умения	<input type="checkbox"/> не мога да преценя		
6. Каква е вероятността след проведеното обучение, да използвате придобитите знания и умения?	<input type="checkbox"/> голяма	<input type="checkbox"/> малка	<input type="checkbox"/> никаква	<input type="checkbox"/> не мога да преценя
7. Смятате ли, че Ви е необходимо допълнително обучение?	<input type="checkbox"/> да	<input type="checkbox"/> не	<input type="checkbox"/> не мога да преценя	
8. Какво е общото Ви впечатление от обучението, в което участвахте?				

ПРИЛОЖЕНИЕ 4. Диагностични таблици с легенда

Експериментална група 1

№	ИМЕ НА СТУДЕНТ	ДИСЦИПЛИНИ														Средноаритметични стойности
		I									II	III	IV			
		Геометрия 1	Геометрия 2	Линейна алгебра	Алгебра	Математически анализ 1	Математически анализ 2	Дискретна математика	Вероятности и статистика	Математически софтуер	Педагогическа психология	Училищен курс по алгебра	Операционни системи	Работа и визуално програмиране в офис	Увод в програмирането	
1	Боряна Ясенова Борисова	5	4	4	6	4	6	4	3	6	6	6	6	5	5	5,00
2	Десислава Владимирова Пасева	6	5	5	6	4	4	5	6	5	6	6	5	4	6	5,21
3	Здравинка Ценкова Узунова	3	4	4	4	3	4	3	4	5	5	5	5	3	3	3,93
4	Ина Любенова Лазарова	4	3	3	3	3	3	5	4	5	4	3	4	3	3	3,57
5	Йоана Атанасова Тасева	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6,00
6	Нелина Маринова Маркова	5	5	3	3	3	3	5	3	4	6	3	3	3	3	3,71
7	Татяна Вескова Георгиева	4	4	4	4	3	4	4	6	6	5	5	5	3	3	4,29
8	Халиде Севимова Исуфова	6	4	5	5	4	4	5	5	5	6	4	4	3	3	4,50

Контролна група 1

№	ИМЕ НА СТУДЕНТА	ДИСЦИПЛИНИ														Средноаритметични стойности
		I									II	III	IV			
		Геометрия 1	Геометрия 2	Линейна алгебра	Алгебра	Математически анализ 1	Математически анализ 2	Дискретна математика	Вероятности и статистика	Математически софтуер	Педагогическа психология	Училищен курс по алгебра	Операционни системи	Работа и визуално програмиране в офис	Увод в програмирането	
1	Венелина Николаева Стефанова	6	5	6	5	6	5	5	5	6	5	4	4	5	4	5,07
2	Даяна Иванова Цонева	5	3	6	5	3	6	4	5	6	6	6	5	3	5	4,86
3	Емилия Викторова Иванова	6	3	5	4	3	6	3	3	6	5	4	5	5	4	4,43
4	Мария Николаева Иванова	5	4	4	3	3	3	4	3	5	5	3	4	4	4	3,86
5	Наталия Красенова Атанасова	5	4	5	5	4	6	6	4	6	5	5	4	6	5	5,00
6	Светлозар Иванов Ковачев	6	6	6	6	6	6	6	6	6	5	6	6	6	6	5,93
7	Силвия Стилиянова Георгиева	4	3	4	3	3	3	3	3	5	5	3	4	3	4	3,57
8	Стелияна Емилиянова Русева	4	4	4	4	3	5	4	6	6	5	4	5	5	3	4,43
9	Тансел Тамов Сефер	4	2	3	2	3	3	3	4	6	4	3	4	4	3	3,43

Експериментална група 2

№	ИМЕ НА СТУДЕНТА	ДИСЦИПЛИНИ														Средноаритметични стойности
		I									II	III	IV			
		Геометрия 1	Геометрия 2	Линейна алгебра	Алгебра	Математически анализ 1	Математически анализ 2	Дискретна математика	Вероятности и статистика	Математически софтуер	Педагогическа психология	Училищен курс по алгебра	Операционни системи	Работа и визуално програмиране в офис	Увод в програмирането	
1	Азизе Ахмедова Гавазова	6	5	6	6	4	6	5	6	5	6	6	6	5	3	5,36
2	Галя Милкова Ганева	3	3	3	4	3	4	3	4	5	6	4	5	3	3	3,79
3	Елена Валентинова Немецова	5	4	5	5	3	3	3	4	5	6	5	4	3	3	4,14
4	Елица Андонова Ангелова	3	5	3	3	2	2	5	3	2	6	3	3	4	2	3,29
5	Иван Игорев Нейков	4	5	4	4	3	2	6	6	6	6	6	6	6	6	5,00
6	Мюжгян Хюсеин Кяни	5	3	4	4	3	3	3	3	4	5	4	3	3	3	3,57
7	Стела Живкова Христова	5	5	5	4	4	4	5	4	3	6	5	4	4	3	4,36
8	Филип Владимиров Тодоров	5	5	3	6	3	3	6	5	6	6	6	5	5	4	4,86

Контролна група 2

№	ИМЕ НА СТУДЕНТА	ДИСЦИПЛИНИ														Средноаритметични стойности
		I									II	III	IV			
		Геометрия 1	Геометрия 2	Линейна алгебра	Алгебра	Математически анализ 1	Математически анализ 2	Дискретна математика	Вероятности и статистика	Математически софтуер	Педагогическа психология	Училищен курс по алгебра	Операционни системи	Работа и визуално програмиране в офис	Увод в програмирането	
1	Валя Атанасова Бонева	6	6	5	6	5	6	5	5	6	6	6	5	4	5	5,43
2	Ерай Сезгин Ридван	2	2	2	2	2	5	2	3	2	5	6	5	2	2	3,00
3	Корнелия Николаева Еманоилова	5	4	4	5	4	5	4	4	5	5	6	4	5	4	4,57
4	Мехмед Ибраимов Мехмедов	6	6	6	6	6	6	4	5	6	5	6	4	3	3	5,14
5	Надежда Руменова Нанкова	4	4	4	5	2	3	4	4	5	6	5	4	5	3	4,14
6	Нейзен Рейхан Реджеб	4	4	4	5	3	5	4	4	5	6	5	4	5	3	4,36
7	Сибел Салимова Кадирова	6	4	5	5	4	6	2	6	6	6	6	5	4	3	4,86
8	Талина Иванова Тодорова	4	5	4	6	5	5	4	4	6	6	6	6	5	4	5,00

Легенда

	Принадлежи към I група дисциплини
	Принадлежи към II група дисциплини
	Принадлежи към III група дисциплини
	Принадлежи към IV група дисциплини
текст	Изключване след диагностиката
	Анкетка на таблицата

