

**РУСЕНСКИ УНИВЕРСИТЕТ „АНГЕЛ КЪНЧЕВ“  
ФАКУЛТЕТ ПРИРОДНИ НАУКИ И ОБРАЗОВАНИЕ  
КАТЕДРА МАТЕМАТИКА**

---

**маг. МАГДАЛЕНА МЕТОДИЕВА ПЕТКОВА**

**ПЕДАГОГИЧЕСКИ ТЕХНОЛОГИИ  
ЗА ИНТЕГРИРАНЕ НА GEOGEBRA  
ПРИЛОЖЕНИЯ В ОБУЧЕНИЕТО ПО  
ГЕОМЕТРИЯ**

**АВТОРЕФЕРАТ  
НА  
ДИСЕРТАЦИОНЕН ТРУД**

**за присъждане на образователната и научна степен „доктор“  
в Област на висшето образование: *1. Педагогически науки*  
Професионално направление: *1.3 Педагогика на обучението по...*  
Научна специалност: *Методика на обучението по математика***

**Научен ръководител:  
Доц. д-р ЕМИЛИЯ АНГЕЛОВА ВЕЛИКОВА**

**Рецензенти:  
Проф. д-р Маргарита Генова Върбанова  
Проф. д-р Здравко Вутов Лалчев**

**Русе, 2016 г.**

Дисертационният труд е с общ обем от 247 страници и е структуриран във *въведение, три глави, заключение, използвана литература и 13 приложения*. Основният текст е с обем 204 страници, а приложенията – 43 страници. Използваната литература съдържа 250 заглавия, от които 153 на български език, руски език и украински език и 94 на английски език. Графичното оформление на дисертационния труд включва *списък на таблиците (142 фигури) и списък на фигурите (51 таблици)*. Допълнително са представени *списък с използвани съкращения и абревиатури, списък с публикации на докторанта към дисертационния труд, граф на връзките между публикациите и приносите на дисертационния труд и граф на връзките между публикациите и съдържанието на дисертационния труд*.

В автореферата са използвани следните съкращения:

ЕК	Европейска комисия
ЕС	Европейски съюз
РБ	Република България

Докторантът работи като асистент по дисциплината *Висша математика 1 част* към Катедра *Математика, Факултет Природни науки и образование* при *Русенския университет „Ангел Кънчев“*. Бил е докторант в същата катедра. В тази катедра са извършени и изследванията по дисертационния труд.

Дисертационният труд е обсъден и насочен за защита на 20.05.2016 г. от разширено научно звено, което включва преподаватели от Катедра *Математика* при *Русенския университет „Ангел Кънчев“*.

Защитата на дисертационния труд ще се състои на открито заседание пред научно жури, назначено със заповед № 1149/30.05.2016 г. на Ректора на Русенския университет „Ангел Кънчев“, на 28.06.2016 г. от 13:00 часа в 2Г.404, гр. Русе. Материалите на докторанта са на разположение на заинтересованите в катедра *Математика*, каб. 1.221. Авторефератът е публикуван на сайта за развитие на академичния състав на *Русенския университет „Ангел Кънчев“*.

Автор: маг. Магдалена Методиева Петкова

**Заглавие: ПЕДАГОГИЧЕСКИ ТЕХНОЛОГИИ ЗА ИНТЕГРИРАНЕ НА GEOGEBRA ПРИЛОЖЕНИЯ В ОБУЧЕНИЕТО ПО ГЕОМЕТРИЯ**

Тираж: 20 бр.

Издателски център на Русенския университет „Ангел Кънчев“

## СЪДЪРЖАНИЕ НА ДИСЕРТАЦИОННИЯ ТРУД

Използвани съкращения и абривиатури .....	5
Въведение .....	6
Актуалност на проблема .....	6
Параметри на дисертационния труд .....	9

### ГЛАВА ПЪРВА

#### ТЕОРЕТИЧНИ ОСНОВИ НА ИЗСЛЕДВАНЕТО

1.1. Същност на понятието технология .....	13
1.2. <i>Технологичният подход</i> в образованието и в обучението .....	16
1.3. Същност на понятието <i>образователна технология</i> .....	18
1.4. <i>Общопедагогически технологии</i> .....	23
1.4.1. Същност на <i>общопедагогическите технологии</i> .....	23
1.4.2. Понятието <i>педагогическа технология</i> .....	27
1.4.3. Класификации на <i>педагогическите технологии</i> .....	32
1.4.4. <i>Авторска педагогическа технология</i> .....	35
1.4.5. <i>Педагогическа технология на проблемно обучение</i> .....	37
1.4.6. <i>Педагогическа технология на проектно-базирано обучение</i> .....	39
1.4.7. <i>Педагогическа технология на основа на съвременни ИКТ</i> .....	42
1.4.8. Създаване и оценяване на <i>педагогически технологии</i> .....	43
1.5. <i>Интегриране на технологии в образованието</i> .....	45
1.6. <i>Технологии в обучението по математика</i> .....	49
1.7. <i>Критерии за избор на софтуерни технологии</i> .....	52
1.8. <i>Качества на GeoGebra за обучението по математика</i> .....	55
1.9. <i>Формиране и развиване на компетентности в учебно-познавателната дейност</i> .....	58
1.9.1. <i>Понятията знания, умения и компетентности</i> .....	58
1.9.2. <i>Условия за формиране и развиване на компетентности в учебно-познавателната дейност</i> .....	62
Изводи от ГЛАВА ПЪРВА .....	67

### ГЛАВА ВТОРА

#### МЕТОДОЛОГИЯ И МЕТОДИКА НА ИЗСЛЕДВАНЕТО

2.1. <i>Параметри на дисертационния труд</i> .....	68
2.2. <i>Концептуален модел на изследването</i> .....	70
2.2.1. <i>Обща структура на концептуалния модел</i> .....	70
2.2.2. <i>Модел на авторски педагогически технологии</i> .....	71
2.2.3. <i>Дидактически инструментариум</i> .....	83
2.3. <i>Методика на изследването</i> .....	111
2.3.1. <i>Етапи и организация на изследователския процес</i> .....	111
2.3.2. <i>Пилотно изследване</i> .....	113
2.3.3. <i>Формиране на извадка и групи за изследване. Диагностична технология</i> .....	115

2.3.4. Техническа GeoGebra подготовка .....	118
2.3.5. Изследователски инструментариум .....	118
2.3.6. Методика на експеримента .....	122
2.3.7. Методи на изследване .....	124
<b>Изводи от ГЛАВА ВТОРА .....</b>	<b>125</b>

## **ГЛАВА ТРЕТА АНАЛИЗ НА ЕКСПЕРИМЕНТАЛНИ РЕЗУЛТАТИ ОТ ИЗСЛЕДВАНЕТО**

<b>3.1. Статистическа методология .....</b>	<b>126</b>
<b>3.2. Анализ за надеждност на изследователския инструментариум .....</b>	<b>128</b>
3.2.1. Надеждност и динамика на формирането на компетентности за интегриране на GeoGebra приложения в задачи по геометрия .....	129
3.2.2. Надеждност и динамика на формирането на компетентности за интегриране на GeoGebra приложения в тема по геометрия .....	134
3.2.3. Надеждност и динамика на развиването на компетентности за представяне на тема по геометрия .....	140
<b>3.3. Анализ на експерименталните резултати при <i>Основен експериментален план с две групи</i> .....</b>	<b>143</b>
3.3.1. <i>Основен експериментален план с две групи</i> .....	143
3.3.2. Анализ на контрастите на експерименталната група с контролната група .....	151
3.3.3. Анализ на контрастите между експериментите .....	157
<b>3.4. Анализ на експерименталните резултати при <i>План на Соломон с четири групи</i> .....</b>	<b>161</b>
3.4.1. <i>План на Соломон с четири групи</i> .....	161
3.4.2. Анализ на контрастите на експерименталните с контролните групи .....	168
<b>3.5. Качествен анализ на резултатите .....</b>	<b>170</b>
<b>Изводи от ГЛАВА ТРЕТА .....</b>	<b>174</b>

<b>Заключение .....</b>	<b>176</b>
Изводи .....	176
Перспективи за бъдещо приложение на дисертационния труд .....	177
Приноси .....	179
Публикации към дисертационния труд .....	180
Граф на връзките между публикациите и приносите на дисертационния труд .....	180
Граф на връзките между публикациите и съдържанието на дисертационния труд .....	181
Благодарности .....	181
<b>Литература .....</b>	<b>182</b>
<b>Списък на таблиците .....</b>	<b>199</b>
<b>Списък на фигурите .....</b>	<b>200</b>
<b>Приложения .....</b>	<b>205</b>

# ОБЩА ХАРАКТЕРИСТИКА НА ДИСЕРТАЦИОННИЯ ТРУД

## Въведение

Във **въведението** са очертани насоките на съществуващи проблеми и по неговите рамки е изпълнено дисертационното изследване. *Въведението* включва *актуалност на проблема* и *параметри на дисертационния труд*.

**Актуалността на проблема** се определя от няколко основни фактора:

- ◆ синтезиране на проблеми, свързани с професионално-педагогическата подготовка на бъдещите учители;
- ◆ анализиране на:
  - международни образователни политики: *Програмата за международно оценяване на учениците PISA (Programme for International Student Assessment), Международното изследване за преподаване и учене TALIS (Teaching and Learning International Survey), Международно изследване на уменията по математика и природни науки на учениците TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study) и центъра за Международно изследване на уменията за четене на учениците PIRLS (Progress in International Reading Literacy Study);*
  - европейски образователни политики: *Европейска квалификационна рамка за учене през целия живот (ЕК, 2009), Стратегията за интелигентен, устойчив и приобщаващ растеж Европа 2020 (ЕК, 2010);*
  - национални образователни политики: *Конвергентната програма на Република България 2014 – 2017 г. (РБ, 2014а), Националната програма за развитие: България 2020 (РБ, 2014b), Националната програма за развитие на образованието, науката и младежките политики в Република България 2009 – 2013 г. на МОМН, Националната програма за реформи на Република България 2011 – 2015 г., Националната програма „Квалификация“ (РБ, 2013), Оперативна програма Наука и образование за интелигентен растеж 2014 – 2020 г. (РБ, 2014c).*

В *актуалността на проблема* са представени резултатите от многобройните научни изследвания (образователните политики на България, Европа и в международен план), които потвърждават като основен актуален проблем необходимостта от създаване на нови или трансфер на съществуващи педагогически технологии и методи на обучение, базирани на информационните и комуникационни технологии (ИКТ), за ефективна професионално-педагогическа компетентностна подготовка на бъдещите учители по математика и информатика с цел задоволяване нуждите на съвременния образователен пазар от компетентни педагогически специалисти.

На решаването и преодоляването на гореспоменатите проблеми е посветен настоящият дисертационен труд.

**Параметрите на дисертационния труд** са описани в Глава ВТОРА (2.1).

## КРАТКО ОПИСАНИЕ НА ДИСЕРТАЦИОННИЯ ТРУД

**ГЛАВА ПЪРВА. ТЕОРЕТИЧНИ ОСНОВИ НА ИЗСЛЕДВАНЕТО** съдържа девет параграфа и има теоретичен характер.

В параграф **1.1. Същност на понятието *технология*** са разгледани много дефиниции на това понятие и промените, които то претърпява през годините на база на обществените нужди.

Някои от съвременните дефиниции на понятието *технология* са:

- ◆ *единно цяло от знания и системно приложение на ресурси за създаване на резултат, който отговаря на човешките потребности и желания* (Е. Savage, L. Sterry, 1990);
- ◆ *всяка дейност, насочена към постигане на конкретен резултат в процеса на формиране и развитие на човека и има технологичен характер, може да се нарече един или друг вид технология* (Д. Павлов, 2001, с. 26).

*Технологията* е система от логически, последователни, паралелни и смесени дейности, насочени към постигане на *конкретен резултат*. Тя се характеризира с качества като *резултатност, оптимално качество и ефективност* (Д. Павлов, 2001, с. 9–10; М. Петкова, Е. Великова, 2014, с. 58, 2014). Технологичната структура обхваща взаимосвързани *процедури, операции и стъпки* (Речник на българския език. Т. 11 (О), 2002, Речник на българския език. Т. 13 (Поен – Прелестно), 2008; М. Петкова, Е. Великова, 2014, с. 58).

В този параграф са разгледани много *класификации на технологиите*, прилагани в сферата на образованието (Д. Павлов, 2001, с. 23–26; К. Чолаков, Г. Герджиков, 1995, с. 11–12), които се основат на *процеса на обучение или използваните образователни елементи*, като например: *педагогически технологии, технологии за преподаване, технологии за учене, кооперативни технологии, екипни технологии, ситуационни технологии, евристични технологии, рефлексивни технологии, софтуерни технологии, компютърни технологии, Интернет и мултимедийни технологии* и други.

Анализиран е и проблемът за диференциране на понятията *технология* и *методика* като в зависимост от нивото на своята *инструменталност*, всяка дидактическа система може да действа като *технология* при високи нива на инструменталност или като *методика* при ниски нива на инструменталност (В. Писаренко, 2012, с. 242–243).

*В контекста на дисертационното изследване, понятието технология е учебно-познавателна дейност, насочена към постигане на конкретни образователни резултати в процеса на формиране и развиване качествата на личността на обучавания, която има технологичен характер и изисква технологична подготовка и технологично мислене.*

В параграф **1.2. Технологичният подход в образованието и в обучението** са представени възникването на *технологичния подход* и негови дефиниции, които показват възможностите на прилагането му в контекста на образованието.

В исторически план е показано, че развитието на *образователните технологии* въздейства върху развитието на образованието. След като се осъзнава необходимостта от *технологизация* на процесите на обучение, възпитание и

управление, се стартира масовото разработване и прилагане на образователни технологии, което е свързано главно с появата на технологичния подход в образованието.

*Технологичният подход е научно и практически обоснована система от дейности, използвана от човека за преобразуване на обкръжаващата среда, производството на материали или духовните ценности (Е. Леванова, Т. Пушкарева, 2015).*

М. Кларин (2003, с. 4) определя основната цел на технологичния подход в обучението: *изграждане на учебния процес върху обществения ред, образователното ориентиране, целите и съдържанието на обучението.*

*Технологичният подход в образованието и в обучението осигурява прецизно управление на учебната дейност за осъществяване на ефективен педагогически процес. Той съответства на определена образователна или педагогическа технология и прилагането му е важна част от теоретичните постановки и успешните практики на съвременната педагогика.*

В параграф **1.3. Същност на понятието образователна технология** са представени:

- ◆ основни причини за възникването на образователни технологии:
  - еволюционното развитие на информационните средства (М. Петкова, Е. Великова, 2014, с. 60);
  - информационната революция (А. Toffler, 1980);
  - ключовите промени в образованието (У. Singh и др., 2008, с. 1–3): пренасочената отговорност за образоването на младежите от родителите към учителите и от дома към училището; приемането на писменото слово като инструмент на образованието; изобретяването на печатната преса и книгата; появата на електрониката и развитието на комуникациите;
- ◆ подходи на тяхното използването: *софтуерен, хардуерен, системен.*

Представени са много дефиниции на понятието *образователна технология*.

П. Радев и др. (2007, с. 401–402) очертават образователните технологии като *многогранна интегрална, интелектуална и прагматично-праксеологична област за премахване на разделението между науките на образованието и образователните практики, чиято същност се изразява в следното:*

- ◆ *конкретна методологическа позиция на учителя, която обединява неговата професионална, образователна и възпитателна компетентност с постиженията на някои психологически науки, някои направления в социологията, информатиката и информационните технологии, праксеологията и ергономията за постигане и оценяване на конкретните образователни и развиващи цели;*
- ◆ *кодифицирано, възпроизводимо и надеждно използване на хуманни и изкуствени средства и ресурси за ефективно реализиране на преподаването и ученето в тяхната взаимна връзка, за достигане и оценяване на качествени образователни резултати.*

Под образователни технологии В. Терзиева, П. Кадемова-Кацарова (V. Terzieva, P. Kademova-Katzarova, 2013, с. 238) разбират комбинацията от *технически средства, чрез които се подпомага процеса на преподаване и учене, и педагогически обосновани решения за избор, формиране и прилагане на последователност от методи, похвати,*

---

форми и средства за обучение, които да осигуряват постигането на зададените образователни цели, в съответствие с конкретната обучаваща среда и спецификите на учащите. М. Михова (2003, с. 17–19) заключава, че образователната технология обединява различни технологии – обучаващи, възпитателни, учебни, управленски и други с цел вземане на научнообосновани педагогически решения за подготовката, осъществяването и оценяването на образованието.

Принципната роля на образователната технология е повишаване ефективността на образователния процес (М. Михова, 2003, с. 17–19).

Поради поддържане мнението, че понятията образователна технология, технологии на образованието и технологии в образованието са различни, в дисертационния труд е направен обзор на научната литература за тяхното съвременно дефиниране и разграничаване. Тези различия между понятията са анализирани от много изследователи (С. Singh, 2006; J. Aggarwal, 2009; J. Spector, 2012; K. Sampath, 2001; R. Sharma, S. Chandra, 2003; S. Mangal, U. Mangal, 2009; Y. Singh и др., 2008).

Множеството на образователните технологии включва няколко подмножества, сред които технологии на образованието и технологии в образованието. Технологиите на образованието са насочени към постигане на ефективна среда на обучение, която се подкрепя чрез технологиите в образованието и производствените технологии. Технологиите в образованието обхващат използването на технологии и технически средства и разработването на инструменти, средства и приспособления, чрез които се създава учебна среда за трансфер на знания и информация и постигане на образователни цели.

Параграф **1.4. Общопедагогически технологии** е разделен на осем (8) подпараграфа. Представени са дефиниции на две основни за дисертационния труд понятия:

- ◆ **общопедагогическа технология (1.4.1. Същност на общопедагогическите технологии)** като ниво или вид на технологичната рамка на педагогическия процес. Тя има единна структура и включва елементите образователен резултат, дейност на обучавания, дейност на обучаващия, способности за представяне на учебното съдържание, контролиращи процедури (Ю. Владимирович, 2015);
- ◆ **педагогическа технология (1.4.2. Понятието педагогическа технология):**
  - като вид социална технология, която преработва, модифицира, конструира една или друга теория, принципи, подходи и методи на различни области на науката за образователни и възпитателни цели (П. Петров, М. Атанасова, 2001, цит. по А. Кръстева, 2013, с. 12);
  - като ...съвременна интегративна теоретико–приложна наука, която използва теоретични обобщения и приложни знания от областта на педагогиката и психологията, а също и от други области и науки за постигане на образователно–възпитателни цели..., и нейната основна задача е ...да създава най–благоприятни организационни, методически, технически и други условия за ефективно използване на методите и формите на обучение и възпитание, на дидактическите материали, на техническите средства за обучение (П. Петров, М. Атанасова, 2001, с. 28).