ПРИЛОЖЕНИЕ 5. Окончателен списък на студентите

№	ФАК. НОМЕР	ИМЕНА НА СТУДЕНТА	СПЕЦИАЛНОСТ	ГРУПА
1.	106117	Боряна Ясенова Борисова	Математика и информатика	ЕГ 1
2.	106103	Десислава Владимирова Пасева	Математика и информатика	ЕГ 1
3.	106110	Здравинка Ценкова Узунова	Математика и информатика	ЕГ 1
4.	106131	Ина Любенова Лазарова	Математика и информатика	ЕГ 1
5.	106102	Йоана Атанасова Тасева	Математика и информатика	ЕГ 1
6.	106115	Нелина Маринова Маркова	Математика и информатика	ЕГ 1
7.	106109	Татяна Вескова Георгиева	Математика и информатика	ЕГ 1
8.	106127	Халиде Севимова Исуfoва	Математика и информатика	ЕГ 1
9.	126120	Венелина Николаева Стефанова	Математика и информатика	КГ 1
10.	126102	Даяна Иванова Цонева	Математика и информатика	КГ 1
11.	126124	Емилия Викторова Иванова	Математика и информатика	КГ 1
12.	126122	Мария Николаева Иванова	Математика и информатика	КГ 1
13.	126117	Наталия Красенова Атанасова	Математика и информатика	КГ 1
14.	126121	Светлозар Иванов Ковачев	Математика и информатика	КГ 1
15.	126113	Силвия Стилиянова Георгиева	Математика и информатика	КГ 1
16.	126112	Стелияна Емилиянова Русева	Математика и информатика	КГ 1
17.	106123	Азизе Ахмедова Гавазова	Математика и информатика	ЕГ 2
18.	106129	Галя Милкова Ганева	Математика и информатика	ЕГ 2
19.	106101	Елена Валентинова Немецова	Математика и информатика	ЕГ 2
20.	106111	Елица Андонова Ангелова	Математика и информатика	ЕГ 2
21.	106104	Иван Игорев Нейков	Математика и информатика	ЕГ 2

*ПЕДАГОГИЧЕСКИ ТЕХНОЛОГИИ ЗА ИНТЕГРИРАНЕ НА GEOGEBRA ПРИЛОЖЕНИЯ
В ОБУЧЕНИЕТО ПО ГЕОМЕТРИЯ*

22.	106108	Мюжгян Хюсеин Кяни	Математика и информатика	ЕГ 2
23.	106130	Стела Живкова Христова	Математика и информатика	ЕГ 2
24.	106105	Филип Владимиров Тодоров	Математика и информатика	ЕГ 2
25.	116118	Валя Атанасова Бонева	Математика и информатика	КГ 2
26.	116102	Ерай Сезгин Ридван	Математика и информатика	КГ 2
27.	116107	Корнелия Николаева Еманоилова	Математика и информатика	КГ 2
28.	116101	Мехмед Ибраимов Мехмедов	Математика и информатика	КГ 2
29.	116108	Надежда Руменова Нанкова	Математика и информатика	КГ 2
30.	116105	Нейзен Рейхан Реджеб	Математика и информатика	КГ 2
31.	116103	Сибел Салимова Кадирова	Математика и информатика	КГ 2
32.	116106	Талина Иванова Тодорова	Математика и информатика	КГ 2

ПРИЛОЖЕНИЕ 6. Оценъчни протоколи на *Експериментална група 1* в Констатиращ експеримент

Констатиращ експеримент

№	ИМЕ НА СТУДЕНТ	КРИТЕРИЙ 1 СТЕПЕН НА ФОРМИРАНЕ НА КОМПЕТЕНТНОСТИ ЗА ИНТЕГРИРАНЕ НА ГЕОГЕВРА ПРИЛОЖЕНИЯ В ЗАДАЧИ ПО ГЕОМЕТРИЯ																				
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
1	Боряна Ясенова Борисова	2	2	3	3	3	3	2	1	1	1	1	1	1	2	0	0	2	0	0	1	1
2	Десислава Владимирова Пасева	2	2	3	3	2	3	2	1	0	0	1	0	1	1	0	1	1	1	0	1	1
3	Здравинка Ценкова Узунова	3	3	2	3	3	2	3	2	3	2	2	3	2	1	1	2	2	1	0	2	2
4	Ина Любенова Лазарова	1	1	1	1	1	1	2	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0
5	Йоана Атанасова Тасева	4	4	3	3	3	4	3	2	3	2	3	3	3	2	2	2	3	2	1	2	3
6	Нелина Маринова Маркова	1	1	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1
7	Татяна Вескова Георгиева	3	3	3	3	2	3	3	3	2	2	3	2	2	2	2	1	2	1	2	3	3
8	Халиде Севимова Исуfoва	1	1	2	1	1	2	1	2	1	1	1	1	2	1	0	0	1	0	0	2	1

Констатиращ експеримент

№	ИМЕ НА СТУДЕНТ	КРИТЕРИЙ 2 СТЕПЕН НА ФОРМИРАНЕ НА КОМПЕТЕНТНОСТИ ЗА ИНТЕГРИРАНЕ НА ГЕОГЕВРА ПРИЛОЖЕНИЯ В САМОСТОЯТЕЛНО РАЗРАБОТЕНА ТЕМА ПО ГЕОМЕТРИЯ																		
		22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
1	Боряна Ясенова Борисова	2	3	2	1	1	1	0	1	1	0	1	1	2	2	1	1	1	1	1
2	Десислава Владимирова Пасева	3	2	2	2	1	2	0	2	1	0	1	1	1	2	0	1	1	1	1
3	Здравинка Ценкова Узунова	3	2	2	1	2	1	2	2	2	1	1	1	2	2	0	2	2	1	2
4	Ина Любенова Лазарова	1	1	1	1	0	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	0
5	Йоана Атанасова Тасева	3	3	3	2	3	3	3	2	3	2	2	2	3	2	1	2	3	3	3
6	Нелина Маринова Маркова	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	0
7	Татяна Вескова Георгиева	3	4	3	2	3	3	2	2	3	2	3	2	3	2	1	3	3	3	3
8	Халиде Севимова Исуфова	2	2	2	2	2	3	1	2	1	0	1	1	1	2	0	1	1	2	2

Констатиращ експеримент

№	ИМЕ НА СТУДЕНТ	КРИТЕРИЙ 3 СТЕПЕН НА ФОРМИРАНЕ НА КОМПЕТЕНТНОСТИ ЗА ПРЕДСТАВЯНЕ НА САМОСТОЯТЕЛНО РАЗРАБОТЕНА ТЕМА ПО ГЕОМЕТРИЯ									
		41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
1	Боряна Ясенова Борисова	2	2	2	1	0	0	1	2	2	0
2	Десислава Владиминова Пасева	1	2	1	0	1	1	2	1	3	1
3	Здравинка Ценкова Узунова	2	1	1	2	1	1	2	2	2	2
4	Ина Любенова Лазарова	1	1	0	1	1	0	1	0	1	1
5	Йоана Атанасова Тасева	3	3	3	2	3	3	2	3	3	2
6	Нелина Маринова Маркова	1	1	0	1	0	0	1	0	1	0
7	Татяна Вескова Георгиева	3	2	2	1	2	3	3	2	3	3
8	Халиде Севимова Исуфова	1	2	1	1	2	2	2	2	2	2

ПРИЛОЖЕНИЕ 7. Оценъчни протоколи на *Експериментална група 1* в Контролен експеримент

Контролен експеримент

№	ИМЕ НА СТУДЕНТ	КРИТЕРИЙ 1 СТЕПЕН НА ФОРМИРАНЕ НА КОМПЕТЕНТНОСТИ ЗА ИНТЕГРИРАНЕ НА ГЕОГЕВРА ПРИЛОЖЕНИЯ В ЗАДАЧИ ПО ГЕОМЕТРИЯ																				
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
1	Боряна Ясенова Борисова	4	4	3	4	3	4	4	4	3	3	3	4	3	3	4	4	4	2	3	4	4
2	Десислава Владимирова Пасева	4	4	4	4	3	4	4	4	3	4	4	3	4	3	4	4	2	4	3	4	3
3	Здравинка Ценкова Узунова	4	4	4	4	4	3	4	3	4	4	4	4	4	3	4	4	4	3	4	4	4
4	Ина Любенова Лазарова	1	3	1	2	2	2	2	1	2	3	3	2	2	2	2	2	2	1	1	2	3
5	Йоана Атанасова Тасева	4	4	4	4	4	4	3	4	4	4	4	3	4	4	4	4	4	4	4	4	4
6	Нелина Маринова Маркова	1	2	3	2	2	2	2	3	1	1	1	2	1	1	1	1	2	1	0	2	3
7	Татяна Вескова Георгиева	4	4	4	4	4	4	4	3	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	3	4	3
8	Халиде Севимова Исуфова	3	3	3	2	3	3	4	2	3	2	4	3	4	2	1	4	3	1	2	4	3

Контролен експеримент

№	ИМЕ НА СТУДЕНТ	КРИТЕРИЙ 2 СТЕПЕН НА ФОРМИРАНЕ НА КОМПЕТЕНТНОСТИ ЗА ИНТЕГРИРАНЕ НА ГЕОГЕВРА ПРИЛОЖЕНИЯ В САМОСТОЯТЕЛНО РАЗРАБОТЕНА ТЕМА ПО ГЕОМЕТРИЯ																		
		22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
1	Боряна Ясенова Борисова	3	4	4	4	3	2	3	4	3	2	4	3	3	3	2	3	2	2	3
2	Десислава Владимиров а Пасева	3	4	4	4	4	3	4	4	3	4	4	3	4	4	3	3	4	3	3
3	Здравинка Ценкова Узунова	4	4	4	4	3	4	4	4	4	3	4	4	3	3	1	4	4	4	4
4	Ина Любенова Лазарова	1	2	1	1	1	2	2	2	1	2	3	2	2	3	3	2	2	3	3
5	Йоана Атанасова Тасева	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	3	3	4	4	4	4
6	Нелина Маринова Маркова	2	2	1	1	2	2	2	2	1	2	2	2	1	2	2	1	2	2	2
7	Татяна Вескова Георгиева	4	4	4	3	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	3	4	4	4	4
8	Халиде Севимова Исуфова	4	3	3	3	3	4	4	4	2	4	4	4	3	4	3	4	3	4	4

Контролен експеримент

№	ИМЕ НА СТУДЕНТ	КРИТЕРИЙ 3 СТЕПЕН НА ФОРМИРАНЕ НА КОМПЕТЕНТНОСТИ ЗА ПРЕДСТАВЯНЕ НА САМОСТОЯТЕЛНО РАЗРАБОТЕНА ТЕМА ПО ГЕОМЕТРИЯ									
		41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
1	Боряна Ясенова Борисова	3	4	3	4	3	3	4	3	4	4
2	Десислава Владимирова Пасева	3	4	4	3	4	4	4	4	4	4
3	Здравинка Ценкова Узунова	4	3	4	4	4	3	4	4	4	4
4	Ина Любенова Лазарова	2	2	2	2	3	2	3	3	3	3
5	Йоана Атанасова Тасева	4	4	3	4	3	4	3	4	4	4
6	Нелина Маринова Маркова	1	2	2	2	2	3	3	2	3	3
7	Татяна Вескова Георгиева	4	4	3	4	4	4	4	4	4	4
8	Халиде Севимова Исуфова	3	4	4	4	4	3	4	4	4	4

ПРИЛОЖЕНИЕ 8. Оценъчни протоколи на *Контролна група 1* в Констатиращ експеримент

Констатиращ експеримент

№	ИМЕ НА СТУДЕНТ	КРИТЕРИЙ 1 СТЕПЕН НА ФОРМИРАНЕ НА КОМПЕТЕНТНОСТИ ЗА ИНТЕГРИРАНЕ НА ГЕОГЕВРА ПРИЛОЖЕНИЯ В ЗАДАЧИ ПО ГЕОМЕТРИЯ																				
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
1	Венелина Николаева Стефанова	3	3	3	2	2	3	3	3	2	2	3	2	2	2	2	2	2	1	2	1	1
2	Даяна Иванова Цонева	2	2	2	1	2	3	2	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	1	0	1	1
3	Емилия Викторова Иванова	1	1	2	1	1	1	1	2	1	1	1	1	2	1	0	0	1	0	0	2	1
4	Мария Николаева Иванова	1	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0
5	Наталия Красенова Атанасова	2	3	3	3	2	2	3	3	2	2	3	2	2	2	3	1	2	0	1	3	1
6	Светлозар Иванов Ковачев	2	3	4	3	2	2	3	2	3	2	2	3	2	1	1	2	2	1	0	1	0
7	Силвия Стилиянова Георгиева	1	1	1	1	1	2	2	0	0	1	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	0
8	Стелияна Емилиянова Русева	3	3	2	2	3	2	2	1	1	1	1	1	1	1	0	1	2	1	0	1	1