Направен е обзор на преходите в исторически и психолого-педагогически план между няколко основни вида *общопедагогически технологии*. Това са:

- ◆ *класическите традиционни технологии*, които са фокусирани върху усвояването на знания и умения в класно-урочни форми на обучение, *обучение с център обучаващия* (И. Иванов, 2004, с. 17);
- ◆ *съвременните традиционни технологии*, които са обособени, от една страна, от синтезът между постиженията на педагогическата наука и практика, съчетани с традиционните елементи на опита (С. Ташева, Д. Павлов, 2000), и от друга страна, от изискванията на информационното общество и пазара на труда. *Те използват нови методи в обучението и компютърните програмно-технически средства* (И. Павлова, 2006).

*Традиционната образователна „знаниева“ парадигма* се променя в *постмодерна компетентностна образователна парадигма* при *постиндустриални общества*, които са ориентирани към усъвършенстване и създаване на технологии и тяхното иновативно използване. Например, масовото използване на перспективни ИКТ за формиране на компетентности за създаване, усвояване, разпределение и разпространение на информация повишава качеството на образованието и научно-техническото и културно развитие (Е. Великова, 2006, с. 6), необходими за пазара на труда.

Идеите за *постиндустриалното общество* на Д. Белл (D. Bell) и за *новото индустриално общество* на Дж. Галбрайт (J. Galbraith, 2007) са модифицирани в концепцията за *информационното общество* (Й. Василев, 2006, с. 117), в което *...се променят някои основни характеристики на обучението...* (Великова, 2006, с. 12) и се появяват *...различни хипотези и прогнози за характера на образованието...*, необходимост за насочване към творческо разгръщане на педагогическия потенциал у обучаващите, *...за създаване на нова образователна политика* (А. Недкова, 2012, с. 21), *резултати от анализи върху предимствата и недостатъците при интегриране на ИКТ в процесите на преподаване, учене и педагогическо взаимодействие* (А. Кръстева, 2013, с. 22; В. Димитрова, Ф. Лустиг, 2011, с. 31) и *нови образователни парадигми (...първият ключов елемент на всяка образователна технология...* (Д. Павлов, 2001, с. 80)).

В този параграф специално внимание е обърнато на моделите на преподаване и учене, проектирани и апробирани на базата на *конструктивизма*, и новият подход към образованието, който обхваща теориите на *конструктивизма* и основите на *синергетиката*. Е. Князева, С. Курдюмов (2014) създават такъв нов подход към образованието, който наричат *пробуждащо обучение в синергетичен аспект*. *Синергетиката се явява метод и инструмент за изследователска дейност и за това има евристична функция в образованието. Образованието, построено на принципите на синергетиката, е най-ефективно и отговаря на потребностите за всестранно разкриване на способностите на личността и на способите за непрекъснато самообразование*.

В контекста на обучението по математика, Д. Гълъбова (2012, с. 417) създава *структурен модел на пробуждащото математическо обучение в синергетичен аспект*, в който обобщено се дефинира диапазонът на синергетичност в процеса на обучение, характерен с *интерактивност, ролята на обучаващия като сътрудник и съвременност*. Чрез *съвременните педагогически технологии*, които притежават

елемент на иновация, се реализира нов модел на обучение, основан на сложни информационни взаимодействия между обучаващи, обучавани и средствата на ИКТ.

Може да се обобщи, че общопедагогическите съвременни технологии обхващат конструктивистки модели на преподаване и учене с елемент на иновации, използвани в синергетичен аспект.

В подпараграф **1.4.2** са разгледани два модела на педагогическа технология.

Г. Селевко (2006а, с. 27) създава обобщен модел на педагогическа технология, който включва наименование, целева ориентация, концептуална основа, съдържание и структура на педагогическата дейност, процесуална характеристика (методически особености) и учебно-методическо осигуряване.

В. Писаренко (2012, с. 245–247) предлага широко обобщение на понятието педагогическа технология - система от образователните процеси, основани на научните постижения на педагогическите науки и научна обосновка на операциите, за да се постигне конкретен резултат. Той предлага универсален модел на педагогическа технология, чрез който се проследява последователността на операциите при нейното разработване и прилагането. Структурните компоненти на модела са методологичен, прогнозиращ, информационно-технологичен, комуникативен и диагностичен.

Върху основата на универсалния модел за разработване и прилагане на педагогическата технология на В. Писаренко, в контекста на дисертационното изследване, се въвежда операционализирано понятие педагогическа технология като система от образователни процеси за постигане на конкретен образователен резултат, която се характеризира с методологичен, прогнозиращ, информационно-технологичен, комуникативен и диагностичен компоненти.

Представени са много опити за класифициране на педагогическите технологии в подпараграф **1.4.3. Класификации на педагогическите технологии.**

Г. Селевко (2006b) класифицира образователните (педагогическите) технологии по група от шестнадесет (16) критерии, описани в Приложение 2 от дисертационния труд. Тази класификация се допълва постоянно с нововъзникнали технологии (Н. Борытко и др., 2006, с. 11).

Други критерии, по които се класифицират педагогическите технологии, са описани в М. Петкова, Е. Великова (2014).

Факторите, които влияят върху избора на дадена педагогическа технология, са образователните цели (В. Трайнев, И. Трайнев, 2003), приоритетните цели на обучението, специфики по учебното съдържание, характеристики на обучаваните и ниво на техническото оборудване на учебната дейност.

В контекста на дисертационното изследване могат да бъдат определени като доминиращи следните педагогически технологии:

- ◆ технология за проектиране на авторски педагогически технологии (**1.4.4**);
- ◆ педагогическа технология на проблемното обучение (**1.4.5**);
- ◆ педагогическа технология на проектно-базираното обучение (**1.4.6**);
- ◆ педагогическа технология на основата на съвременни ИКТ (**1.4.7**).

Използването на класификации на педагогическите технологии подпомага значително ориентирането на обучаващите към подходящата технология и съответните ѝ методи на преподаване и учене, средства и форми на обучение и други, чрез които се осъществява ефективна учебно-познавателна дейност и се постигат формулираните образователни и възпитателни цели.

#### 1.4.4. Авторска педагогическа технология

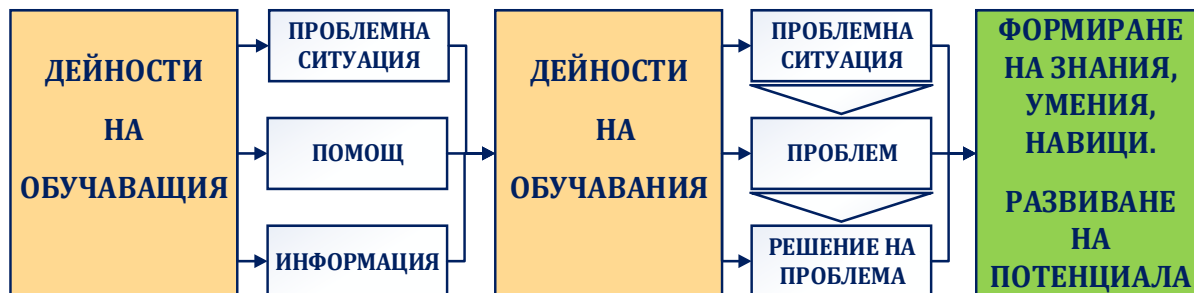
Авторските школи трансформират обществените образователни институции чрез търсене и предлагане на различни начини и средства за образование, разработване на учебно съдържание, създаване и експериментирание с нови педагогически технологии и системи. Идентифицират се по качества (Г. Селевко, 2006а, с. 298) като *иновативност, алтернативност, концептуалност* на образователния процес, *системност и всеобхватност* на образователния процес, *социално-педагогическа целесъобразност и резултатност*.

Възпроизвеждането на дадена технология е почти невъзможно, тъй като всяка технология носи в себе си част от личностните качества на автора. Когато учител-професионалист използва в работата си елементи от няколко педагогически технологии или оригинални методически техники, то той се явява *автор* на тази обособена технология. Г. Селевко я нарича *авторска педагогическа технология* (А. Кръстева, 2013, с. 12–13).

Чрез проектирането и използването на авторска педагогическа технология се обвързват няколко технологии за постигане на конкретни резултати, свързани с осъществяване на самостоятелна работа, изучаване на учебно съдържание, развитие на личностни качества и други.

#### 1.4.5. Педагогическа технология на проблемно обучение

Схемата на педагогическото взаимодействие при *проблемното обучение* (Р. Салиходжаева, 2012) е представена на Фигура 1 (Фигура 4 от дисертационния труд). Тя кореспондира със схемата на *общопедагогическата технология* (Фигура 2 от дисертационния труд).



Фигура 1. Педагогическо взаимодействие при проблемното обучение

Значимо място в *Европейската референтна рамка за учене през целия живот* (ЕК, 2009) заема *умението за решаване на проблеми*, чиито процесуални фази (П. Радев и др., 2007, с. 395) са отнесени към основните етапи на *технологията на проблемното обучение* (Г. Селевко, 2006b, с. 134–138) (Таблица 2 от дисертационния труд).

Потенциалът на *проблемно-базираното обучение*, според М. Savin-Baden (2000, с. 13), основно прозира в осъзнаването на стойността и сложността на този подход за обучение и начините, по които той може да помогне на учащите за развиване на важни умения като гъвкавост на мисленето, критичност, решаване на проблеми, работа в екип, самостоятелно учене.

Основните видове *съвременни педагогически технологии* са тези, ориентирани към *проблемно-базираното обучение*: обучение чрез проучване на проблемни ситуации (М. Savin-Baden, 2000, с. 4), стимулиране на обясненията и рефлексията, необходими за конструиране на знания (В. Войноховска, 2011, с. 11), учене чрез експериментирание и откриване, творческо прилагане на наличните знания (С.

Гроздев, Д. Деков, 2014), обучение чрез търсене на информация, обучение към критично мислене, активиране на мисленето (J. Bruner, цит. по И. Старибратов, Е. Ангелова, 2011, с. 331; М. Николова, 2012, с. 59) и други.

*Педагогическата технология на проблемното обучение съответства на постмодерната компетентностна образователна парадигма за овладяване на знания и формиране и развитие на компетентности и умения, необходими за задоволяване на пазара на труда от компетентни личности.*

#### **1.4.6. Педагогическа технология на проектно-базирано обучение**

Прилагането на *проектния метод* се определя като (нова) педагогическа технология, метод на познание, начин за организация на учебно-познавателната дейност на обучаваните или форма на организация на обучението, в чиято основа стоят самостоятелното планиране на работата, практическото осъществяване на задачата, поемането на отговорност от страна на обучаваните и други (К. Велчева, 2009).

В теоретичен план *проектно-базираното обучение* се свързва с *конструктивизма* като философия на човешкото учене, базираща се на разбирането, че чрез отразяване на реалността, се конструира собствено разбиране за заобикалящата среда (А. Кръстева, 2013).

Основната цел при използването на *технологията на проектно-базираното обучение* е, че способства за овладяване на по-задълбочени познания по определени теми; за формиране на общи образователни способности на обучаваните; за развиване на творческа независимост; за формиране на интерес към учебната дейност, която се постига чрез целенасочена, контролирана дейност на обучаваните в изучаването на конкретен проблем (В. Гузеев и др., 2007).

Между *проектно-* и *проблемно-базираното обучение* съществува научнодоказана връзка. М. Андреев (1987) определя, че педагогическата ефективност на *метода на проектите* се основава на *дейностния подход в обучението* и принципа на *проблемното обучение* и чрез неговата реализация се развиват (И.А. Марашева-Делинова, 2012, с. 8) вътрешната мотивация към ученето, развива се конструктивното критично мислене на обучаваните и се формират основни компетентности: способност за използване на умения за откриване на проблеми, за целеполагане, за планиране на дейността, за самоанализ и рефлексия, сравнение, анализ, синтез, прогнозиране, самостоятелно търсене, съхранение и практическо прилагане на изследваната информация, презентация в хода на самостоятелната дейност и на нейния резултат.

*Педагогическата технология на проектно-базираното обучение в учебно-познавателния процес осигурява разработване и реализиране на тематични проекти в самостоятелна форма на обучение, свързани с изследователската дейност на обучаваните и използване на ИКТ за разработване и изучаване на учебно съдържание.*

#### **1.4.7. Педагогическа технология на основа на съвременни ИКТ**

ИКТ технологиите създават нови възможности на обучаемите да се ангажират в сериозно изследване, да предприемат изследвания, които би било невъзможно да направят по друг начин (А.М. Novak, С.І. Gleason, 2001), като симулации и да трансформират лабораториите от пасивните области на преподаване на науката към динамични и практически, автентични области на изследване и откривателство.

В научната литература са описани разнообразни *педагогически технологии на основа съвременни ИКТ*, например *технологията на компютърния урок* (Г. Селевко, 2005, с. 112), която цели подобряване на ефективността на урока, на учебния процес, използвайки възможностите на компютърните технологии; формиране на умения за работа с информация и развиване на комуникативни умения; формиране на човешката личност за адаптиране в *информационно общество*; образуване на изследователски умения, способност за вземане на оптимални решения; създаване на мотивация за учене; улесняване на разбиране на учебния материал от урока; осигуряване на възможност за използване на допълнителни материали и други.

Г. Селевко (2005, с. 120) представя *многомерна структура на характеристиките на компютърен урок* под формата на *логико-семантичен модел*.

В контекста на дисертационното изследване, *педагогическата технология на основа на съвременните ИКТ обхваща разнообразни подходи и възможности за подобряване ефективността на учебно-познавателния процес чрез използване възможностите на компютърните технологии и за овладяване на знания и умения и формиране и развиване на компетентности за адаптиране в информационно общество*.

В параграф **1.4 *Общопедагогически технологии*** са представени още:

- ◆ пътищата за създаване на *педагогически технологии* (Д. Цветков, 1987);
- ◆ елементите на *педагогически технологии*: индивидуални характеристики на обучавания; професионални качества на обучаващия; субект-субектни отношения; детерминанти на средата; дидактически средства и материали; система за ръководство на учебния процес (Н. Ганчев, И. Иванов, 1993, с. 7; М. Петкова, Е. Великова, 2014, с. 62–63, 2014).
- ◆ средствата за илюстрация на *педагогически технологии*: *технологична схема, технологична карта* и други (В. Монахов, 1997; Г. Селевко, 2006b, с. 34; И. Дерновский, 2004);
- ◆ начините за оценяването на *педагогически технологии*: *количествен и качествен анализ на различни техни характеристики* в зависимост от поставените цели (М. Петкова, Е. Великова, 2014, с. 63), например:
  - *цялостно оценяване* (Г. Селевко, 2006a, с. 17; Н. Николаева, В. Гуменюк, 2011, 2012, с. 2);
  - *оценяване въздействието им върху специфични психологически фактори* (А. Кушнир, 2001);
  - *оценяване на функционалността им* (В. Беспалько, 1995);
  - *оценяването им на етап проектиране* (И. Дерновский, 2004);
  - *оценяване спазването на основни принципи* (В. Беспалько, 1989);
  - *оценяване ефективността на използване* (И. Дерновский, 2004).

*Създаването на педагогическа технология трябва да изпълнява система от критерии, чрез които се осигурява постигането на общи или специални образователни и възпитателни цели.*

В параграф **1.5. *Интегриране на технологии в образованието*** са представени дефиниции на понятия като:

- ◆ *интеграция* – *състояние на свързаност на отделни диференциални части и функции на система в цял организъм, както и на процеса, водещ до това състояние* (А. Прохоров, С. Кравцов, 2006). Тя е сложен процес, при който се

комбинират отделни компоненти в *единна система*, която, от своя страна, може да се разглежда и като независима част от цялото;

- ◆ *интегрирам/интегрирам се:*
  - *обединявам в едно цяло* (М. Филипова-Байрова и др., 1982, с. 344);
  - *осъществявам, правя интеграция на нещо, някого* (Речник на българския език. Т. 6. (И-Й), 1990, с. 344);
  - *комбинирам* (две или повече неща) до формиране или създаване на нещо; *правя* (нещо) част от друго по-голямо нещо; *правя* (едно лице или група) част от по-голяма група (Merriam-webster dictionary);
- ◆ *ИКТ грамотност:*
  - *управление, интегриране, оценяване и създаване на информация с помощта на цифрови технологии, инструменти за комуникация и мрежи за достъп;*
  - *критично мислене, когнитивни умения, умения за решаване на проблеми с дигитални технологии и средства за комуникация, технически знания;*
  - *част от технологичната грамотност* (М. Clough и др., 2013, с. 87–89).

В този подпараграф са анализирани още причините за използването на технологии (ИКТ) в обучението, бариерите за ефективното им прилагане и някои основни методи на тяхното приложение в преподаването и ученето.

Използването на ИКТ в образованието се определя като *мултифасетна и комплексна област* (Р. Пейчева-Форсайт, 2010, с. 3), която осигурява възможности за стимулиране на човешкия интелект, творческа дейност, оценяване на дидактическите възможности за творческо усвояване на знания и умения, развиване на изследователската активност, стимулиране на рефлексията (М. Георгиева, 2001, с. 25). Много изследвания приемат *технологииите* за *интелектуален, интелигентен* или *когнитивен инструмент* на обучавания (М. Георгиева, 2001, с. 23; М. Clough и др., 2013, с. 107).

Други причини за използването на ИКТ в обучението са *изисквания на новото общество, повишаване на производителността и търсене на по-качествено обучение* (Р. Нерр и др., 2004, с. 1), където ролята на ИКТ се разглежда в три категории: *роля на педагогически инструмент, културна, социална и професионална роля, административна роля* (училищна администрация).

*Интегрирането на технологии в обучението* преминава през редица трудности и се повлиява от редица фактори. *Бариерите за ефективно използване на ИКТ* са разделени условно на три групи: *бариери на ниво учители, бариери на ниво училище и бариери на системно ниво* (А. Balanskat и др., 2006, с. 50–53).

Основните фактори, които определят интегрирането на технологии от обучаващите в обучението са *самият обучаващ, самите технологии и обкръжаващата среда* на обучаващия (Н.-К. Wu и др., 2008, с. 65–66).

*От една страна, формирането и развиването на ИКТ грамотност е необходим елемент в професионално-педагогическата подготовка на бъдещите учители по математика и информатика, и от друга страна, използването на технологии от обучаващите като инструменти и като творческа учебно-познавателна среда подпомага овладяването на нови знания, умения и компетентности, които отговарят на съвременните обществени нужди и очаквания.*

В параграф **1.6. Технологии в обучението по математика** са представени структурата на компютърно подпомаганото обучение по математика по Д. Гълъбова (2012, с. 424) (Фигура 5 от дисертационния труд), положителното влияние на компютърно-базираните образователни технологии върху учебния процес, характеристики на *системите за компютърна алгебра и динамичните геометрични системи*, както и ролята им за подобряване на процесите за проверка на знания и умения и за развитие на стратегии за решаване на задачи.