Констатиращ експеримент

№	ИМЕ НА СТУДЕНТ	КРИТЕРИЙ 2 СТЕПЕН НА ФОРМИРАНЕ НА КОМПЕТЕНТНОСТИ ЗА ИНТЕГРИРАНЕ НА ГЕОГЕВРА ПРИЛОЖЕНИЯ В САМОСТОЯТЕЛНО РАЗРАБОТЕНА ТЕМА ПО ГЕОМЕТРИЯ																		
		22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
1	Венелина Николаева Стефанова	3	4	3	2	3	2	2	2	2	1	2	1	3	2	1	3	3	3	3
2	Даяна Иванова Цонева	3	2	2	1	0	2	0	2	1	0	1	1	1	2	0	1	1	1	1
3	Емилия Викторова Иванова	1	2	2	2	2	3	1	2	1	0	1	1	1	2	0	1	1	1	1
4	Мария Николаева Иванова	1	1	1	1	0	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	1
5	Наталия Красенова Атанасова	3	4	3	2	3	3	2	2	2	2	3	2	3	2	1	3	3	3	1
6	Светлозар Иванов Ковачев	3	2	2	1	2	1	2	2	2	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1
7	Силвия Стилиянова Георгиева	2	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	1	1	1	0
8	Стелияна Емилиянова Русева	2	3	2	1	1	1	0	1	1	0	1	1	2	2	1	1	1	2	2

Констатиращ експеримент

№	ИМЕ НА СТУДЕНТ	КРИТЕРИЙ 3 СТЕПЕН НА ФОРМИРАНЕ НА КОМПЕТЕНТНОСТИ ЗА ПРЕДСТАВЯНЕ НА САМОСТОЯТЕЛНО РАЗРАБОТЕНА ТЕМА ПО ГЕОМЕТРИЯ									
		41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
1	Венелина Николаева Стефанова	3	3	2	1	3	2	3	2	2	1
2	Даяна Иванова Цонева	1	2	1	0	1	1	2	1	3	1
3	Емилия Викторова Иванова	1	2	1	1	1	2	2	2	2	2
4	Мария Николаева Иванова	1	1	0	1	1	0	1	0	1	1
5	Наталия Красенова Атанасова	3	3	2	2	2	2	3	3	3	3
6	Светлозар Иванов Ковачев	2	2	1	1	1	1	2	2	2	1
7	Силвия Стилиянова Георгиева	1	1	0	1	1	0	1	0	1	1
8	Стелияна Емилиянова Русева	3	3	2	2	1	1	1	2	2	2

ПРИЛОЖЕНИЕ 9. Оценъчни протоколи на *Контролна група 1* в Контролен експеримент

Контролен експеримент

№	ИМЕ НА СТУДЕНТ	КРИТЕРИЙ 1 СТЕПЕН НА ФОРМИРАНЕ НА КОМПЕТЕНТНОСТИ ЗА ИНТЕГРИРАНЕ НА ГЕОГЕВРА ПРИЛОЖЕНИЯ В ЗАДАЧИ ПО ГЕОМЕТРИЯ																				
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
1	Венелина Николаева Стефанова	4	3	4	2	3	3	4	3	3	2	3	2	2	3	3	4	4	2	2	1	2
2	Даяна Иванова Цонева	3	3	3	2	3	3	3	3	1	2	1	1	2	1	1	3	2	2	0	3	3
3	Емилия Викторова Иванова	2	2	2	2	1	2	2	3	1	1	2	2	3	2	1	1	2	1	1	3	1
4	Мария Николаева Иванова	1	1	2	1	1	2	1	1	0	1	1	1	2	0	0	2	1	1	0	1	0
5	Наталия Красенова Атанасова	3	3	3	3	3	3	4	2	2	3	4	2	2	3	4	2	3	1	1	3	2
6	Светлозар Иванов Ковачев	3	3	4	3	3	2	3	4	3	2	2	3	3	2	2	2	2	2	1	2	1
7	Силвия Стилиянова Георгиева	1	1	2	2	2	2	3	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	0	0	1	0
8	Стелияна Емилиянова Русева	3	3	3	2	3	3	3	2	1	2	2	1	1	1	1	1	2	2	0	2	2

Контролен експеримент

№	ИМЕ НА СТУДЕНТ	КРИТЕРИЙ 2 СТЕПЕН НА ФОРМИРАНЕ НА КОМПЕТЕНТНОСТИ ЗА ИНТЕГРИРАНЕ НА ГЕОГЕВРА ПРИЛОЖЕНИЯ В САМОСТОЯТЕЛНО РАЗРАБОТЕНА ТЕМА ПО ГЕОМЕТРИЯ																		
		22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
1	Венелина Николаева Стефанова	3	4	3	3	4	3	3	4	3	2	3	4	3	3	2	2	1	2	3
2	Даяна Иванова Цонева	2	3	3	2	2	3	1	3	2	2	2	2	2	2	2	3	2	3	4
3	Емилия Викторова Иванова	2	2	3	2	2	2	2	2	2	1	2	1	1	2	1	1	2	2	2
4	Мария Николаева Иванова	1	2	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	3	1	3	3	2	1
5	Наталия Красенова Атанасова	3	4	3	3	3	4	2	2	2	2	3	3	1	2	2	4	3	3	2
6	Светлозар Иванов Ковачев	3	3	2	2	2	3	4	3	2	2	1	1	1	1	1	2	1	2	1
7	Силвия Стилиянова Георгиева	2	1	2	1	1	0	1	1	0	0	0	1	1	2	1	2	2	1	1
8	Стелияна Емилиянова Русева	2	3	2	1	2	2	1	2	2	2	1	2	2	2	2	2	2	2	2

Контролен експеримент

№	ИМЕ НА СТУДЕНТ	КРИТЕРИЙ 3 СТЕПЕН НА ФОРМИРАНЕ НА КОМПЕТЕНТНОСТИ ЗА ПРЕДСТАВЯНЕ НА САМОСТОЯТЕЛНО РАЗРАБОТЕНА ТЕМА ПО ГЕОМЕТРИЯ									
		41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
1	Венелина Николаева Стефанова	3	3	2	2	3	2	4	3	3	1
2	Даяна Иванова Цонева	2	2	2	1	3	1	3	3	3	1
3	Емилия Викторова Иванова	1	3	2	1	2	2	2	2	3	2
4	Мария Николаева Иванова	2	1	1	2	1	1	1	3	2	1
5	Наталия Красенова Атанасова	3	3	3	2	3	3	4	3	3	3
6	Светлозар Иванов Ковачев	3	2	2	3	1	3	2	4	3	2
7	Силвия Стилиянова Георгиева	1	1	0	1	1	2	1	3	2	1
8	Стелияна Емилиянова Русева	3	3	3	3	2	2	2	3	2	2

ПРИЛОЖЕНИЕ 10. Оценъчни протоколи на *Експериментална група 2* в Контролен експеримент