Интегрирането на специализиран образователен софтуер предлага огромни възможности на обучаващите и учещите. Например, Ф. Демана и Б. Вайтс (F. Demana, B. Waits, 1990, с. 220) определят следните основни фактори за постигане на високо качество на преподаването и изучаването на математика:

- ◆ овладяването на знания и умения за прилагането на технологиите от обучавани и обучаващи;
- ◆ възможностите за осъществяване на самостоятелни изследвания;
- ◆ стимулирането към обобщаване на математически зависимости.

*Технологиите в обучението по математика трябва да са гъвкави, да имат динамичен характер, да са многовариантни, съвместими, взаимно да се допълват, но особено важно е да бъдат личностно ориентирани* (В. Димитрова, Ф. Лустиг, 2011, с. 31). В тази връзка са полезни научните резултати на Р. Бейкън, който определя възприятието като решаващ елемент в придобиването на познание в математиката (П. Кинг, 2007, с. 69). Резултатите от изследванията на Дж. Джонсън (J. Johnson, 2000, с. 42) върху компютърно-базирано обучение по математика са, че компютърните среди оказват влияние върху нагласите и емоционалните реакции на обучаваните по алгебра и геометрия. Изследванията на Р. Пфонгута (R. Phonguttha и др., 2009, с. 30–36) върху ролята на технологиите като ефективно учебно средство за обучение и самостоятелно изучаване на геометрията също показват лесно разбиране на геометричните отношения и решаването на проблемите.

Непрекъснато се създават нови софтуерни разработки, които удовлетворяват новите обществени и образователни нужди: *цифрови и графични калкулатори; системи за компютърна алгебра* (Maple, Mathematica); *динамичен геометричен софтуер* (Cabri Sketchpad, Cinderella), компютърната програма „Откривател“ (С. Гроздев, Д. Деков (2013, с. 50); *системи, комбиниращи алгебричен и геометричен софтуер* - GeoGebra, GeoNext, TI-92 calculator; *специализирани математически системи* - Interactive Platform for Learning Calculus (PIAC).

Възможностите на мултимедийните и аудио-визуалните средства за провеждане на интензивни форми и методи на обучение и самостоятелни учебни дейности повишават мотивацията и равнището на емоционално възприемане на информацията (М. Petkova, 2011). Интегрирането на образователни софтуерни технологии в учебно-познавателната дейност е насочено преди всичко към развиване на умения за ефективно използване на знанията, уменията и компетентностите. *Очакванията са свързани с позитивна промяна в отношението на обучаващите и обучаваните спрямо ролята на ИКТ в обучението по математика и развиване на способността на учениците за творчество, самостоятелност и интегриран подход към ученето* (М. Petkova, 2011, с. 147).

*Интегрирането на технологии в учебно-познавателната съвместна и самостоятелна дейност е база за формиране и развиване на компетентности за създаване на нови познания, решаване и създаване на оригинални задачи, изследване*

---

на обекти, формулиране, потвърждаване или отхвърляне верността на хипотези и други.

В параграф **1.7. Критерии за избор на софтуерни технологии** са представени начини за оценяване на селекция софтуерни технологии, които притежават качества за ефективно интегриране в обучението. Това са:

- ◆ *моделът SECTIONS* на А. Байтс и Г. Пол (A. Bates, G. Poole, 2003, с. 78–80), адаптиран от К. Блейз (K. Blaze, 2011);
- ◆ *правата за достъп на потребителите* (R. Stallman, 2009).

Допълнително са разгледани предимства и недостатъци на свободната софтуерна технология от гледна точка на нейното интегриране в обучението.

*Неделима част от образователния процес е подборът и оценяването на качествата на софтуерна технология, подходяща за ефективно интегриране в обучението, както е свободно разпространяемият софтуер с отворен изходен код.*

В параграф **1.8. Качества на GeoGebra за обучението по математика** са представени:

- ◆ компонентите на мултиплатформата GeoGebra: *динамичен математически софтуер GeoGebra, GeoGebraForum, GeoGebraTube, GeoGebraBook (GeoGebraWorkSheets), GeoGebraGroup* (M. Petkova, E. Velikova, 2015b, с. 30–31);
- ◆ предимства на мултиплатформата GeoGebra в контекста на обучението по математика:
  - демонстрация и визуализация;
  - подготовка на учебни материали за използване като презентационен инструмент;
  - проследяване на математически отношения, закономерности между обекти, интегрирани в GeoGebra приложения;
  - наличие на конструктивен протокол за описване изграждането на конструкции;
  - изследователска дейност чрез комбиниране на факти, експериментиране, анализиране на резултатите и издигане на хипотези, създаване на модели, потвърждаване или отхвърляне на хипотезите;
  - разширяване и обогатяване средата на обучение чрез прилагане на интерактивни методи и стратегии на преподаване; и други.
- ◆ някои методи на обучение в GeoGebra среда (M. Petkova, E. Velikova, 2015b, с. 31):
  - решаване на задачи чрез конструиране или доказване на твърдения;
  - създаване на нови или интересни задачи от гледна точка на обучавания и в съответствие с изучаваната тематика;
  - интегриране на GeoGebra приложения в математически задачи и самостоятелно разработени теми по математика;
  - формиране и развиване на специфични знания, умения и компетентности за построяване на геометрични фигури, създаване на интерактивни мултимедийни илюстрации към изучавания материал (А.М. Юрьевич, 2013).

*Следователно, мултиплатформата GeoGebra има качествата на творческа учебна математическа среда за мотивиране на обучаваните за творческа и*

---



самостоятелна дейност, овладяване на специфични знания, умения, формиране и развиване на компетентности, необходими за постигане на актуалните цели на обучението по математика.

Параграф **1.9. Формиране и развиване на компетентности в учебно-познавателната дейност** е разделен на два подпараграфа.

В подпараграф **1.9.1 Понятията знания, умения и компетентности**, дефинирани в Европейската квалификационна рамка за учене през целия живот (ЕК, 2009, с. 11), са използвани като операционализирани понятия:

- ◆ *знания означава резултат от усвояване на информация в процеса на учене. Знанията са съвкупност от факти, принципи, теории и практики, които са свързани с определена сфера на работа или обучение. В контекста на Европейската квалификационна рамка знанията се описват като теоретични и/или фактологични;*
- ◆ *умения означава способност за прилагане на знанията и използване на наука при изпълнение на задачи и решаване на проблеми. В контекста на Европейската квалификационна рамка уменията се описват като познавателни, включващи прилагане на логическо, интуитивно и творческо мислене; практически, включващи сръчност и употреба на методи, материали, уреди и инструменти;*
- ◆ *компетентност означава доказана способност за използване на знания, умения и личностни, социални и/или методологични дадености в работни или учебни ситуации и в професионално и личностно развитие. В контекста на Европейската квалификационна рамка компетентностите се описват с оглед степента на поемане на отговорност и самостоятелност.*

Придобиването на определено равнище на компетентност се разглежда като степен на развитие на способност на индивида да съчетава и използва знания, умения и компетенции, според разнообразните изисквания, породени от специфичния контекст, ситуация или проблем (Р. Василева-Иванова, 2015, с. 49).

Анализирането на равнището на компетентността като вариативна величина се осъществява чрез входните величини (способностите, с които ще се извършва определена дейност), величините на дейността (поведението, с което личността трансформира входа в изход) и изходни величини (крайният резултат, постигнат чрез максимално използване на знания, умения, качества на личността, качества на технологии и други) (Р. Василева-Иванова, 2015, с. 21).

Равнището на развитие на определена компетентност се измерва чрез равнището на овладени знания и умения, ориентирането в ситуации и използването на личностни качества (Р. Василева-Иванова, 2015, с. 49).

В подпараграф **1.9.2. Условия за формиране и развиване на компетентности в учебно-познавателната дейност** са разгледани модели, които могат да се използват с интегриране на технологии. Това са:

- ◆ *моделът ТРАСК (Technological, pedagogical, and content knowledge - Технологично, педагогическо и предметно знание) като теоретична основа за използването на ИКТ в образованието на база новите интегрални педагогически подходи за формиране на комплексно знание (М. Koehler, Р. Mishra, 2009);*

- ◆ универсалните модели на обучение, които могат да се използват с интегриране на технологии, като например моделът на И. Ганчев за усвояване на знания и формиране на умения и моделът на технологично-рефлексивно обучение.

*Моделът ТРАСК и моделът на технологично-рефлексивното обучение са подходяща основа за създаване на педагогически технологии за формиране и развиване на компетентности на обучители в условия на творческа учебна среда.*

На база теоретичния анализ, могат да се изведат следните основни **изводи от**

#### **Глава ПЪРВА:**

1. *Актуалните обществени потребности от компетентни специалисти определят използването на понятието технология в контекста на дисертационното изследване като учебно-познавателна дейност, която може да се трансферира във всяка научна област, за постигане на конкретни образователни резултати.*
2. *Технологичният подход в образованието и в обучението съответства на определена образователна/педагогическа технология и осигурява прецизно управление на учебната дейност за осъществяване на ефективен педагогически процес.*
3. *Множеството на образователните технологии включва няколко подмножества, сред които технологии на образованието, технологии в образованието и педагогически технологии. Технологиите на образованието са насочени към постигане на ефективна среда на обучение, подкрепена от технологиите в образованието, които обхващат технически средства и инструменти за трансфер на знания и информация и постигане на образователни цели.*
4. *Върху основата на универсалния модел за разработване и прилагане на педагогическата технология на В. Писаренко, в контекста на дисертационното изследване, се въвежда операционализирано понятие педагогическа технология като система от образователни процеси за постигане на конкретен образователен резултат, която се характеризира с методологичен, прогнозиращ, информационно-технологичен, комуникативен и диагностичен компоненти.*
5. *Авторската педагогическа технология, педагогическата технология на проблемното обучение, на проектното обучение и тази, основана на използването на съвременни ИКТ, съответстват на постмодерната компетентностна образователна парадигма за овладяване на знания, формиране и развиване на компетентности и умения, необходими за професионалното и личностното развитие и за адаптиране към информационното общество.*
6. *Различните видове математически софтуерни технологии осигуряват условия за повишаване на ефективността на преподаване на учебния материал, мотивират и стимулират обучаваните за активно учене и за самостоятелна изследователска дейност.*
7. *Моделът ТРАСК и моделът на технологично-рефлексивното обучение са подходяща основа за създаване на педагогически технологии за формиране и развиване на компетентности на обучители в условия на творческа учебна среда.*

**ГЛАВА ВТОРА МЕТОДОЛОГИЯ И МЕТОДИКА НА ИЗСЛЕДВАНЕТО** включва три (3) параграфа и обхваща оригинални дидактически и изследователски инструментариуми, създадени върху основата на теоретичния анализ и в избраната математическа област.

В параграф **2.1. Параметри на дисертационния труд** отново са представени обект, предмет, хипотеза, цели и задачи на дисертационния труд.

**Обект на изследване** са педагогическите технологии в учебно-познавателната дейност.

**Предмет на изследването** са закономерностите на целенасоченото прилагане на педагогически технологии за формиране и развиване на компетентности за интегриране на GeoGebra приложения в самостоятелно разработени теми от училищния курс по геометрия.

**Основната цел на дисертационното изследване** е създаване и апробиране на педагогически технологии в обучението на студенти, бъдещи учители по математика и информатика, по дисциплината *Училищен курс по геометрия за формиране и развиване на компетентности за интегриране и представяне на GeoGebra приложения* в самостоятелно разработени теми по геометрия.

**Целите на дисертационния труд** са:

**Научно-приложни цели:**

- ◆ Синтезиране на научни проблеми и изграждане на теоретична постановка на дисертационния труд в педагого-психологически и педагого-технологичен план.
- ◆ Проучване на качествата на различни видове педагогически технологии и подходите за тяхното създаване и прилагане за повишаване ефективността от обучението.
- ◆ Анализирание на възможностите за интегриране на технологии и на мултиплатформата GeoGebra за ефективно обучение по математика и определяне на критерии за тяхното оценяване.
- ◆ Проучване на условията за формиране и развиване на компетентности в учебно-познавателната дейност.

**Приложни цели:**

- ◆ Създаване на авторски педагогически технологии за формиране и развиване на компетентности за интегриране и представяне на GeoGebra приложения в самостоятелно разработени теми от училищния курс по геометрия.
- ◆ Осъществяване на психолого-педагогическо експериментално изследване на учебно-познавателната дейност на студенти, бъдещи учители по математика и информатика, по дисциплината *Училищен курс по геометрия*, за оценяване на възможностите на създадените педагогически технологии за формиране и развиване на компетентности за интегриране и представяне на GeoGebra приложения в самостоятелно разработени теми.

За осъществяване на поставените цели са формулирани актуални задачи:

**Задачи с теоретико-изследователски характер:**

- ◆ Да се проучат научната литература и резултатите от експериментални изследвания в научните области методика на обучението по математика, информатика, педагогика, психология, математика, философия.

- ◆ Да се формулират теоретични психолого-педагогически и експериментални актуални проблеми в областта на дисертационния труд.
- ◆ Да се изследват закономерностите на релациите и използването в теоретико-приложен аспект на педагогически, математически, технологически, методически, психологически и други научни понятия в контекста на дисертационното изследване.
- ◆ Да се проучат основните видове, качества и възможности за създаване и използване на *педагогически технологии*, които да изпълняват конкретни образователни и възпитателни цели.
- ◆ Да се изследват възможностите за интегриране на технологиите в образованието.
- ◆ Да се анализира ролята на интегрирането на технологиите в обучението по математика.
- ◆ Да се определят критериите за оценяване на софтуерни технологии, подходящи за интегриране в обучението по математика.
- ◆ Да се анализират качествата и техническите характеристики на мултиплатформата GeoGebra за ефективно обучение по математика.
- ◆ Да се проучи съдържанието на понятията *знания, умения, компетентност* и условията за *формиране, развиване и оценяване на компетентностите* в учебно-познавателната дейност.

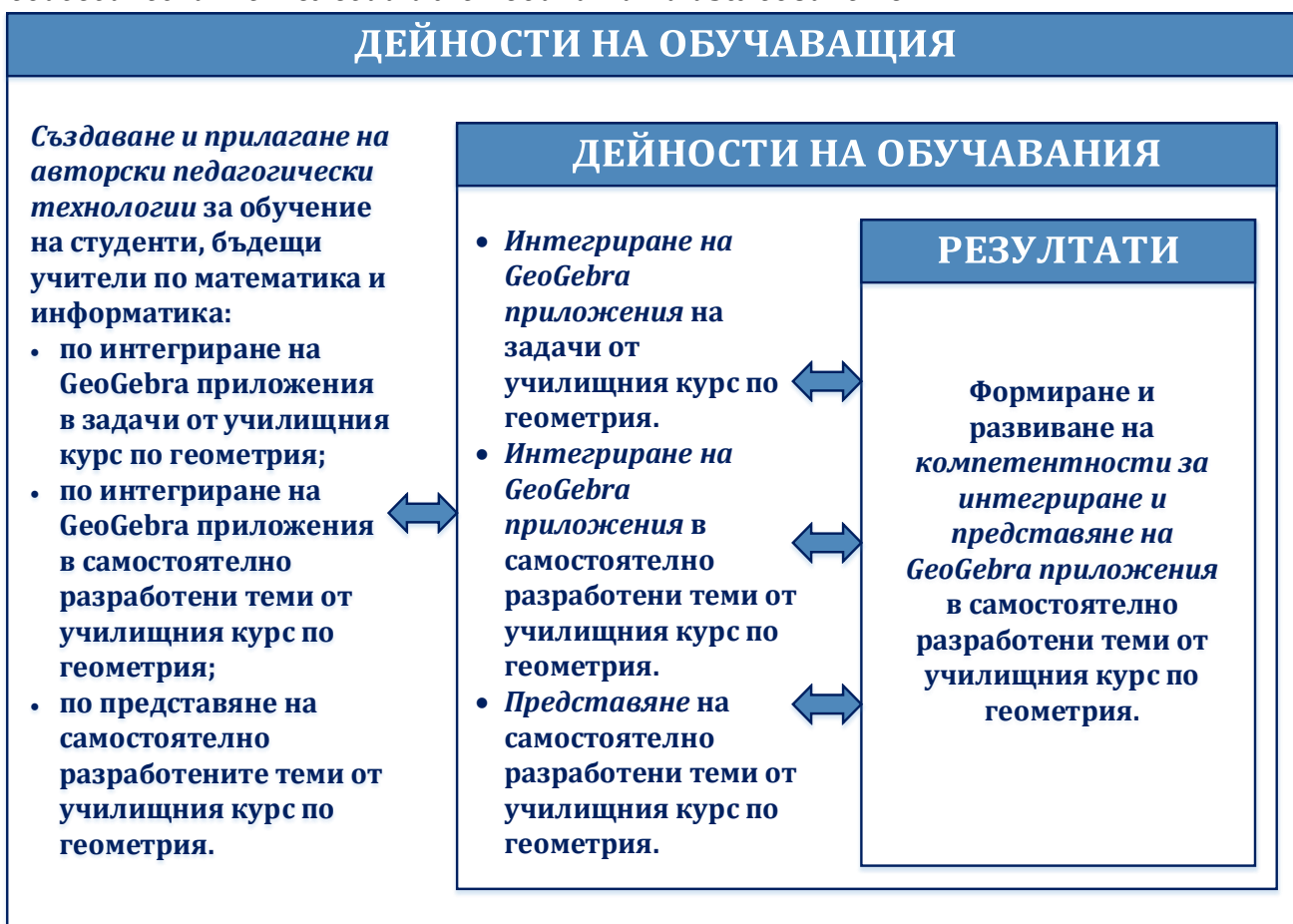
**Задачи с приложен и експериментален характер:**

- ◆ Да се анализират резултатите от проучване мнението на преподаватели върху ползността от използване на специализиран геометричен софтуер GeoGebra в обучението по геометрия и да се анализират резултатите от оценяването на GeoGebra за осъществяване на психолого-педагогическо изследване.
- ◆ Да се разработи и апробира модел на обучение за изучаване възможностите на GeoGebra за създаване на геометрични конструкции в обучението на студенти по дисциплината *Математически софтуер*. Да се анализират резултатите от пилотното изследване.
- ◆ На база анализа на резултатите от пилотното изследване, да се разработят *педагогически технологии* за обучение на студенти, бъдещи учители по математика и информатика, по:
  - интегриране на GeoGebra приложения в задачи от училищния курс по геометрия;
  - интегриране на GeoGebra приложения в самостоятелно разработване на теми по геометрия;
  - представяне на самостоятелно разработените теми;с които се постигат конкретни образователни цели.
- ◆ Да се разработи система от критерии, параметри, индикатори и оценъчни скали за измерване на изследваните характеристики *-компетентностите за интегриране и представяне на GeoGebra приложения* в самостоятелно разработени теми по геометрия.
- ◆ Да се апробират създадените *авторски педагогически технологии* в обучението на студенти, бъдещи учители по математика и информатика, по дисциплината *Училищен курс по геометрия*.