Контролен експеримент

№	ИМЕ НА СТУДЕНТ	КРИТЕРИЙ 1 СТЕПЕН НА ФОРМИРАНЕ НА КОМПЕТЕНТНОСТИ ЗА ИНТЕГРИРАНЕ НА ГЕОГЕВРА ПРИЛОЖЕНИЯ В ЗАДАЧИ ПО ГЕОМЕТРИЯ																				
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
1	Азизе Ахмедова Гавазова	4	4	4	4	4	4	4	3	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
2	Галя Милкова Ганева	3	3	4	4	3	3	4	4	3	3	3	3	2	3	3	3	4	4	0	3	2
3	Елена Валентинова Немецова	4	4	4	4	4	4	4	3	4	4	4	4	4	4	3	4	4	4	3	4	4
4	Елица Андонова Ангелова	1	1	2	1	1	1	2	2	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	0	1	1
5	Иван Игорев Нейков	3	3	4	3	3	3	4	4	2	2	3	3	3	3	3	3	2	3	1	3	2
6	Мюжгян Хюсеин Кяни	2	3	3	2	2	4	4	2	3	3	3	3	3	3	2	3	3	3	2	2	3
7	Стеля Живкова Христова	2	2	2	2	1	2	2	1	2	1	2	1	2	1	0	2	2	1	0	2	2
8	Филип Владимиров Тодоров	4	4	4	3	4	4	4	4	3	4	3	3	4	2	2	3	3	2	0	2	2

Контролен експеримент

№	ИМЕ НА СТУДЕНТ	КРИТЕРИЙ 2 СТЕПЕН НА ФОРМИРАНЕ НА КОМПЕТЕНТНОСТИ ЗА ИНТЕГРИРАНЕ НА GEOГЕВРА ПРИЛОЖЕНИЯ В САМОСТОЯТЕЛНО РАЗРАБОТЕНА ТЕМА ПО ГЕОМЕТРИЯ																		
		22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
1	Азизе Ахмедова Гавазова	4	4	4	3	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	2	3	4	4	4
2	Галя Милкова Ганева	3	4	4	4	4	2	3	4	3	2	4	3	4	3	1	3	3	4	4
3	Елена Валентинова Немецова	4	4	4	4	4	4	4	4	4	3	4	4	4	4	3	4	3	4	4
4	Елица Андонова Ангелова	1	2	1	1	1	2	2	2	1	1	1	2	1	2	2	1	1	2	1
5	Иван Игорев Нейков	3	3	2	3	2	3	3	3	2	1	3	3	2	2	2	4	2	3	2
6	Мюжгян Хюсеин Кяни	2	3	2	3	3	4	3	3	2	1	3	3	2	2	1	2	3	3	3
7	Стела Живкова Христова	2	2	1	2	1	1	2	2	1	1	2	1	1	2	1	3	3	3	2
8	Филип Владимиров Тодоров	4	4	3	4	2	2	3	4	2	4	3	4	3	2	3	4	4	2	3

Контролен експеримент

№	ИМЕ НА СТУДЕНТ	КРИТЕРИЙ 3 СТЕПЕН НА ФОРМИРАНЕ НА КОМПЕТЕНТНОСТИ ЗА ПРЕДСТАВЯНЕ НА САМОСТОЯТЕЛНО РАЗРАБОТЕНА ТЕМА ПО ГЕОМЕТРИЯ									
		41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
1	Азизе Ахмедова Гавазова	4	4	3	4	4	4	3	4	4	4
2	Галя Милкова Ганева	4	4	3	2	4	3	4	4	4	3
3	Елена Валентинова Немецова	4	3	4	4	4	4	4	4	4	4
4	Елица Андонова Ангелова	1	2	2	1	2	1	2	1	2	1
5	Иван Игорев Нейков	3	2	4	2	3	3	4	3	4	1
6	Мюжгян Хюсеин Кяни	2	4	3	4	3	4	3	3	3	1
7	Стела Живкова Христова	2	2	1	3	4	4	3	2	3	3
8	Филип Владимиров Тодоров	3	4	3	4	2	4	4	4	3	3

ПРИЛОЖЕНИЕ 11. Оценъчни протоколи на *Контролна група 2* в Контролен експеримент

Контролен експеримент

№	ИМЕ НА СТУДЕНТ	КРИТЕРИЙ 1 СТЕПЕН НА ФОРМИРАНЕ НА КОМПЕТЕНТНОСТИ ЗА ИНТЕГРИРАНЕ НА ГЕОГЕВРА ПРИЛОЖЕНИЯ В ЗАДАЧИ ПО ГЕОМЕТРИЯ																				
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
1	Валя Атанасова Бонева	4	3	3	2	3	4	3	3	3	3	3	4	3	3	3	4	3	1	1	3	3
2	Ерай Сезгин Ридван	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0
3	Корнелия Николаева Еманоилова	1	1	2	1	1	1	1	2	1	2	1	2	2	1	1	1	2	0	0	1	2
4	Мехмед Ибраимов Мехмедов	4	4	3	2	2	3	3	2	2	3	3	3	3	3	2	2	3	1	1	2	2
5	Надежда Руменова Нанкова	2	1	2	2	2	2	3	2	1	1	0	2	1	1	1	0	1	0	0	2	3
6	Нейзен Рейхан Реджеб	1	2	3	3	2	3	2	2	0	1	2	1	2	2	0	2	1	1	0	2	1
7	Сибел Салимова Кадирова	3	3	3	3	3	3	2	3	2	2	3	3	3	3	1	3	3	1	0	3	2
8	Талина Иванова Тодорова	3	3	3	2	2	3	2	1	2	2	2	2	2	3	0	3	2	0	0	2	2

Контролен експеримент

№	ИМЕ НА СТУДЕНТ	КРИТЕРИЙ 2 СТЕПЕН НА ФОРМИРАНЕ НА КОМПЕТЕНТНОСТИ ЗА ИНТЕГРИРАНЕ НА ГЕОГЕВРА ПРИЛОЖЕНИЯ В САМОСТОЯТЕЛНО РАЗРАБОТЕНА ТЕМА ПО ГЕОМЕТРИЯ																		
		22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
1	Валя Атанасова Бонева	3	4	3	3	2	3	4	2	3	1	2	3	3	3	2	2	3	1	3
2	Ерай Сезгин Ридван	1	1	1	1	0	1	1	1	0	0	0	0	1	2	2	1	1	1	1
3	Корнелия Николаева Еманоилова	2	2	2	2	2	3	2	2	1	0	1	1	3	3	2	2	2	2	3
4	Мехмед Ибраимов Мехмедов	3	4	3	2	3	2	2	2	3	1	2	2	1	2	1	1	3	1	1
5	Надежда Руменова Нанкова	2	2	2	1	2	0	2	1	2	1	1	3	2	2	1	2	3	2	2
6	Нейзен Рейхан Реджеб	3	2	2	1	1	2	1	2	2	1	1	2	2	2	2	2	2	3	1
7	Сибел Салимова Кадирова	2	3	2	3	3	3	2	1	3	1	1	3	2	3	1	3	3	3	2
8	Талина Иванова Тодорова	3	2	2	3	2	3	2	2	2	0	1	2	2	3	1	3	2	2	2