- ◆ Да се анализират експерименталните резултати и се установят съществуващи релации и степени на формиране и развиване на изследваните характеристики.
- ◆ Да се приложат подходящи и разнообразни статистически методи за анализ на експерименталните резултати и се установят качествата на изследователския инструментариум, значими релации и степени на формиране и развитие на изследваните характеристики.

**Хипотеза:** Целенасоченото прилагане на авторски педагогически технологии в обучението на студенти, бъдещи учители по математика и информатика, по дисциплината *Училищен курс по геометрия*, формира и развива компетентности за интегриране и представяне на GeoGebra приложения в самостоятелно разработени теми от училищния курс по геометрия.

Параграф 2.2. **Концептуален модел на изследването** включва три (3) подпараграфа. Представени са общата структура на концептуалния модел на изследване (Фигура 2, Фигура 8 от дисертационния труд), моделът на авторски педагогически технологии и методиката на изследването.



**Фигура 2. Общата формула на взаимодействие на авторските педагогически технологии от концептуалния модел на изследването**

В контекста на дисертационния труд е въведено операционализираното понятие *компетентности за интегриране на GeoGebra приложения* като доказана способност за прилагане на знания, умения и личностни качества за интегриране на GeoGebra приложения в учебна ситуация. Понятието *компетентности за*

интегриране на GeoGebra приложения се приема за обобщаващо понятие, което обхваща следните три групи компетентности:

- ◆ компетентности за интегриране на GeoGebra приложения в задачи по геометрия;
- ◆ компетентности за интегриране на GeoGebra приложения в самостоятелно разработена тема по геометрия;
- ◆ компетентности за представяне на самостоятелно разработена тема по геометрия.

Основните структурни компоненти, чрез които се изгражда универсален модел на дадена педагогическа технология, описани в Глава ПЪРВА, са: *методологичен, прогнозиращ, информационно-технологичен, комуникативен и диагностичен компонент.*

*Методологичният компонент включва цел, задачи, педагогически принципи и педагогически условия за реализиране на педагогическите технологии.*

*Основната цел на модела е изграждане и целенасочено прилагане на авторски педагогически технологии за обучение на студенти, бъдещи учители по математика и информатика, по дисциплината *Училищен курс по геометрия*, които да бъдат основа за формиране и развиване на компетентности за интегриране и представяне на GeoGebra приложения в самостоятелно разработени теми от училищния курс по геометрия.*

В модела са включени три взаимосвързани групи технологии, на база на които се оформят трите подцели на модела (Таблица 1, Таблица 5 от дисертационния труд).

**Таблица 1. Група технологии и подделите на концептуалния модел**

ГРУПА ТЕХНОЛОГИИ	ПОДЦЕЛИ
<i>Педагогически технологии за обучение на студенти, бъдещи учители по математика и информатика, по интегриране на GeoGebra приложения в задачи от училищния курс по геометрия</i>	Подцел 1. Формиране на компетентности за интегриране на GeoGebra приложения в задачи по геометрия
<i>Педагогически технологии за обучение на студенти по самостоятелно разработване на теми от училищния курс по геометрия чрез интегриране на GeoGebra приложения в тях</i>	Подцел 2. Формиране на компетентности за интегриране на GeoGebra приложения в самостоятелно разработена тема по геометрия
<i>Педагогически технологии за обучение на студентите по представяне на самостоятелно разработени теми от училищния курс по геометрия, които включват GeoGebra приложения</i>	Подцел 3. Развиване на компетентности за представяне на самостоятелно разработена тема по геометрия във вид на презентации

Задачите за постигане целите на авторските педагогически технологии са разпределени в групи:

- ◆ **Общи задачи:**
  - Да се въвеждат студентите в педагогическите, математическите и технологичните аспекти на процеса на интегриране на GeoGebra приложения в задачи по геометрия.
  - Да се стимулира интереса и да се мотивират студентите към личностно и професионално развитие.
  - Да се запознаят студентите с предназначението и функциите на GeoGebra приложенията и възможностите за тяхното използване в учебно-познавателната дейност.
  - Да се развие способността на студентите за използване на информационни и мултимедийни технологии.
- ◆ **Задачи за постигане на Подцел 1:**
  - Да се мотивират студентите за създаване на индивидуални самостоятелни GeoGebra приложения към задачи по геометрия.
  - Да се усвоят основни GeoGebra алгоритми (логическа последователност от стъпки) за създаване на части от приложението, съответстващи на части от решението на дадена математическа задача.
  - Да се осъществи изследователска дейност с GeoGebra приложения (алгебрично-въвеждани функции, алгебрично-командни функции, геометрично-инструментални функции, геометрично-командни функции, лично разработени инструменти, анимирани чертежи, статичен или динамичен текст, постъпкова визуализация).
  - Да се формират способности за прилагане на математически и GeoGebra знания/умения в училищния курс по геометрия.
  - Да се формират способности за създаване на творческа GeoGebra среда.
- ◆ **Задачи за постигане на Подцел 2:**
  - Да се мотивират студентите за разработване на тема по геометрия с интегрирани GeoGebra приложения в нея.
  - Да се формират способности за прилагане на математически и GeoGebra знания/умения в училищния курс по геометрия при самостоятелното разработване на тема по геометрия, в която са интегрирани GeoGebra приложения.
- ◆ **Задачи за постигане на Подцел 3:**
  - Да се мотивират студентите за представяне на тема по геометрия.
  - Да се развият способности за прилагане на математически и GeoGebra знания при представянето на самостоятелното разработване на тема по геометрия, в която са интегрирани GeoGebra приложения.
  - Да се развие способност за прилагане на умения за презентиране.

Концептуалният модел на изследването се изгражда върху традиционните дидактически принципи и принципите на конструктивизма, с елемент на иновации в синергетичен аспект.

Основен принцип в концептуалния модел е *принципът на цялостност* - закономерно развитие на цялата система, хармонично взаимодействие на всички компоненти и елементи (Таблица 2, Таблица 6 от дисертационния труд) (Е. Великова, 2006, с. 53; М. Андреев, 1987; Ю. Бабански, 1988, с. 161-164).

**Таблица 2. Основни компоненти на учебния процес и педагогически принципи в концептуалния модел на изследването**

<b>ОСНОВНИ КОМПОНЕНТИ И УСЛОВИЯ НА ОБУЧЕНИЕТО</b>	<b>ПЕДАГОГИЧЕСКИ ПРИНЦИПИ НА АВТОРСКИ ПЕДАГОГИЧЕСКИ ТЕХНОЛОГИИ</b>
Задачи на обучението	<i>Принцип на развиващо и възпитаващо обучение (принцип на продължаващото обучение) – реализиране на трите основни функции на обучението образование, възпитание и развитие в контекста на постмодерната компетентностна образователна парадигма.</i>
Съдържание на обучението	<i>Принцип на научност и достъпност – закономерност между съдържанието на математика и на дисциплината Училищен курс по геометрия за запознаване на обучаваните с научни факти, понятия, теории от всички раздели на геометрията и училищния курс по геометрия, както и разкриване на съвременни постижения и перспективи за развитие, свързани с формирането на професионално-педагогически GeoGebra компетентности. Отчитат се възрастовите особености и познавателните възможности на обучаваните като динамична система и обучението се съобразява със зоните на актуално и близко развитие (И. Ганчев и др., 1998).</i>
Методи на обучение и съответните средства	<i>Принцип на нагледност и абстрактност (принцип на онагледяване) – разширяване и обогатяване на сетивния опит на характеризира се с използване на многообразни илюстрации и модели, демонстрации, симулации, практическа работа (GeoGebra приложения, таблица, графики, схеми и други) за развиване на абстрактно-логическото мислене и способността за обобщаване.</i> <i>Принцип на информационна подкрепа - прилагане на педагогически обосновани средства, информационни и компютърни технологии в учебно-познавателния процес.</i> <i>Принцип за съчетаване на различни методи за обучение, който обхваща проблемност – максимално използване на методи за обучение, които осигуряват възможности за включване на обучаваните в проблемни ситуации, приложимост – създаване и представяне на продукти, предназначени за конкретна аудитория, интерактивност, адаптивност и други.</i>
Форми на организация на обучението	<i>Принцип за съчетаване на различни форми на организация на обучение - общогрупови и индивидуални форми на организация, практическа работа, работа с компютърни технологии, мултимедийни образователни технологии и други.</i> <i>Принцип за вариативно-личностна организация на обучението – адаптивност към особеностите на личността на обучавания.</i>
Условия за обучението	<i>Принцип за създаване на необходимите условия за обучение – осигуряване на дидактически материали и</i>



	компютърни лаборатории за провеждане на учебно-познавателен процес.
Резултати от обучението	<p style="text-align: center;"><i>Принцип за трайност, осъзнатост и действеност на знанията и уменията</i> - осигуряване на трайни и задълбочени знания, умения, опит чрез осъществяване на ефективен контрол и самоконтрол на процеса на обучение, които позволяват използване на усвоеното за:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>◆ продължаване на образованието;</li> <li>◆ решаването на различни практически задачи;</li> <li>◆ успешна социална и професионална реализация.</li> </ul> <p style="text-align: center;"><i>Принцип на фундаментална и професионална насоченост</i> на технологиите, която осигурява формирането и развитието на професионални умения и професионално значими качества, в съответствие с настоящи и бъдещи изисквания.</p>

За формиране и развиване на компетентности у студентите важна ролята имат педагогическите условия за реализиране на авторските педагогически технологии, например:

- ◆ формиране на ценностно отношение на студентите към овладяването на технологични, педагогически и математически знания (моделът ТРАСК), за да се гарантират бъдещи перспективи на използването им; създаване на развиваща образователна среда; контрол върху правилното усвояване на знанията (И.Б. Невзорова, 2012, с. 46);
- ◆ използване на *съвременните традиционни технологии* за обучение по математика; развитие на практически умения за използване на съвременни информационни технологии в педагогическата дейност; създаване на информационно-интелектуална среда (М.А. Гаврилова, 2009, с. 110).

*Прогнозиращият компонент* включва първоначална диагностика на степен на формиране на изследваните компетентности, които се измерват чрез:

- ◆ способността за прилагане на математически знания/умения;
- ◆ способността за прилагане на GeoGebra знания/умения;
- ◆ способността за създаване на творческа GeoGebra среда;
- ◆ мотивацията за създаване на GeoGebra приложения.

Чрез анализ и оценка на качества на продуктите от дейността на обучаваните (*пре-тест*) се установява до каква степен са формирани или развити изследваните характеристики на студентите до момента в процеса на учебно-познавателната дейност при обучението по различните дисциплини преди *Училищния курс по геометрия*. За целта се провежда *Етап I. Констатиращ експеримент*. Оценяването е критерийно и се извършва съгласно създадената система от критерии, параметри, индикатори и оценъчни скали за измерване на изследваните характеристики - *компетентностите за интегриране на GeoGebra приложения* в самостоятелно разработени теми от училищния курс по геометрия и нейното представяне.

Провеждането на *Етап II. Развиващ експеримент* от експерименталното изследване се състои в осъществяване на *Информационно-технологичният и Комуникативният компонент* на модела на авторските педагогически технологии.

*Информационно-технологичният компонент съдържа два компонента:*

- ◆ *информационният компонент:* държавните образователни изисквания за обучение по геометрия от 5 – 12 клас; правилника за провеждане на практически упражнения в компютърни лаборатории на територията на Русенския университет; учебната програма по дисциплината *Училищен курс по геометрия* на Русенски университет „А. Кънчев“; авторска част, създадена от обучаващия (докторанта).
- ◆ *технологичният компонент:*
  - *форми на организация на обучението:* практически занятия от конструктивистки тип в компютърни лаборатории. Изпълняват се серия от творчески занятия от *когнитивен* и от *креативен тип*, реализиращи подходите на конструктивисткото обучение (Д. Гълъбова в Е. Князева и др., 2013, с. 196), с основни цели формиране и развиване на способности за прилагане на математически знания/умения; GeoGebra знания/умения; при проучване и откриване на нови знания; развиване на умения за решаване на проблеми; формулиране на хипотези; създаване на учебни GeoGebra приложения с елементи на новост и оригиналност; *самостоятелна работа от конструктивистки тип*, свързана с развиването на компетентността за учебно-познавателната дейност чрез конкретни задачи;
  - *методи на обучение* - обяснително-илюстративни, развиващи, информационни, интерактивни, изследователски и евристични методи, които да формират и развиват няколко групи компетентности; обучаваният изпълнява ролята на субект на обучение, чрез изпълнение на самостоятелна работа или творческа дейност (Глава Първа);
  - *средства за обучение* - вербални, нагледни, компютърни и други;
  - *форми на представяне, съхранение, получаване и възпроизвеждане на информация* – хартиен носител, електронни форми;
  - *методи за контрол* – дискусии, периодична проверка относно изпълнението на поставените задачи.

*Етап II. Развиващ експеримент* включва обучение на студенти чрез прилагане на модела на *авторски педагогически технологии* по интегриране на GeoGebra приложения:

- ◆ в задачи от училищния курс по геометрия;
- ◆ в самостоятелно разработени теми от училищния курс по геометрия чрез интегриране на GeoGebra приложения в тях;
- ◆ по представяне на самостоятелно разработени теми от училищния курс по геометрия, които включват GeoGebra приложения.

*1. Обучение на студенти чрез прилагане на авторски педагогически технологии по интегриране на GeoGebra приложения в задачи по геометрия*

Първата дейност по прилагане на модела се отнася до използване на предварително подготвени от обучаващия GeoGebra приложения за осъществяване на изследователска дейност (Д. Гълъбова в Е. Князева и др., 2013, с. 206–208) от страна на студентите. На студентите се поставя задача да изследват начините на конструиране на приложенията и да определят към какви математически задачи те могат да бъдат интегрирани.

---

Обучаващият използва също предварително разработени дидактически материали, всеки от които включва алгоритъм за построяване на GeoGebra приложения.

Следващата задача, която се поставя на студентите, е да приложат съответния алгоритъм при създаване на самостоятелни GeoGebra приложения, да предложат нови алгоритми за построяване на GeoGebra приложения и на база тези приложения да създадат нови инструменти в GeoGebra среда.

Друга задача, която се поставя на студентите е, да решат предварително подбрани от обучаващия задачи по геометрия. Към всяка решена задача, те трябва да създадат подходящо GeoGebra приложение, което да отговаря на изискванията на обучаващия.

Решаването и визуализацията на математически задачи в GeoGebra среда от студентите се осъществява чрез прилагане на алгоритъм, който се състои в реализирането на следните етапи: *Постановка на задачата; Построяване на математически модел; Избор или разработване на подходящ метод за решаване и конструиране на задачата; Решаване на математическата задача; Съставяне на алгоритъм за интегриране и конструиране на задача в GeoGebra среда; Валидиране (drag-тест).*

2. Обучение на студенти чрез прилагане на авторски педагогически технологии по интегриране на GeoGebra приложения в самостоятелно разработени теми от училищния курс по геометрия

Обучаващият използва предварително подготвени теми по геометрия за обучение на студентите, които се характеризират със следните качества:

- ◆ съдържат интересни исторически факти, които имат отношение към темата на разработката;
- ◆ съдържат подходящи фактологични и теоретични знания, математически задачи подредени по степен на трудност, решения, указания, отговори и други;
- ◆ съдържат подходяща система от GeoGebra приложения към задачите;
- ◆ коректно са цитирани използваните при разработването на темата информационни източници;
- ◆ приложени са изискванията за оформяне на текстови документи.

На студентите се поставя задача да подготвят два кратки учебни материала (минипроекти) по избрани от студентите теми от училищния курс по геометрия в обем не повече от три страници всяка. Изискванията към всеки минипроект са еквивалентни на качествата на представените от обучаващия теми по геометрия.

3. Обучение на студенти чрез прилагане на авторски педагогически технологии за интегриране на GeoGebra приложения по представяне на самостоятелно разработени теми от училищния курс по геометрия

Обучаващият използва предварително подготвени презентационни материали по геометрия, които имат отношение към конкретна разработка. Той представя пред групата студенти подготвените презентационни материали като използва информационни и мултимедийни технологии (технология *Интерактивна бяла дъска* (Д. Гълъбова в Е. Князева и др., 2013, с. 206–208), обикновена презентационна система).

Последната задача, която студентите трябва да изпълнят, е свързана с подготвянето и представянето в рамките на групата на два презентационни

материала към създадените от тях минипроекти. Изискванията към всяка от презентациите са еквивалентни на качествата на представените от обучаващия.

След завършване на обучението по дисциплината *Училищен курс по геометрия* формираните и развити компетентности могат да способстват при разработването например на: реферати, план-конспекти, статии за студентска научна сесия, части от дипломна работа; материали за самоподготовка; създаване на оригинални задачи или GeoGebra приложения; задачи, урок или тема с конкретна образователна цел, разработване на специфични дидактически средства, като приложения с динамичен характер (динамични модели); помощни приложения за проверка на математически резултати; презентации с учебен характер, които да бъдат използвани за постигане на конкретни образователни цели.

*Комуникативният компонент* отразява системата и принципите на взаимодействие на субектите на образователния процес и на принципите на равенство и сътрудничество, взаимна подкрепа и помощ. Взаимодействието (интеракция) е педагогическо, когато преследва изменение на поведението на обучавания, което е свързано с постигане на специфична образователна цел. То изпълнява редица роли: предаване на информация, стимулиране на рефлексията, ангажиране на вниманието на обучавания, запазване на неговия интерес, стимулиране на ученето.

В рамките на конструктивисткото обучение учителят-конструктивист играе ролята на стимулатор, партньор, медиатор, иноватор, регулатор, оценител в създадените се познавателни ситуации, които са предварително обмислени и подготвени от него, провокирани чрез разработени учебно-познавателни задачи, така че да се осигури сблъскването с нови ситуации, които изискват нови знания, умения и преминаване от едни към други действия (Н. Цанков в Л. Антонова (Ed.), 2009, с. 104; П. Радев и др., 2007, с. 211–212).

*Диагностичният компонент* включва изходна диагностика на степените на формиране и развиване на изследваните компетентности. Чрез анализ и оценка на качествата на продуктите от дейността на обучаваните (*пост-тест*) се установява до каква степен са формирани или развити изследваните характеристики на студентите, непосредствено след проведеното обучение по предложения модел на *авторските педагогически технологии* за формиране и развиване на компетентности за интегриране на GeoGebra приложения по дисциплината *Училищен курс по геометрия*.

За постигане на тази цел, се провежда *Етап III. Контролен експеримент*, който включва извършването на дейности, аналогични на дейностите, предвидени в *Етап I. Констатиращ експеримент*. Оценяването се извършва критерийно, според създадената система от критерии, параметри, индикатори и оценъчни скали за измерване на изследваните характеристики.