Контролен експеримент

№	ИМЕ НА СТУДЕНТ	КРИТЕРИЙ 3 СТЕПЕН НА ФОРМИРАНЕ НА КОМПЕТЕНТНОСТИ ЗА ПРЕДСТАВЯНЕ НА САМОСТОЯТЕЛНО РАЗРАБОТЕНА ТЕМА ПО ГЕОМЕТРИЯ									
		41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
1	Валя Атанасова Бонева	3	3	3	3	3	2	3	2	2	2
2	Ерай Сезгин Ридван	1	1	0	1	1	0	1	0	1	1
3	Корнелия Николаева Еманоилова	1	2	2	2	1	2	2	2	2	3
4	Мехмед Ибраимов Мехмедов	3	3	3	2	3	2	3	2	2	0
5	Надежда Руменова Нанкова	2	1	2	1	1	2	1	3	2	3
6	Нейзен Рейхан Реджеб	1	2	1	2	1	1	2	1	3	1
7	Сибел Салимова Кадирова	3	3	3	3	1	2	1	2	3	3
8	Талина Иванова Тодорова	1	2	2	2	1	1	2	1	3	0

ПРИЛОЖЕНИЕ 12. Таблици за осъществяване на качествен анализ между резултатите, получени при Констатиращия експеримент (ЕГ1, КГ1) и Контролния експеримент (ЕГ1, ЕГ2)

ИНД. 1	Пре-тест	Пост-тест	Пост-тест минус Пре-тест
ЕГ 1	2,125	3,125	2,000
КГ 1	1,875	2,500	
ЕГ 2		2,875	3,000
КГ 2		2,375	
Степен на формиране			1,000

ИНД. 11	Пре-тест	Пост-тест	Пост-тест минус Пре-тест
ЕГ 1	1,375	3,375	1,375
КГ 1	1,375	1,875	
ЕГ 2		2,875	3,125
КГ 2		1,750	
Степен на формиране			1,750

ИНД. 2	Пре-тест	Пост-тест	Пост-тест минус Пре-тест
ЕГ 1	2,125	3,500	2,063
КГ 1	2,000	2,375	
ЕГ 2		3,000	3,250
КГ 2		2,250	
Степен на формиране			1,188

ИНД. 12	Пре-тест	Пост-тест	Пост-тест минус Пре-тест
ЕГ 1	1,375	3,125	1,375
КГ 1	1,375	1,625	
ЕГ 2		2,625	2,875
КГ 2		2,250	
Степен на формиране			1,500

ИНД. 3	Пре-тест	Пост-тест	Пост-тест минус Пре-тест
ЕГ 1	2,250	3,250	2,250
КГ 1	2,250	2,875	
ЕГ 2		3,375	3,313
КГ 2		2,500	
Степен на формиране			1,063

ИНД. 13	Пре-тест	Пост-тест	Пост-тест минус Пре-тест
ЕГ 1	1,625	3,250	1,563
КГ 1	1,500	2,000	
ЕГ 2		2,875	3,063
КГ 2		2,125	
Степен на формиране			1,500

ИНД. 4	Пре-тест	Пост-тест	Пост-тест минус Пре-тест
ЕГ 1	2,250	3,250	2,000
КГ 1	1,750	2,125	
ЕГ 2		2,875	3,063
КГ 2		2,000	
Степен на формиране			1,063

ИНД. 14	Пре-тест	Пост-тест	Пост-тест минус Пре-тест
ЕГ 1	1,125	2,750	1,063
КГ 1	1,000	1,625	
ЕГ 2		2,625	2,688
КГ 2		2,000	
Степен на формиране			1,625

ИНД. 5	Пре-тест	Пост-тест	Пост-тест минус Пре-тест
ЕГ 1	1,875	3,125	
КГ 1	1,750	2,375	2,375
ЕГ 2		2,750	
КГ 2		2,000	
Степен на формиране			0,500

ИНД. 15	Пре-тест	Пост-тест	Пост-тест минус Пре-тест
ЕГ 1	0,625	3,000	
КГ 1	0,750	1,625	2,563
ЕГ 2		2,125	
КГ 2		1,000	
Степен на формиране			1,875

ИНД. 6	Пре-тест	Пост-тест	Пост-тест минус Пре-тест
ЕГ 1	2,375	3,250	
КГ 1	2,000	2,500	2,500
ЕГ 2		3,125	
КГ 2		2,500	
Степен на формиране			0,125

ИНД. 16	Пре-тест	Пост-тест	Пост-тест минус Пре-тест
ЕГ 1	0,750	3,375	
КГ 1	1,000	1,875	3,125
ЕГ 2		2,875	
КГ 2		1,875	
Степен на формиране			2,250

ИНД. 7	Пре-тест	Пост-тест	Пост-тест минус Пре-тест
ЕГ 1	2,125	3,375	
КГ 1	2,125	2,875	3,438
ЕГ 2		3,500	
КГ 2		2,125	
Степен на формиране			1,313

ИНД. 17	Пре-тест	Пост-тест	Пост-тест минус Пре-тест
ЕГ 1	1,625	3,125	
КГ 1	1,500	2,125	3,000
ЕГ 2		2,875	
КГ 2		2,000	
Степен на формиране			1,438

ИНД. 8	Пре-тест	Пост-тест	Пост-тест минус Пре-тест
ЕГ 1	1,375	3,000	
КГ 1	1,500	2,375	2,938
ЕГ 2		2,875	
КГ 2		1,875	
Степен на формиране			1,500

ИНД. 18	Пре-тест	Пост-тест	Пост-тест минус Пре-тест
ЕГ 1	0,625	2,500	
КГ 1	0,500	1,375	2,625
ЕГ 2		2,750	
КГ 2		0,500	
Степен на формиране			2,063

ИНД. 9	Пре-тест	Пост-тест	Пост-тест минус Пре-тест
ЕГ 1	1,250	3,000	
КГ 1	1,125	1,500	2,875
ЕГ 2		2,750	
КГ 2		1,375	
Степен на формиране			1,688

ИНД. 19	Пре-тест	Пост-тест	Пост-тест минус Пре-тест
ЕГ 1	0,375	2,500	
КГ 1	0,375	0,625	1,875
ЕГ 2		1,250	
КГ 2		0,250	
Степен на формиране			1,500

ИНД. 10	Пре-тест	Пост-тест	Пост-тест минус Пре-тест	
ЕГ 1	1,000	3,125		1,125
КГ 1	1,250	1,750		
ЕГ 2		2,750		2,938
КГ 2		1,750		
Степен на формиране			1,813	

ИНД. 20	Пре-тест	Пост-тест	Пост-тест минус Пре-тест	
ЕГ 1	1,375	3,500		1,313
КГ 1	1,250	2,000		
ЕГ 2		2,625		3,063
КГ 2		2,000		
Степен на формиране			1,750	

ИНД. 21	Пре-тест	Пост-тест	Пост-тест минус Пре-тест	
ЕГ 1	1,500	3,375		1,063
КГ 1	0,625	1,375		
ЕГ 2		2,500		2,938
КГ 2		1,875		
Степен на формиране			1,875	

ИНД. 31	Пре-тест	Пост-тест	Пост-тест минус Пре-тест	
ЕГ 1	0,625	3,125		0,563
КГ 1	0,500	1,500		
ЕГ 2		2,125		2,625
КГ 2		0,625		
Степен на формиране			2,063	

ИНД. 22	Пре-тест	Пост-тест	Пост-тест минус Пре-тест	
ЕГ 1	2,250	3,125		2,250
КГ 1	2,250	2,250		
ЕГ 2		2,875		3,000
КГ 2		2,375		
Степен на формиране			0,750	

ИНД. 32	Пре-тест	Пост-тест	Пост-тест минус Пре-тест	
ЕГ 1	1,125	3,625		1,125
КГ 1	1,125	1,500		
ЕГ 2		3,000		3,313
КГ 2		1,125		
Степен на формиране			2,188	

ИНД. 23	Пре-тест	Пост-тест	Пост-тест минус Пре-тест	
ЕГ 1	2,125	3,375		2,250
КГ 1	2,375	2,750		
ЕГ 2		3,250		3,313
КГ 2		2,500		
Степен на формиране			1,063	

ИНД. 33	Пре-тест	Пост-тест	Пост-тест минус Пре-тест	
ЕГ 1	1,000	3,250		0,938
КГ 1	0,875	1,875		
ЕГ 2		3,000		3,125
КГ 2		2,000		
Степен на формиране			2,188	

ИНД. 24	Пре-тест	Пост-тест	Пост-тест минус Пре-тест	
ЕГ 1	2,000	3,125		2,000
КГ 1	2,000	2,375		
ЕГ 2		2,625		2,875
КГ 2		2,125		
Степен на формиране			0,875	

ИНД. 34	Пре-тест	Пост-тест	Пост-тест минус Пре-тест	
ЕГ 1	1,625	3,000		1,625
КГ 1	1,625	1,500		
ЕГ 2		2,625		2,813
КГ 2		2,000		
Степен на формиране			1,188	

ИНД. 25	Пре-тест	Пост-тест	Пост-тест минус Пре-тест	
ЕГ 1	1,375	3,000		1,375
КГ 1	1,375	1,875		
ЕГ 2		3,000		3,000
КГ 2		2,000		
Степен на формиране			1,625	

ИНД. 35	Пре-тест	Пост-тест	Пост-тест минус Пре-тест	
ЕГ 1	1,625	3,250		1,563
КГ 1	1,500	2,125		
ЕГ 2		2,625		2,938
КГ 2		2,500		
Степен на формиране			1,375	

ИНД. 26	Пре-тест	Пост-тест	Пост-тест минус Пре-тест	
ЕГ 1	1,625	3,000		1,500
КГ 1	1,375	2,000		
ЕГ 2		2,625		2,813
КГ 2		1,875		
Степен на формиране			1,313	

ИНД. 36	Пре-тест	Пост-тест	Пост-тест минус Пре-тест	
ЕГ 1	0,375	2,500		0,375
КГ 1	0,375	1,500		
ЕГ 2		1,875		2,188
КГ 2		1,500		
Степен на формиране			1,813	

ИНД. 27	Пре-тест	Пост-тест	Пост-тест минус Пре-тест	
ЕГ 1	1,875	3,125		1,750
КГ 1	1,625	2,250		
ЕГ 2		2,750		2,938
КГ 2		2,125		
Степен на формиране			1,188	

ИНД. 37	Пре-тест	Пост-тест	Пост-тест минус Пре-тест	
ЕГ 1	1,500	3,125		1,500
КГ 1	1,500	2,375		
ЕГ 2		3,000		3,063
КГ 2		2,000		
Степен на формиране			1,563	

ИНД. 28	Пре-тест	Пост-тест	Пост-тест минус Пре-тест	
ЕГ 1	1,125	3,375		1,125
КГ 1	1,125	1,875		
ЕГ 2		3,000		3,188
КГ 2		2,000		
Степен на формиране			2,063	

ИНД. 38	Пре-тест	Пост-тест	Пост-тест минус Пре-тест	
ЕГ 1	1,625	3,125		1,563
КГ 1	1,500	2,000		
ЕГ 2		2,875		3,000
КГ 2		2,375		
Степен на формиране			1,438	

ИНД. 29	Пре-тест	Пост-тест	Пост-тест минус Пре-тест	
ЕГ 1	1,500	3,500		1,563
КГ 1	1,625	2,250		
ЕГ 2		3,250		3,375
КГ 2		1,625		
Степен на формиране			1,813	

ИНД. 39	Пре-тест	Пост-тест	Пост-тест минус Пре-тест	
ЕГ 1	1,625	3,250		1,625
КГ 1	1,625	2,125		
ЕГ 2		3,125		3,188
КГ 2		1,875		
Степен на формиране			1,563	

ИНД. 30	Пре-тест	Пост-тест	Пост-тест минус Пре-тест	
ЕГ 1	1,375	2,750		1,250
КГ 1	1,125	1,750		
ЕГ 2		2,375		2,563
КГ 2		2,000		
Степен на формиране			1,313	

ИНД. 40	Пре-тест	Пост-тест	Пост-тест минус Пре-тест	
ЕГ 1	1,500	3,375		1,375
КГ 1	1,250	2,000		
ЕГ 2		2,875		3,125
КГ 2		1,875		
Степен на формиране			1,750	

ИНД. 41	Пре-тест	Пост-тест	Пост-тест минус Пре-тест	
ЕГ 1	1,750	3,000		1,813
КГ 1	1,875	2,250		
ЕГ 2		2,875		2,938
КГ 2		1,875		
Степен на формиране			1,125	

ИНД. 46	Пре-тест	Пост-тест	Пост-тест минус Пре-тест	
ЕГ 1	1,250	3,250		1,188
КГ 1	1,125	2,000		
ЕГ 2		3,375		3,313
КГ 2		1,500		
Степен на формиране			2,125	

ИНД. 42	Пре-тест	Пост-тест	Пост-тест минус Пре-тест	
ЕГ 1	1,750	3,375		1,938
КГ 1	2,125	2,250		
ЕГ 2		3,125		3,250
КГ 2		2,125		
Степен на формиране			1,313	

ИНД. 47	Пре-тест	Пост-тест	Пост-тест минус Пре-тест	
ЕГ 1	1,750	3,625		1,813
КГ 1	1,875	2,375		
ЕГ 2		3,375		3,500
КГ 2		1,875		
Степен на формиране			1,688	