**Дидактическият инструментариум** (в подпараграф 2.2.3.) се използва от обучаващия и обучаваните при експерименталните взаимодействия на експеримента. Всички неясни елементи, например, означения, инструкции, изисквания се разясняват, припомнят се нужните знания, обменя се информация. Той трябва да осигурява възможности на обучаваните за:

- ◆ провеждане на изследователска дейност чрез комбиниране на факти, експериментиране, анализиране на резултатите и издигане на хипотези, създаване на модели, потвърждаване или отхвърляне на хипотезите, на

база на които да се открият алгоритми за създаване и/или интегриране на GeoGebra приложения в задачи и самостоятелно разработени теми по геометрия;

- ◆ подготовка на учебни материали за използване като презентационен инструмент (M. Hohenwarter, K. Fuchs, 2004, с. 3) и за подобряване на съществуващите статични форми на учебните материали и създаване на динамични мултимедийни такива (M. Petkova, 2013, с. 136);
- ◆ проследяване на математически отношения, закономерности между обекти, интегрирани в GeoGebra приложения в задачи; обогатяване на интерфейса на GeoGebra чрез създаване на нови GeoGebra инструменти;
- ◆ симулации за анализ на възможни решения (M. Petkova, 2011, с. 146);
- ◆ създаване и решаване на математически задачи (M. Petkova, E. Velikova, 2015a), доказателства и геометрични конструкции; обобщаване на проблеми и отношения (C. Christou и др., 2005, с. 127);
- ◆ математическо проучване, насърчаване за дискусия;
- ◆ формиране и развиване на мотивация за самостоятелна познавателна дейност (M. Petkova, 2011);
- ◆ индивидуална работа; овладяване на нови математически и GeoGebra знания и формиране и развиване на способности за използване на мултиплатформата GeoGebra, за прилагане на GeoGebra знания и умения, за създаване на творческа GeoGebra среда;
- ◆ условия за създаване на нови задачи в GeoGebra среда и тяхното използване в различни контекста (C. Christou и др., 2005, с. 125).

GeoGebra приложенията са образувани от редица *структурни единици*, които са обвързани строго и единствено с придружаващата ги конструкция в конкретно GeoGebra приложение. Структурните единици в една разработка могат да бъдат например: статичен и/или динамичен текст; чекбокс(ове); поле за въвеждане на стойности; плъзгач(и)/параметър; динамични елементи; бутон за спиране или пускане на анимация; инструменти за построение; скрити помощни обекти; база данни, въведени в електронна таблица и други.

Едно GeoGebra приложение, което съдържа няколко структурни единици и изпълнява предварително определени условия и математически закономерности, може да се използва и да се приспособява в различни тематични разработки под формата на алгоритъм, който се запамятава в GeoGebra среда като *нов инструмент* в лентата с инструментите.

Дидактическият инструментариум включва използването на основни построения на стандартни геометрични фигури от училищния курс по геометрия и методи за решаване на задачи от училищния курс по геометрия в равнината и пространството, като например: метод на геометричните места от точки (ГМТ), метод на осева симетрия, метод на ротация, метод на централна симетрия, алгебричен метод, метод на подобие, метод на инверсията, метод на помощната окръжност, евристична стратегия за стереометрично „надграждане” на планиметрични теореми чрез използване на векторно-алгебричен метод (З. Лалчев и др., 2005).

**Задача 1:** Като следвате представения алгоритъм за построяване на GeoGebra конструкция в дидактическия материал, създайте GeoGebra конструкция на геометричната фигура *квадрат*. Разучете *Конструктивния протокол* на геометричната фигура „Квадрат“. Запомнете в различни формати GeoGebra конструкцията (.ggb.html.png и други). Създайте нов GeoGebra инструмент към лентата с инструменти за интегриране към по-сложни конструкции или задачи по геометрия. Опитайте се да създадете нови алгоритми за построяване на геометричната фигура. Предложете математически задачи, към които могат да бъдат интегрирани създадените GeoGebra приложения на геометричната фигура *квадрат*. Обосновете се за каква възрастова група са подходящи предложените задачи.

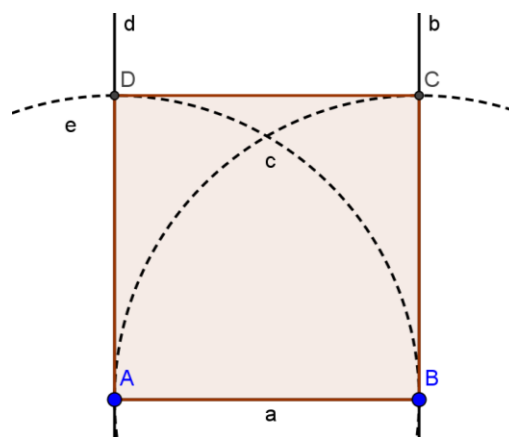
Алгоритъмът за построяване на „Квадрат“ (Фигура 3, Фигура 10 от дисертационния труд) включва:

Подготовка

- ◆ Отваряне на нов GeoGebra файл.
- ◆ Скриване на алгебра прозореца, полето за въвеждане на команди и координатните оси.
- ◆ Промяна на етикет – само за точките.

Инструкции:

- ❖ Отсечка АВ между точки А и В.
- ❖ Перпендикулярна линия *b* на отсечката АВ през точка В.
- ❖ Окръжност с център В през точка А. Сечение на окръжността „с“ с перпендикуляра *b* в точката С.
- ❖ Перпендикулярна линия *d* на отсечката АВ през точка А.
- ❖ Окръжност „е“ с център А през точка В.
- ❖ Сечение на окръжността „е“ с перпендикуляра „d“ в точката D.
- ❖ Създаване на квадрата ABCD с GeoGebra инструмента „многоъгълник“.



**Фигура 3. GeoGebra конструкция на геометричната фигура Квадрат по алгоритъм, зададен от обучаващия**

**Съвет:** Не забравяйте да затворите геометричната фигура при обхождането ѝ.

- ❖ Скриване на обекти.
- ❖ Използване на drag теста за проверка верността на конструкцията.

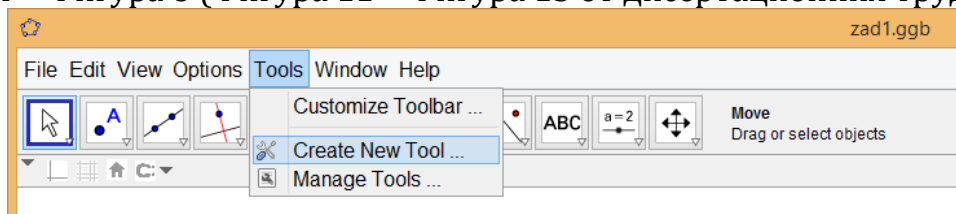
**Въпрос:** Колко са квадратите?

Конструктивен протокол на алгоритъма за построяване на „Квадрат“ в GeoGebra:

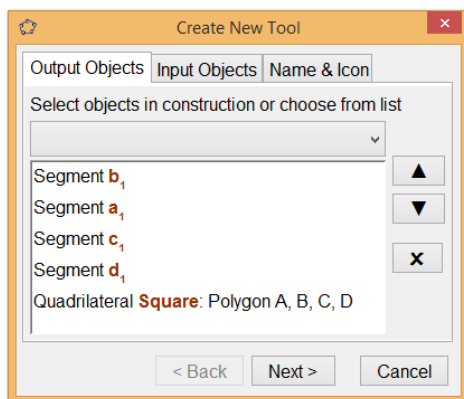
№	Име	Описание	Стойност
1	Точка А		A = (4.78, 0.26)
2	Точка В		B = (9.22, 0.26)
3	Отсечка a	Отсечка [A, B]	a = 4.44
4	Права d	Права през А, перпендикулярна на a	d: x = 4.78
5	Права b	Права през В, перпендикулярна на a	b: x = 9.22

6	Окръжност e	Окръжност през B с център A	$e: (x - 4.78)^2 + (y - 0.26)^2 = 19.71$
7	Окръжност c	Окръжност през A с център B	$c: (x - 9.22)^2 + (y - 0.26)^2 = 19.71$
8	Точка F	Пресечна точка на e и d	$F = (4.78, -4.18)$
8	Точка D	Пресечна точка на e и d	$D = (4.78, 4.7)$
9	Точка E	Пресечна точка на c и b	$E = (9.22, -4.18)$
9	Точка C	Пресечна точка на c и b	$C = (9.22, 4.7)$
10	Четириъгълник Square	Многоъгълник A, B, C, D	Square = 19.71
10	Отсечка a <sub>1</sub>	Отсечка [A, B] от Четириъгълник Square	a <sub>1</sub> = 4.44
10	Отсечка b <sub>1</sub>	Отсечка [B, C] от Четириъгълник Square	b <sub>1</sub> = 4.44
10	Отсечка c <sub>1</sub>	Отсечка [C, D] от Четириъгълник Square	c <sub>1</sub> = 4.44
10	Отсечка d <sub>1</sub>	Отсечка [D, A] от Четириъгълник Square	d <sub>1</sub> = 4.44

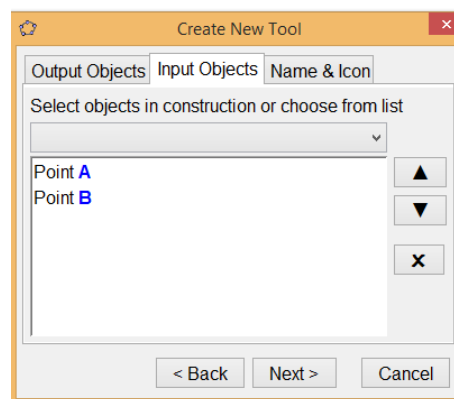
Процесът на създаване на GeoGebra инструмент “Квадрат” е представен на Фигура 4 ÷ Фигура 8 (Фигура 11 ÷ Фигура 15 от дисертационния труд).



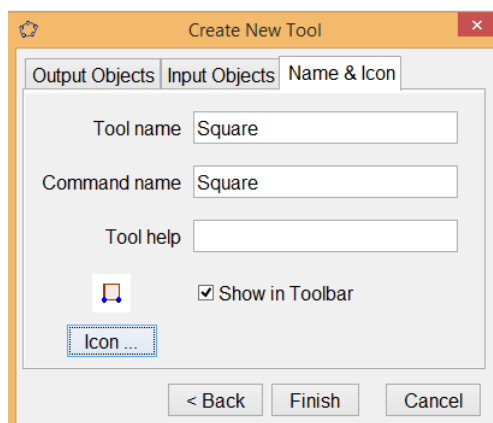
**Фигура 4. Създаване на нов инструмент**



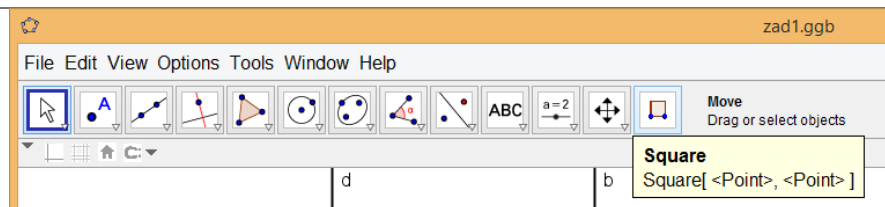
**Фигура 5. Избор на изходящи (произведени) обекти от инструмента „Квадрат“**



**Фигура 6. Избор на входящи обекти за инструмента „Квадрат“**

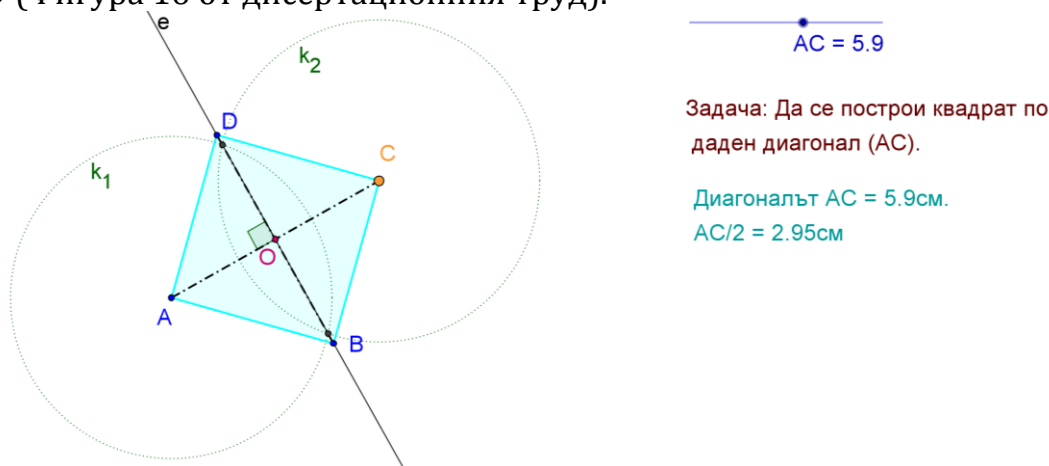


**Фигура 7. Въвеждане на име и икона на инструмента „Квадрат“**



**Фигура 8. Нов инструмент „Квадрат“, добавен в лентата с инструменти**

Нов алгоритъм за построяване на “Квадрат” в GeoGebra среда е представен на Фигура 9 (Фигура 16 от дисертационния труд).



**Фигура 9. Друг алгоритъм за построяване на “Квадрат” в GeoGebra среда**

Конструктивен протокол към новия алгоритъм за построяване на квадрат:

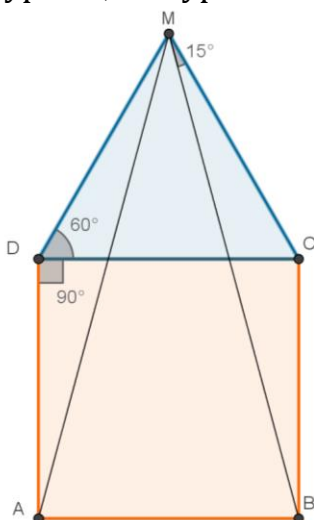
№	Име	Описание	Стойност
1	Текст text1		Задача: Да се построи квадрат по даден диагонал (AC).
2	Число AC		AC = 5.3
3	Точка A	Пресечна точка на Ox и Oy	A = (0, 0)
4	Точка C	Точка върху Кръг[A, AC]	C = (4.62, 2.59)
5	Отсечка b	Отсечка [A, C]	b = 5.3
6	Точка R	Точка върху b	R = (3.12, 1.75)
7	Окръжност k <sub>1</sub>	Окръжност през R с център A	k <sub>1</sub> : x <sup>2</sup> + y <sup>2</sup> = 12.78
8	Окръжност k <sub>2</sub>	Окръжност с център C и радиус Отсечка[A, R]	k <sub>2</sub> : (x - 4.62) <sup>2</sup> + (y - 2.59) <sup>2</sup> = 12.78
9	Точка E <sub>2</sub>	Пресечна точка на k <sub>1</sub> и k <sub>2</sub>	E <sub>2</sub> = (1.14, 3.39)
9	Точка E <sub>1</sub>	Пресечна точка на k <sub>1</sub> и k <sub>2</sub>	E <sub>1</sub> = (3.49, -0.79)
10	Правя e	Правя през E <sub>2</sub> и E <sub>1</sub>	e: 4.18x + 2.35y = 12.71
11	Точка O	Пресечна точка на e и b	O = (2.31, 1.3)
12	Ъгъл α	Ъгъл между E <sub>2</sub> , O и A	α = 90°
13	Число distanceAC	Разстояние от A до C	distanceAC = 5.3
14	Текст TextAB	"\overline{" + (Име[A]) + (Име[C]) + "}" \", = \", " + distanceAC	\overline{AC} \, , = \, , 5.3
15	Число d'	AC / 2	d' = 2.65



16	Текст text2	"Диagonalът AC = " + distanceAC + "см. AC/2 = " + d' + "см"	Диagonalът AC = 5.3см. AC/2 = 2.65см
17	Точка B	A завъртян/а/о на ъгъл 90°	B = (3.61, -1.01)
18	Точка D	C завъртян/а/о на ъгъл 90°	D = (1.01, 3.61)
19	Отсечка b'	Отсечка [B, D]	b' = 5.3
20	Четириъгълник Square	Многоъгълник A, B, C, D	Square = 14.05
20	Отсечка a	Отсечка [A, B] от Четириъгълник Square	a = 3.75
20	Отсечка a'	Отсечка [B, C] от Четириъгълник Square	a' = 3.75
20	Отсечка c <sub>1</sub>	Отсечка [C, D] от Четириъгълник Square	c <sub>1</sub> = 3.75
20	Отсечка c'	Отсечка [D, A] от Четириъгълник Square	c' = 3.75
21	Права g	Права през B, перпендикулярна на Oх	g: x = 3.61
22	Права h	Права през D, перпендикулярна на Oу	h: y = 3.61

Математическа задача, в която може да бъде интегрирано някое от създадените GeoGebra приложения на геометричната фигура *квадрат* е следната:

**Пример 1.2:** Върху страната *CD* на квадрата *ABCD*, вън от него, е построен равностранен триъгълник  $\triangle CDM$ . Да се определи градусната мярка на  $\sphericalangle AMB$ ? (Фигура 10, Фигура 19 от дисертационния труд за 7 клас)



Решение:

Страните в квадрата са равни,  
а така също и страните в равностранния  
триъгълник са равни  
 $\Rightarrow AD = DC = DM$   
 $\sphericalangle ADM = 90^\circ + 60^\circ = 150^\circ$ .  
 $\triangle ADM = 150^\circ \Rightarrow \sphericalangle DMA = \frac{180^\circ - 150^\circ}{2} = 15^\circ$ .  
 Аналогично, за  $\sphericalangle CMB = 15^\circ$ .  
 Окончателно  $\sphericalangle AMB = 60^\circ - 2 \cdot 15^\circ = 30^\circ$ .

Допълнителни означения

**Фигура 10. GeoGebra приложение на Пример 1.2**

Част от GeoGebra приложенията и съпътстващите ги задачи, използвани при обучението на студентите от експерименталното изследване по дисциплината *Училищен курс по геометрия*, са описани в статии и, например:

- ◆ изследователска дейност и експериментиране на свойствата на *права на Ойлер* (М. Petkova, 2013, с. 143);
- ◆ изследователска дейност и експериментиране на свойствата на връзката между елементарната математика (построения в GeoGebra среда на геометрични фигури от училищния курс по геометрия като например,

правилен шестоъгълник и равностранен триъгълник) и фракталната геометрия (М. Петкова, 2013):

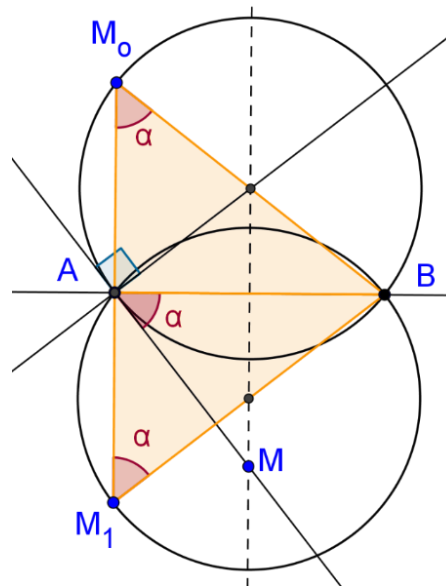
- релации между равностранен триъгълник/правилен шестоъгълник и Сьерпински триъгълник;
- релации между равностранен триъгълник – Снежинка /Триада на Кох;
- релации между питагорова теорема и дървото на Питагор.

Някои материали от дидактическия инструментариум са оформени в методическо ръководство, разработено от докторанта и научния ръководител (Е. Великова, М. Петкова, 2013).

Задача 1 за ГМТ от Е. Великова, М. Петкова (2013, с. 103–104). Да се построи геометричното място на точките  $M$ , от които дадената отсечка  $AB$  се вижда под даден ъгъл  $\angle MAB = \alpha$ .

Решение: Това геометрично място се състои от две равни дъги от окръжности, симетрични спрямо правата  $AB$  (Фигура 11, Фигура 51 от дисертационния труд).

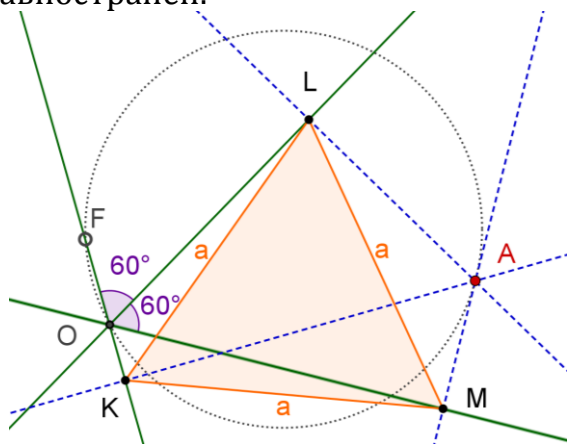
За построяването на зададеното ГМТ е достатъчно да се построи точка  $M_0$ , за която  $\angle AM_0B = \alpha$ , а след това да се опише около  $\triangle AM_0B$  окръжност. От построената окръжност се оставя само дъгата  $AM_0B$ . След това се построява дъгата  $AM_1B$ , симетрична на нея.



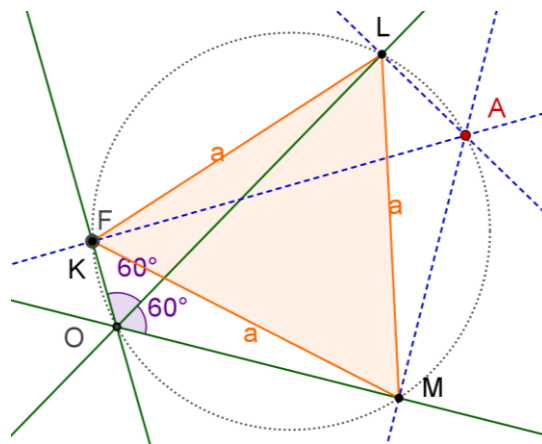
Фигура 11. Задача за ГМТ

Задача за овладяване на Методът на помощната окръжност: През точка  $O$  са построени три прави, така че ъглите между всеки две прави са равни на  $60^\circ$ . Да се докаже, че петите на перпендикулярите, спуснати от произволна точка  $A$  към трите прави, са върхове на равностранен триъгълник.

Решение: Нека точките  $K, L, M$  са петите на перпендикулярите (Фигура 12, Фигура 53 от дисертационния труд). Само тогава, когато  $K \equiv F$  (Фигура 13, Фигура 54 от дисертационния труд), точките  $O, A, K, L, M$  лежат на една окръжност с диаметър  $OA$ . Тогава  $\angle KLM = \frac{\widehat{KOM}}{2} = 60^\circ$ ,  $\angle KML = \angle KOL = 60^\circ$ . Следователно,  $\triangle KLM$  е равностранен.



Фигура 12.



Фигура 13.

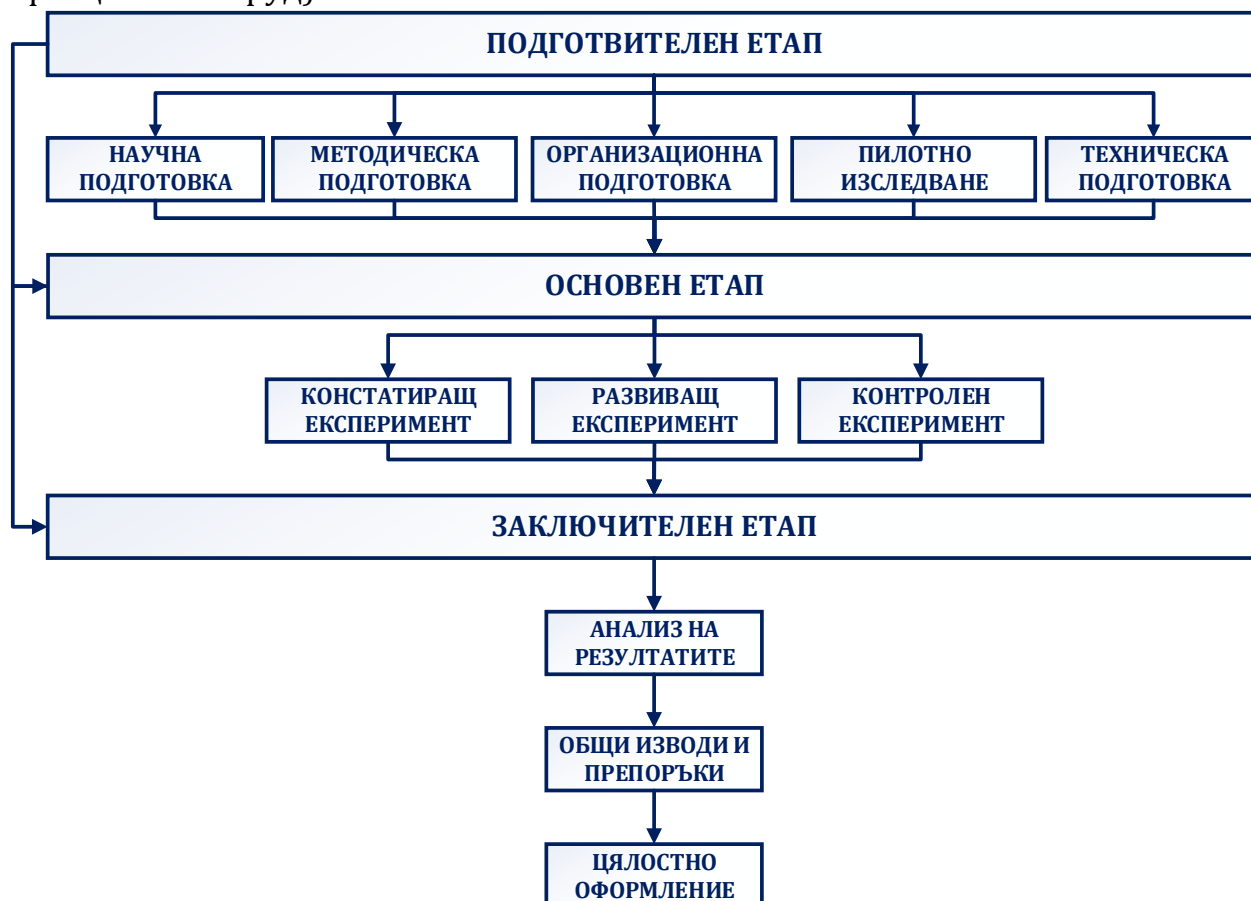
Част от добрите резултати на студенти от специалност *Математика и информатика* от психолого-педагогическото изследване в настоящия дисертационен труд са събрани и публикувани в (Е. Великова и др., 2013).

Параграф **2.3. Методика на изследването** е разделен на седем (7) подпараграфа.

В подпараграф **2.3.1. Етапи и организация на изследователския процес** е представена организацията на изследователския процес на дисертационното изследване, която включва три основни етапа:

- ◆ **подготвителен етап** (*предварителна подготовка*) (2011-2013 г.) - обосновава избор на оптимална структура на изследователския процес, чрез който се осигуряват възможности за обективност и надеждност на експерименталното изследване (И. Иванов, 1998, с. 21);
- ◆ **основен етап** на експерименталното изследване (*етап на провеждане на експерименталното изследване*) (2012 – 2015 г.) обхваща констатиращ, развиващ и контролен експеримент;
- ◆ **заключителен етап** (*етап на анализ на данните от експерименталното изследване*) (2015 - 2016 г.) - количествен и качествен анализ на експерименталните резултати; графично представяне на получените резултати; обобщение на данните и формулиране на изводи, представяне на препоръки за бъдеща работа по проблематиката; цялостно оформяне на дисертационния труд.

Цялостната структура на методиката на изследователския процес на дисертационното изследване е отразена на Фигура 14 (Фигура 61 от дисертационния труд).



Фигура 14. Структура на методиката на изследването

Основната цел на **пилотното изследване**, представено в подпараграф **2.3.2**, е проучване на необходимостта и възможностите за интегриране на софтуера GeoGebra в учебно-познавателната дейност по математика.

В изследването участваха 16 респонденти - учители по математика от гр. Русе, обучаващи ученици от пети до дванадесети клас.

Пилотното изследване включваше разработване на учебни единици за изучаване на основните технически характеристики на GeoGebra; математически задачи за представяне възможностите на GeoGebra за овладяване на знания и формиране на умения; визуализация и симулация в обучението по конкретни математически теми; анкетна карта за пилотното проучване.

*Основните изводи от проведеното пилотно изследване са:*

- ◆ *необходимо е задълбочено изучаване на софтуера GeoGebra и формиране на умения у обучаващите за създаване и интегриране на GeoGebra приложения в учебно-познавателната дейност по математика;*
- ◆ *разработените учебни материали с GeoGebra могат да бъдат използвани като база за професионално-методическата подготовка на студентите, бъдещи учители по математика и информатика;*
- ◆ *софтуерът GeoGebra може да бъде използван за повишаване квалификацията на настоящите учители по математика;*
- ◆ *разработеният модел за изучаване на GeoGebra може да бъде използван като фундамент за:*
  - *осъществяване на техническа GeoGebra подготовка на студентите, включени в експерименталното изследване;*
  - *създаване на авторски педагогически технологии за интегриране на GeoGebra приложения в обучението по геометрия.*

*Теоретичните анализи, организацията на пилотното изследване и емпиричните резултати са публикувани в Petkova, M. (2011). Teaching and Learning Mathematics Based on GeoGebra Usage. Proceedings of The Union of Scientists - Ruse, Book 5 - Mathematics, Informatics and Physics, Vol. 8, pp. 145 - 152, ISSN 1311-9974., №3 от Списание с публикации.*

В подпараграф **2.3.3. Формиране на извадка и групи за изследване. Диагностична технология** са представени:

- ◆ *Генералната съвкупност на дисертационното изследване: студенти, бъдещи учители по математика и информатика, от специалност Математика и информатика, редовна форма на обучение, Факултет Природни науки и образование, Русенски университет „А. Кънчев“, обучаващи в периода септември 2011 г. - септември 2016 г. по дисциплината Училищен курс по геометрия;*
- ◆ *Обемът на извадката - 33 елемента преди изравняване и 32 елемента след изравняване на групите чрез диагностична технология:*
  - *първа и втора експериментални групи (ЕГ1 и ЕГ2) - обучаващи от септември 2012 г. до септември 2013 г.;*
  - *първа контролна група (КГ1) - обучаващи от септември 2014 г. до септември 2015 г.;*
  - *втора контролна група (КГ2) - обучаващи от септември 2013 г. до септември 2014 г.;*

- ◆ Изравняване на експерименталните групи от извадката по *Методът на контрол над честотното разпределение и диагностичната технология*: стойностите на средния успех на обучаваните, изчислен на база селектираните в *диагностичната технология* 14 дисциплини (девет (9) математически, една (1) педагогическа, една (1) методическа, три (3) информатични), подредени в рангов ред, започвайки от максималния резултат. Всеки обучаван, заемащ четна позиция в ранговата листа, беше разпределен като член на *EG1*, а всеки обучаван, заемащ нечетна позиция – на *EG2*. По този начин групите бяха с много близко разпределение на тези характеристики;
- ◆ Експериментален *План на Соломон* за четири групи (Таблица 3, Таблица 8 от дисертационния труд).

**Таблица 3. План на Соломон за четири групи**

ГРУПА	КОНСТАТИРАЩ ЕКСПЕРИМЕНТ	РАЗВИВАЩ ЕКСПЕРИМЕНТ	КОНТРОЛЕН ЕКСПЕРИМЕНТ
EG1	Входяща проверка (пре-тест)	Експериментални взаимодействия	Заклучителна проверка (пост-тест)
KG1		Традиционни взаимодействия	
EG2	Експериментални взаимодействия		
KG2	Традиционни взаимодействия		

**Техническата GeoGebra подготовка** (подпараграф 2.3.4) на студентите беше осъществена в рамките на 7 практически упражнения, по 2 часа седмично, в условия за ползване на компютърни конфигурации от всеки обучаван и достъп до Интернет, по дисциплината *Математически софтуер*, която е включена като задължителна в третия семестър на учебния план на специалност *Математика и информатика*. Целта на техническата GeoGebra подготовка е да се овладеят знания и умения за работа с GeoGebra и построяване на GeoGebra чертежи към математически задачи до ниво, определено в съдържанието на обучението.

**Изследователският инструментариум** (подпараграф 2.3.5) включва три критерия, съответни параметри и индикатори (Таблица 4 ÷ Таблица 6, Таблица 10 ÷ Таблица 12 от дисертационния труд) и оценъчни скали.

**Таблица 4. Степен на формиране на компетентности за интегриране на GeoGebra приложения в задачи по геометрия**

<b>КРИТЕРИЙ 1</b>		
<b>СТЕПЕН НА ФОРМИРАНЕ НА КОМПЕТЕНТНОСТИ ЗА ИНТЕГРИРАНЕ НА GEOGEBRA ПРИЛОЖЕНИЯ В ЗАДАЧИ ПО ГЕОМЕТРИЯ</b>		
ПАРАМЕТРИ	ИНДИКАТОРИ	КОД
<b>Способност за прилагане на математически знания</b>	Използва коректно фактологични и теоретични математически знания.	1
	Определя коректно основните математически елементи и връзките между тях в задачата.	2
	Решава вярно задачата.	3
	Формулира важни обобщения и изводи.	4

АВТОРЕФЕРАТ НА ДИСЕРТАЦИОНЕН ТРУД  
 ПЕДАГОГИЧЕСКИ ТЕХНОЛОГИИ ЗА ИНТЕГРИРАНЕ НА GEOGEBRA ПРИЛОЖЕНИЯ  
 В ОБУЧЕНИЕТО ПО ГЕОМЕТРИЯ

<b>Способност за прилагане на математически умения</b>	Идентифицира подходящи стратегии за решаване на математически задачи.	5
	Използва подходящи методи за решаване на математически задачи.	6
	Създава логически вярно решение на задачата.	7
<b>Способност за прилагане на GeoGebra знания</b>	Познава възможностите на интерфейса.	8
	Определя правилно GeoGebra елементите и връзките между тях, които са необходими за създаване на GeoGebra приложение на дадена математическа задача.	9
	Подбира подходящи GeoGebra елементи, функции и методи за създаване на GeoGebra приложение на дадената задача.	10
	Изгражда връзки от GeoGebra елементи и комбинации от GeoGebra функции.	11
<b>Способност за прилагане на GeoGebra умения</b>	Използва коректно елементите на интерфейса на GeoGebra.	12
	Коректно използва GeoGebra функции.	13
	Изгражда коректно отделни части на GeoGebra приложението, които съответстват на части от решението на математическата задача и на поставената учебна цел.	14
	Преобразува подходящо интерфейса.	15
	Разработва GeoGebra приложения, които подпомагат учебно-познавателната.	16
	Разработва GeoGebra приложения, които съответстват на решенията на конкретни математически задачи и използваната математическа символика.	17
	Разработва атрактивни GeoGebra приложения.	18
<b>Способност за създаване на творческа GeoGebra среда</b>	Разработва GeoGebra приложения, които осигуряват възможности за творчество.	19
<b>Мотивация за създаване на GeoGebra приложения</b>	Влага много знания, умения и опит при създаване на приложения.	20
	Прецизно оформя приложенията.	21

**Таблица 5. Степен на формиране на компетентности за интегриране на GeoGebra приложения в самостоятелно разработена тема по геометрия**

<b>КРИТЕРИЙ 2</b>		
<b>СТЕПЕН НА ФОРМИРАНЕ НА КОМПЕТЕНТНОСТИ ЗА ИНТЕГРИРАНЕ НА GEOGEBRA ПРИЛОЖЕНИЯ В САМОСТОЯТЕЛНО РАЗРАБОТЕНА ТЕМА ПО ГЕОМЕТРИЯ</b>		
<b>ПАРАМЕТРИ</b>	<b>ИНДИКАТОРИ</b>	<b>КОД</b>
<b>Способност за прилагане на математически умения</b>	Подбира правилно теоретичните и фактологични знания по темата.	22
	Свързва теоретичните знания с подходящи задачи.	23
	Прилага подходящи методи за решаване на избраните задачи.	24
	Оценява правилно степента на трудност на всяка задача.	25
	Създава подходяща система от задачи по темата.	26
	Коректно използва математическа символика.	27

АВТОРЕФЕРАТ НА ДИСЕРТАЦИОНЕН ТРУД  
ПЕДАГОГИЧЕСКИ ТЕХНОЛОГИИ ЗА ИНТЕГРИРАНЕ НА GEOGEBRA ПРИЛОЖЕНИЯ  
В ОБУЧЕНИЕТО ПО ГЕОМЕТРИЯ

	Структурира избраната тема в логическа последователност.	28
	Съдържањето на темата кореспондира със заданието ѝ.	29
	Разработената тема постига поставените учебни цели.	30
<b>Способност за прилагане на GeoGebra знания</b>	Оценява правилно подходящите формати за експортиране на GeoGebra приложения.	31
	Създава подходящ алгоритъм за връзка на GeoGebra приложенията с елементи от темата.	32
<b>Способност за прилагане на GeoGebra умения</b>	Създава система от подходящи GeoGebra приложения, фактологични и теоретични знания, математически задачи, решения, указания, отговори и други.	33
<b>Способност за използване на информационни и мултимедийни технологии</b>	Събира, класифицира, оценява и интерпретира данни.	34
	Открива подходящи източници на информация.	35
	Цитира коректно информационни източници.	36
	Използва подходящи информационни и мултимедийни технологии за разработване на тема по геометрия.	37
	Прилага коректно изискванията за работа с текстообработващи програми.	38
	Оформя качествено разработения текстови материал.	39
<b>Мотивация за разработване на тема</b>	Влага много знания, умения и опит в подготовката и разработването на темата.	40

**Таблица 6. Степен на развиване на компетентности за представяне на самостоятелно разработена тема по геометрия**

<b>КРИТЕРИЙ 3</b>		
<b>СТЕПЕН НА РАЗВИВАНЕ НА КОМПЕТЕНТНОСТИ ЗА ПРЕДСТАВЯНЕ НА САМОСТОЯТЕЛНО РАЗРАБОТЕНА ТЕМА ПО ГЕОМЕТРИЯ</b>		
<b>ПАРАМЕТРИ</b>	<b>ИНДИКАТОРИ</b>	<b>КОД</b>
<b>Способност за прилагане на математически знания</b>	Идентифицира целта и задачите на презентацията.	41
	Използва подходящи математически термини, теореми и задачи.	42
	Спазва логическа последователност на ключови теоретични знания и задачи.	43
<b>Способност за прилагане на GeoGebra знания</b>	Използва подходящи GeoGebra термини.	44
<b>Способност за използване на информационни и мултимедийни технологии</b>	Правилно прилага изискванията за разработване на презентация.	45
	Повишава качеството на презентационния материал чрез използване на допълни дидактически материали или интерактивни средства.	46
<b>Способност за прилагане на умения за презентиране</b>	Идентифицира правилно характеристиките и потребностите на аудиторията.	47
	Поддържа интереса и владее аудиторията по време на изложението.	48
	Говори с подходящ глас.	49
<b>Мотивация за представяне на тема</b>	Влага много знания, умения и опит при представянето на темата.	50

Критериите на експеримента са декомпозирани в системи от характеризиращи ги параметри и индикатори, подлежащи на измерване чрез *пет степенна оценъчна скала*, например:

<b>ЗА ИНДИКАТОР 1, 2, 3</b>	<b>ЗА ИНДИКАТОРИТЕ 28, 29, 30</b>
0 – тази характеристика не се проявява <i>никога</i> ;	0 – <i>много ниска степен</i> ;
1 – тази характеристика се проявява <i>рядко</i>	1 – <i>ниска степен</i>
2 – тази характеристика се проявява <i>често</i>	2 – <i>средна степен</i>
3 – тази характеристика се проявява <i>много често</i>	3 – <i>висока степен</i>
4 – тази характеристика се проявява <i>почти винаги</i>	4 – <i>изключително висока степен</i>

#### **2.4.6. Методика на експеримента**

*Етап I. Констатиращият експеримент* се осъществява преди прилагане на психолого-педагогическите взаимодействия на концептуалния модел на изследването, с цел определяне началното състояние на изследваните променливи в съответствие с определените критерии чрез входяща проверка. Тя се осъществява чрез пре-тест, който се прилага само в групите ЕК 1 и КГ1. График за провеждане на етапа: в началото на семестъра, месец септември, времетраене: 2 учебни часа седмично, 3 седмици преди началото на обучението.