ИНД. 43	Пре-тест	Пост-тест	Пост-тест минус Пре-тест	
ЕГ 1	1,250	3,125		1,188
КГ 1	1,125	1,875		
ЕГ 2		2,875		3,000
КГ 2		2,000		
Степен на формиране			1,813	

ИНД. 48	Пре-тест	Пост-тест	Пост-тест минус Пре-тест	
ЕГ 1	1,500	3,500		1,500
КГ 1	1,500	3,000		
ЕГ 2		3,125		3,313
КГ 2		1,625		
Степен на формиране			1,813	

ИНД. 44	Пре-тест	Пост-тест	Пост-тест минус Пре-тест	
ЕГ 1	1,125	3,375		1,125
КГ 1	1,125	1,875		
ЕГ 2		3,000		3,188
КГ 2		2,000		
Степен на формиране			2,063	

ИНД. 49	Пре-тест	Пост-тест	Пост-тест минус Пре-тест	
ЕГ 1	2,125	3,750		2,063
КГ 1	2,000	2,625		
ЕГ 2		3,375		3,563
КГ 2		2,250		
Степен на формиране			1,500	

ПЕДАГОГИЧЕСКИ ТЕХНОЛОГИИ ЗА ИНТЕГРИРАНЕ НА GEOGEBRA ПРИЛОЖЕНИЯ
В ОБУЧЕНИЕТО ПО ГЕОМЕТРИЯ

ИНД. 45	Пре-тест	Пост-тест	Пост-тест минус Пре-тест	ИНД. 50	Пре-тест	Пост-тест	Пост-тест минус Пре-тест
ЕГ 1	1,250	3,375	1,313	ЕГ 1	1,375	3,750	1,438
КГ 1	1,375	2,000		КГ 1	1,500	1,625	
ЕГ 2		3,250	3,313	ЕГ 2		2,500	3,125
КГ 2		1,500		КГ 2		1,625	
Степен на формиране			2,000	Степен на формиране			1,688

**ПРИЛОЖЕНИЕ 13. Списък на разработените теми от студентите при
Констатиращия експеримент и Контролния
експеримент**

№	ФАК. НОМЕР	ИМЕНА НА СТУДЕНТА	ТЕМА	ГРУПА
1.	106117	Боряна Ясенова Борисова	Еднаквост (8 клас)	ЕГ 1
2.	106103	Десислава Владимирова Пасева	Вектори. Събиране и изваждане на вектори. Умножаване на вектор с число (8 клас)	ЕГ 1
3.	106110	Здравинка Ценкова Узунова	Трапец. Равнобедрен трапец (7 клас)	ЕГ 1
4.	106131	Ина Любенова Лазарова	Еднаквост (8 клас)	ЕГ 1
5.	106102	Йоана Атанасова Тасева	Синусова и косинусова теорема (10 клас)	ЕГ 1
6.	106115	Нелина Маринова Маркова	Метрични зависимости в правоъгълен триъгълник (9 клас)	ЕГ 1
7.	106109	Татяна Вескова Георгиева	Подобни триъгълници (9 клас)	ЕГ 1
8.	106127	Халиде Севимова Исуfoва	Основни геометрични фигури – триъгълник (7 клас)	ЕГ 1
9.	126120	Венелина Николаева Стефанова	Теоретични знания за правоъгълен триъгълник за 7 и 9 клас и усвояването им чрез задачи	КГ 1
10.	126102	Даяна Иванова Цонева	Основни теоретични знания за трапец и приложение в задачи за 7 и 8 клас	КГ 1
11.	126124	Емилия Викторова Иванова	Вектори. Основни действия с вектори (8 клас)	КГ 1
12.	126122	Мария Николаева Иванова	Въвеждане на пространствени фигури в 6 клас (конус)	КГ 1
13.	126117	Наталия Красенова Атанасова	Въвеждане на пространствени фигури в 6 клас – пирамида	КГ 1
14.	126121	Светлозар Иванов Ковачев	Представяне на произведение на тригонометрични функции като сбор (11 клас)	КГ 1

ПЕДАГОГИЧЕСКИ ТЕХНОЛОГИИ ЗА ИНТЕГРИРАНЕ НА GEOGEBRA ПРИЛОЖЕНИЯ
В ОБУЧЕНИЕТО ПО ГЕОМЕТРИЯ

15.	126113	Силвия Стилиянова Георгиева	Видове четириъгълници (7 клас)	КГ 1
16.	126112	Стелияна Емилиянова Русева	Въвеждане на сферата в гимназиален и прогимназиален курс на обучение по геометрия (6 и 12 клас)	КГ 1
17.	106123	Азизе Ахмедова Гавазова	Еднакви триъгълници (7 клас)	ЕГ 2
18.	106129	Галя Милкова Ганева	Свойства на равнобедрения трапец (7-8 клас)	ЕГ 2
19.	106101	Елена Валентинова Немецова	Неравенства в триъгълника (7 клас)	ЕГ 2
20.	106111	Елица Андонова Ангелова	Намиране елементи на успоредник и равнобедрен трапец (8 клас)	ЕГ 2
21.	106104	Иван Игорев Нейков	Окръжност. Допирателни на окръжност (8 клас)	ЕГ 2
22.	106108	Мюжгян Хюсеин Кяни	Тригонометрични функции на остър ъгъл (9 клас)	ЕГ 2
23.	106130	Стела Живкова Христова	Средна отсечка в триъгълник (7 клас)	ЕГ 2
24.	106105	Филип Владимиров Тодоров	Теорема на Талес. Свойство на ъглополовящата в триъгълник (9 клас)	ЕГ 2
25.	116118	Валя Атанасова Бонева	Синусова и косинусова теорема в училищния курс по Геометрия (10 клас)	КГ 2
26.	116102	Ерай Сезгин Ридван	Лица на равнинни фигури – формули за лице на триъгълник (10 клас)	КГ 2
27.	116107	Корнелия Николаева Еманоилова	Лица на равнинни фигури (10 клас)	КГ 2
28.	116101	Мехмед Ибраимов Мехмедов	Въвеждане на паралелепипед и куб в гимназиален и прогимназиален курс на обучение по геометрия (6 и 12 клас)	КГ 2
29.	116108	Надежда Руменова Нанкова	Еднаквост (8 клас)	КГ 2

30.	116105	Нейзен Рейхан Реджеб	Намиране елементите на успоредник (9 клас)	КГ 2
31.	116103	Сибел Салимова Кадирова	Метрични зависимости в правоъгълен триъгълник (9 клас)	КГ 2
32.	116106	Талина Иванова Тодорова	Тригонометрични функции на остър ъгъл (9 клас)	КГ 2