През *Етап II. Развиващият експеримент* се осъществява формиране и развиване на професионално-педагогически GeoGebra компетентности и се формира мотивацията за самостоятелна дейност. *Развиващият експеримент* включва подготовка на обучаваните студенти за създаване и интегриране на GeoGebra приложения в задачи от училищния курс по геометрия, като:

- ◆ при експерименталните групи (ЕК1 и ЕК2) *той* се осъществява чрез инициране на експериментално събитие, което включва прилагане на концептуалния модел на изследването;
- ◆ при контролните групи (КГ1 и КГ2) *той* не включва експериментално събитие. Следователно, обучението се осъществява чрез традиционни взаимодействия.

График за провеждане на етапа: по време на семестъра, през месеците октомври – ноември; времетраене: 2 учебни часа седмично, 9 седмици. Провеждането на практическите занятия и при контролните, и при експерименталните групи следва утвърдената учебна програма по дисциплината *Училище курс по геометрия*.

*Етап III. Контролният експеримент* се провежда след окончателното приключване на обучението на всички групи студенти ЕК1, КГ1, ЕК2, КГ2 по *Плана на Соломон*. Той включваше определяне крайното състояние на изследваните променливи чрез пост-тест, свързан с установените критерии. График за провеждане на етапа: в края на семестъра, месец декември; времетраене: 2 учебни часа седмично; 3 седмици след завършване на обучението.

В параграф **2.3.7. Методи на изследване** са представени *основният изследователски метод*, който е психолого-педагогически експеримент и включва прилагането на няколко авторски *педагогически технологии*, и други методи на научното изследване като *методи за теоретичен анализ и синтез на специализирана научна литература и електронни източници, наблюдение, самостоятелна работа, пилотно изследване, анкета, анализ на качества на продуктите, математико-статистически методи, методи за графична интерпретация* на получените резултати.



От представената методология и методика на изследването **Глава ВТОРА**, могат да се изведат следните **основни изводи**:

1. Концептуалният модел на изследването е цялостна психолого-педагогическа система от взаимодействия за формиране и развиване на компетентности за интегриране и представяне на GeoGebra приложения в самостоятелно разработени теми по геометрия у бъдещите учители по математика и информатика. Той обхваща учебно-познавателна дейност със студентите за:
  - ◆ интегриране на GeoGebra приложения в задачи за решаване на поставени методически проблеми;
  - ◆ интегриране на GeoGebra приложения в самостоятелно разработени теми като учебно-методически средства за училищния курс по геометрия;
  - ◆ представяне на самостоятелно разработените теми.
2. Концептуалният модел на дисертационното изследване включва три авторски педагогически технологии, всяка от които е представена като система от образователни процеси за постигане на конкретен образователен резултат, която се характеризира с методологичен, прогнозиращ, информационно-технологичен, комуникативен и диагностичен компоненти.
3. Методиката и организацията на изследването отговарят на поставените цели, задачи и издигнатата хипотеза на дисертационния труд.

**ГЛАВА ТРЕТА АНАЛИЗ НА РЕЗУЛТАТИ ОТ ИЗСЛЕДВАНЕТО** е оформен в пет (5) параграфа статистическа методология, анализ за надеждност на изследователския инструментариум, анализ на експерименталните резултати при Основен експериментален план с две групи, анализ на експерименталните резултати при План на Соломон с четири групи и Качествен анализ на резултатите.

В параграф **3.1. Статистическа методология** е представен психолого-педагогическият експеримент, който използва две експериментални групи ЕГ1 и ЕГ2 и две контролни групи КГ1 и КГ2 по 8 обучаеми, като по този начин се формира План на Соломон за четири групи. Този план може да се разглежда цялостно или да се интерпретира като съставен от два универсални плана (J.W. Creswell, 2002, с. 310): Основен експериментален план с две групи и План с контролна група и тестиране само след въздействието. Структурата на използваните статистически изследвания при Плана на Соломон се ръководи от резултатите, получени при обикновения дисперсионен анализ  $2 \times 2$  ANOVA (Analysis of variance), при който се проверяват три нулеви хипотези. Две от тях се отнасят за главните ефекти на факторите "група" експериментална група, ЕГ1 и ЕГ2, или контролна група, КГ1 и КГ2, и "пре-тест" - изпълнено или не входящо измерване. Наличието на значим главен ефект на фактора "група" е доказателство за положителния ефект на психолого-педагогическите взаимодействия в експерименталните групи. Отсъствието на значим главен ефект на фактора "група" при Плана на Соломон е предпоставка за извършване на допълнителни статистически изследвания при останалите два плана. M. Braver, S. Braver (1988, с. 152). Изследва се и значимостта на фактора „пре-тест“, за да се констатира доколко пре-тестът, осъществен при Констатиращият експеримент, може да окаже влияние върху формирането и развиването на изследваните компетентности. Отсъствието на статистическа значимост при този фактор би показало отсъствие на неговото влияние върху изследваните компетентности в групата с пре-тест.

В дисертационния труд независимо от резултатите при Плана на Соломон е анализиран и Основния експериментален план с две групи. За него се използва дисперсионен анализ за повтарящи се измервания (*Repeated Measures ANOVA*), който дава възможност да се потвърди централната работна хипотеза – че дидактическият експеримент над експерименталната група е довел до по-високи постижения. В този случай се проверяват три нулеви хипотези, най-важната от които е хипотезата за несистематично случайно взаимодействие между факторите "група" – принадлежност към експерименталната (ЕГ1) или контролната (КГ1) група и "измерване" – етап на експеримента: Констатиращ експеримент или Контролен експеримент. Отхвърлянето на тази хипотеза за нулево взаимодействие служи като пряко доказателство за наличието на резултат от дидактическия експеримент.

Анализът за надеждност на изследователския инструментариум (от параграф 3.2. Анализ за надеждност на изследователския инструментариум) използва коефициента алфа на Кронбах (стойности между 0 и 1) и на специфичните индивидуални коефициенти на всеки от индикаторите, които формират съответната скала (Таблица 7 ÷ Таблица 9, Таблица 14 ÷ Таблица 22 от дисертационния труд).

**Таблица 7. Класически атрибути за надеждност на Критерий 1**

Средно = 43.917; SD = 21.490; N = 48; Алфа на Кронбах = 0.983 Стандартизирана алфа = 0.984; средна корелация между ТЕ = 0.750			
ТЕ	СРЕДНО	КОРЕЛАЦИЯ С ОБЩИЯ БАЛ	АЛФА СЛЕД ОТСТРАНЯВАНЕ
1	2.479	0.868	0.982
2	2.542	0.903	0.982
3	2.750	0.826	0.982
4	2.375	0.829	0.982
5	2.313	0.848	0.982
6	2.625	0.821	0.983
7	2.688	0.838	0.982
8	2.167	0.774	0.983
9	1.833	0.910	0.982
10	1.938	0.917	0.982
11	2.104	0.913	0.982
12	2.063	0.859	0.982
13	2.229	0.851	0.982
14	1.854	0.900	0.982
15	1.521	0.881	0.982
16	1.958	0.874	0.982
17	2.208	0.892	0.982
18	1.375	0.825	0.982
19	0.896	0.792	0.983
20	2.125	0.833	0.982
21	1.875	0.784	0.983

**Таблица 8. Класически атрибути за надеждност на Критерий 2**

Средно = 40.312; SD = 18.219; N = 48; Алфа на Кронбах = 0.978 Стандартизирана алфа = 0.978; средна корелация между ТЕ = 0.711			
ТЕ	СРЕДНО	КОРЕЛАЦИЯ С ОБЩИЯ БАЛ	АЛФА СЛЕД ОТСТРАНЯВАНЕ
22	2.521	0.772	0.977
23	2.729	0.844	0.976
24	2.375	0.857	0.976
25	2.104	0.855	0.976
26	2.083	0.865	0.976
27	2.292	0.746	0.977
28	2.083	0.835	0.977
29	2.292	0.868	0.976
30	1.896	0.884	0.976
31	1.417	0.861	0.976
32	1.917	0.922	0.976
33	2.000	0.902	0.976
34	2.062	0.854	0.976
35	2.271	0.749	0.977
36	1.354	0.669	0.978
37	2.250	0.795	0.977
38	2.250	0.779	0.977
39	2.271	0.804	0.977
40	2.146	0.864	0.976

**Таблица 9. Класически атрибути за надеждност на Критерий 3**

Средно = 22.667; SD = 9.799; N = 48; Алфа на Кронбах = 0.958 Стандартизирана алфа = 0.960; средна корелация между ТЕ = 0.712			
ТЕ	СРЕДНО	КОРЕЛАЦИЯ С ОБЩИЯ БАЛ	АЛФА СЛЕД ОТСТРАНЯВАНЕ
41	2.271	0.812	0.954
42	2.458	0.828	0.954
43	2.042	0.854	0.952
44	2.083	0.787	0.955
45	2.125	0.822	0.954
46	2.083	0.880	0.951
47	2.479	0.818	0.954
48	2.375	0.842	0.953
49	2.688	0.838	0.954
50	2.063	0.727	0.958

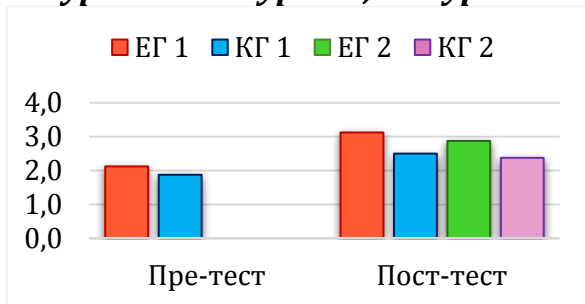
Следователно, приложените техники показват, че:

- ◆ скалите за изследване на елементите на критериите от изследователския инструментариум имат много висока надеждност;

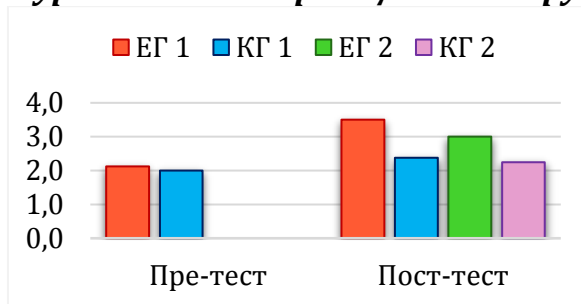
- ◆ индикаторите са подходящи за диагностициране степента на формиране и развиване на изследваните компетентности на етапите от изследването, Констатиращ експеримент и Контролен експеримент;
- ◆ в съответствие са с издигната хипотеза и поставените цели на изследването.

Непрекъснатото повишаване на коефициента алфа на Кронбах показва още, че той е подходящ за проследяване на динамиката на формиране на проучваните компетентности.

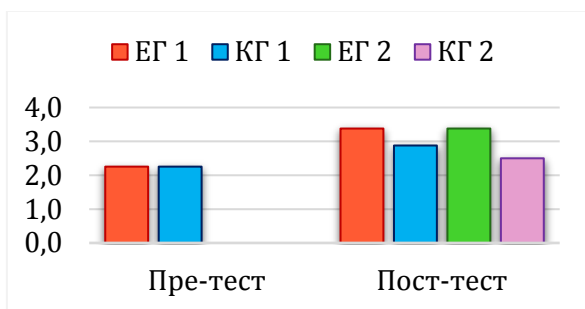
**Динамика на индикаторите на Критериите 1, 2 и 3  
 (Фигура 15 ÷ Фигура 64, Фигура 62 ÷ Фигура 111 от дисертационния труд)**



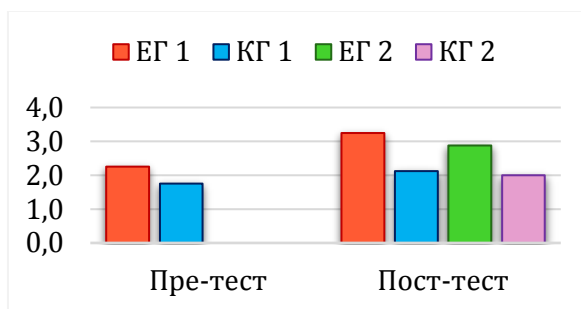
**Фигура 15. Индикатор 1**



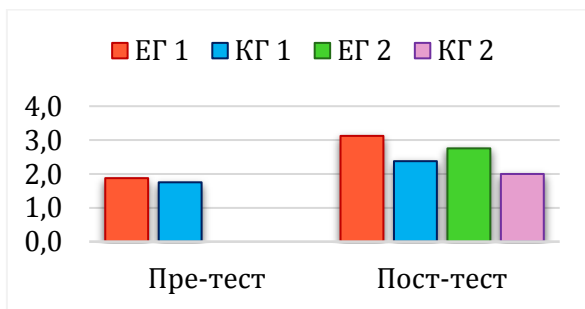
**Фигура 16. Индикатор 2**



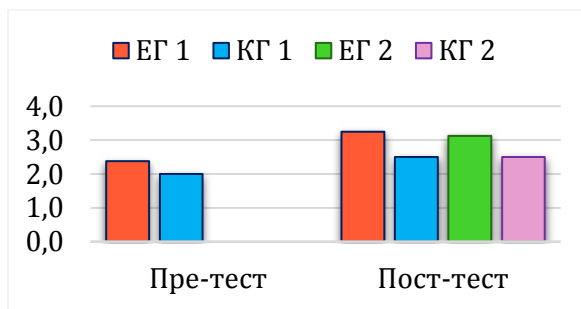
**Фигура 17. Индикатор 3**



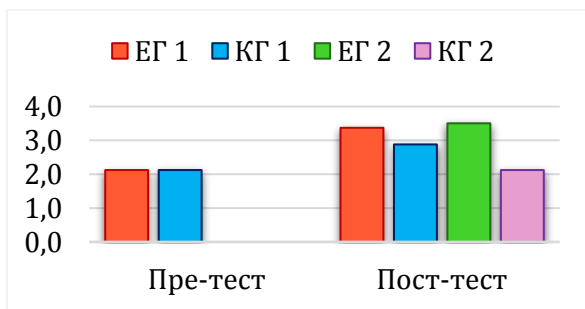
**Фигура 18. Индикатор 4**



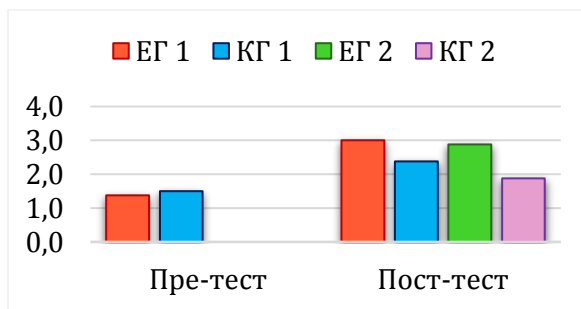
**Фигура 19. Индикатор 5**



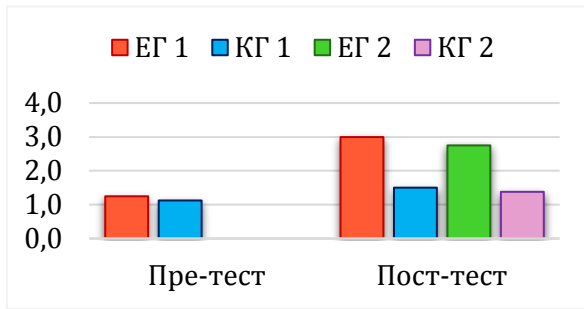
**Фигура 20. Индикатор 6**



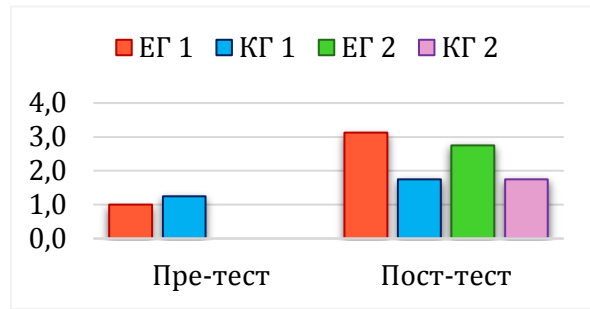
**Фигура 21. Индикатор 7**



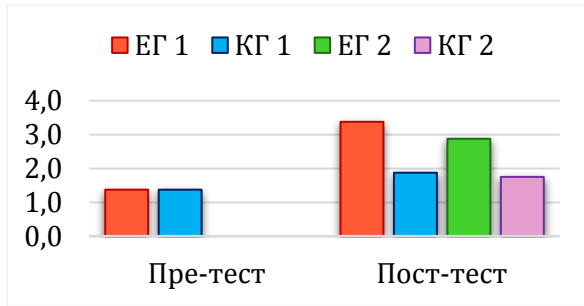
**Фигура 22. Индикатор 8**



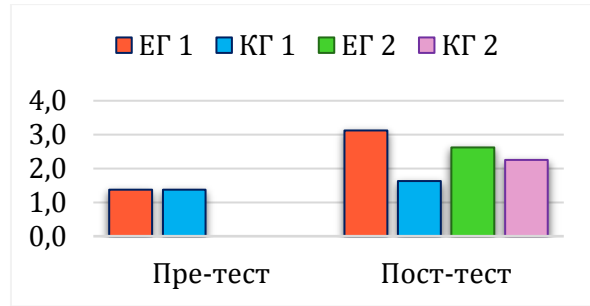
Фигура 23. Индикатор 9



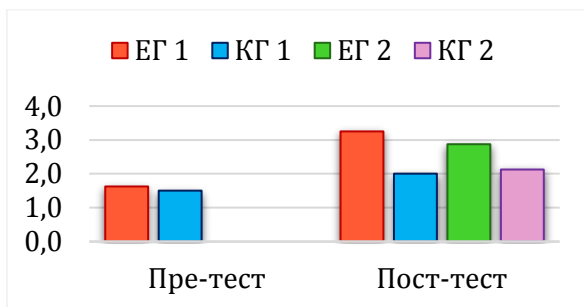
Фигура 24. Индикатор 10



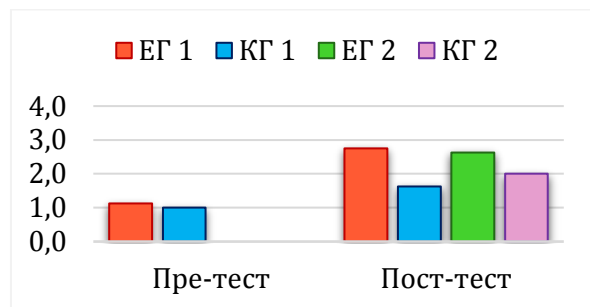
Фигура 25. Индикатор 11



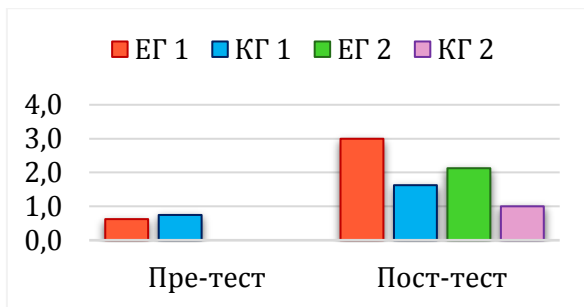
Фигура 26. Индикатор 12



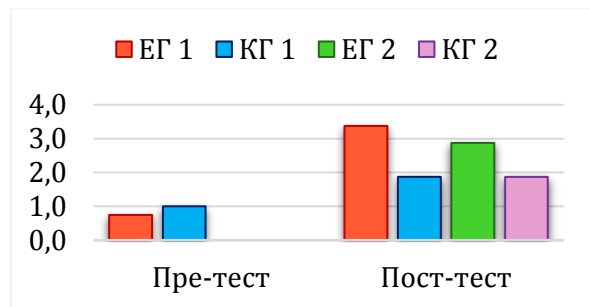
Фигура 27. Индикатор 13



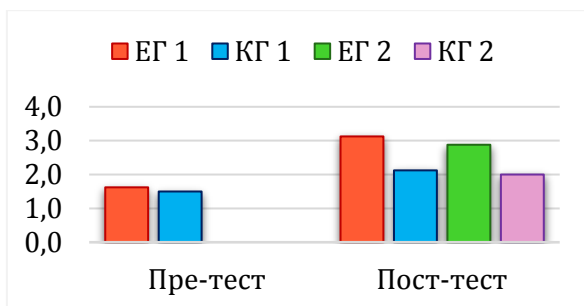
Фигура 28. Индикатор 14



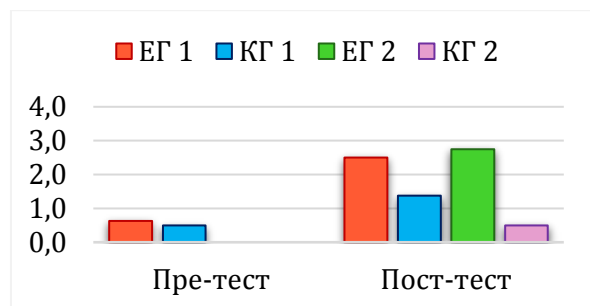
Фигура 29. Индикатор 15



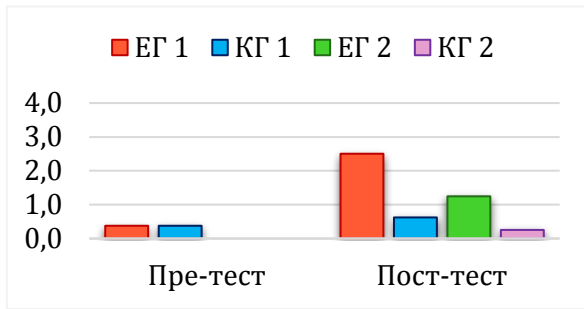
Фигура 30. Индикатор 16



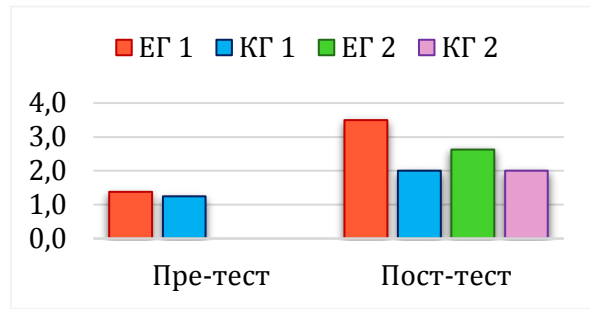
Фигура 31. Индикатор 17



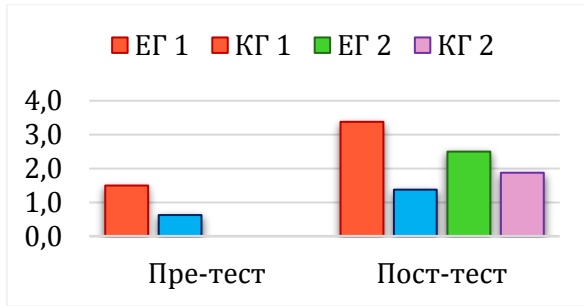
Фигура 32. Индикатор 18



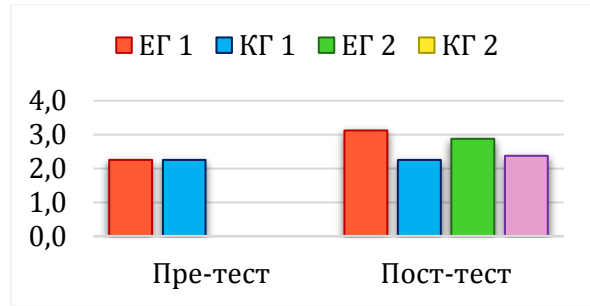
**Фигура 33. Индикатор 19**



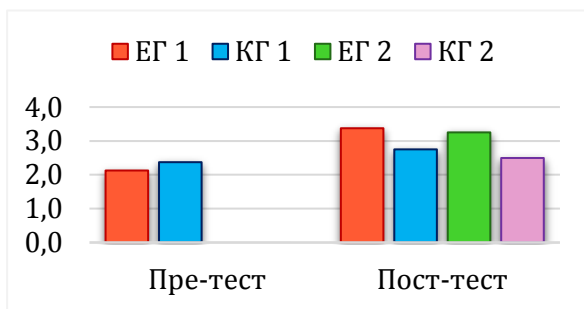
**Фигура 34. Индикатор 20**



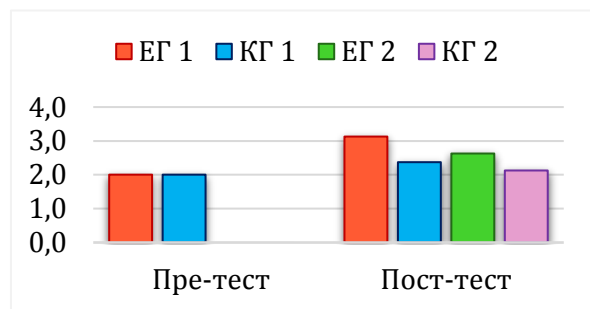
**Фигура 35. Индикатор 21**



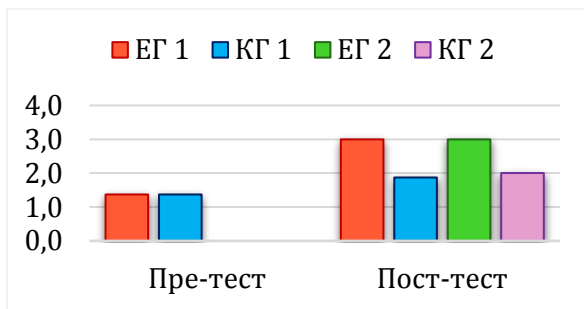
**Фигура 36. Индикатор 22**



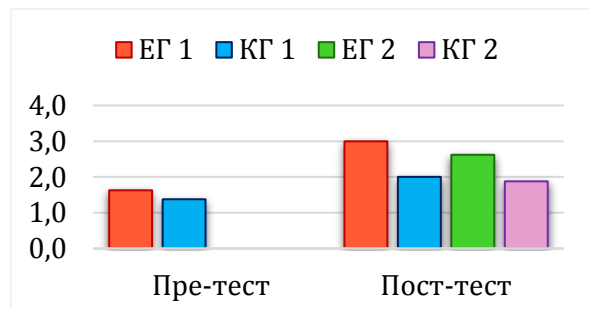
**Фигура 37. Индикатор 23**



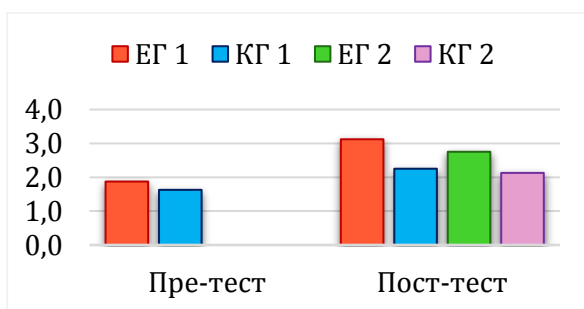
**Фигура 38. Индикатор 24**



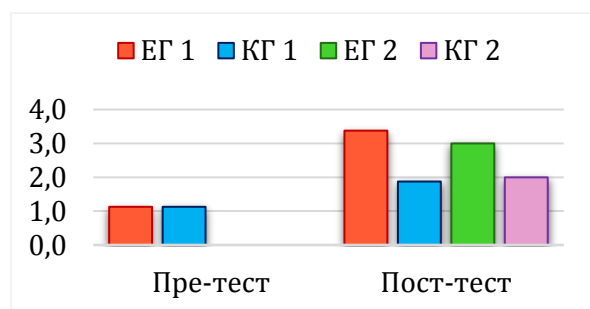
**Фигура 39. Индикатор 25**



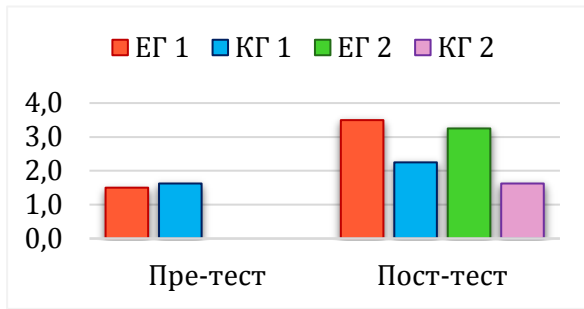
**Фигура 40. Индикатор 26**



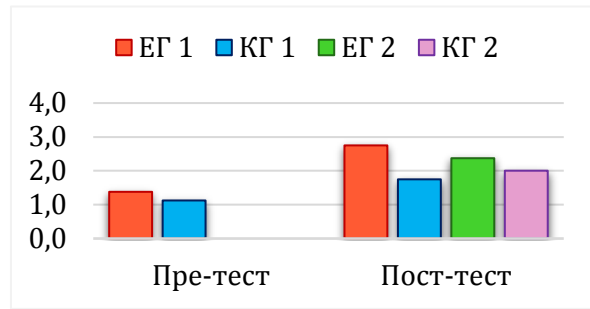
**Фигура 41. Индикатор 27**



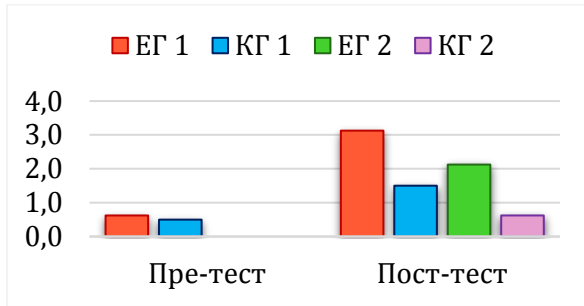
**Фигура 42. Индикатор 28**



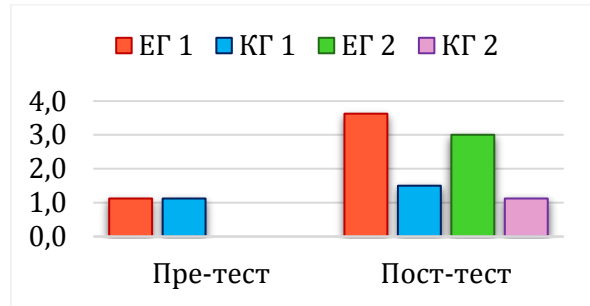
**Фигура 43. Индикатор 29**



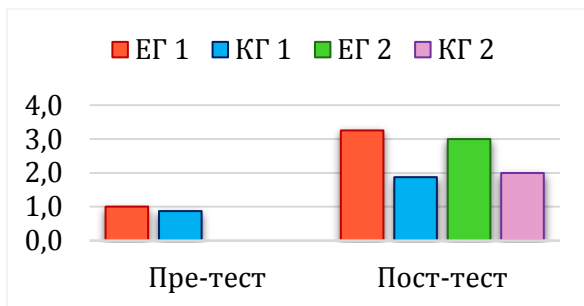
**Фигура 44. Индикатор 30**



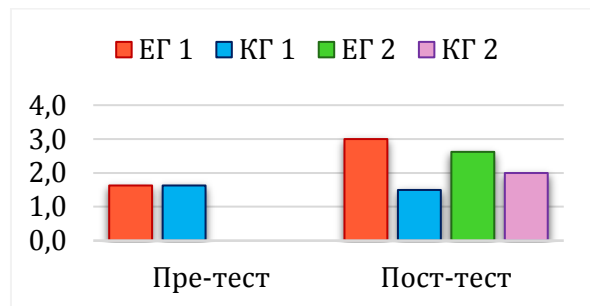
**Фигура 45. Индикатор 31**



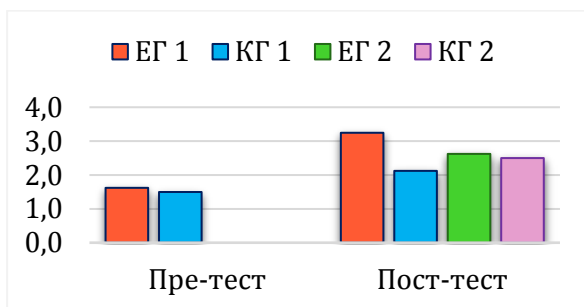
**Фигура 46. Индикатор 32**



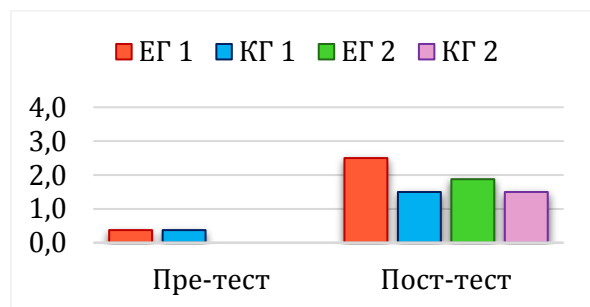
**Фигура 47. Индикатор 33**



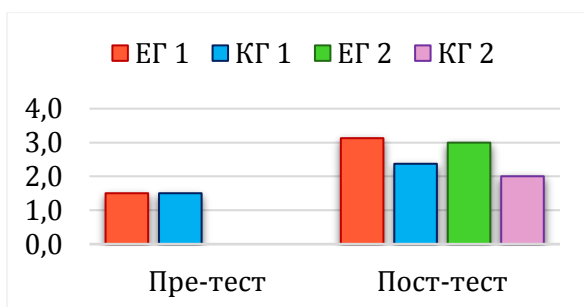
**Фигура 48. Индикатор 34**



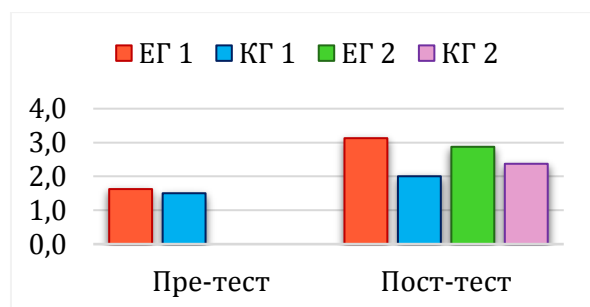
**Фигура 49. Индикатор 35**



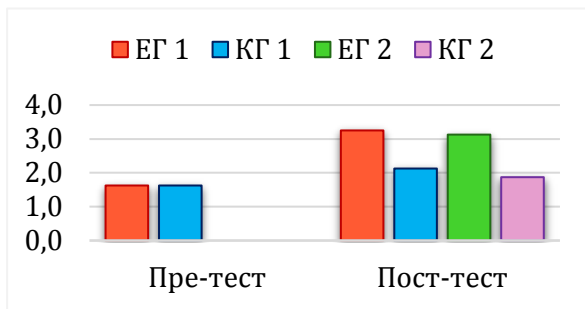
**Фигура 50. Индикатор 36**



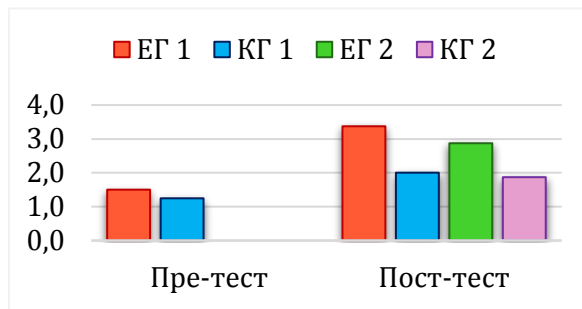
**Фигура 51. Индикатор 37**



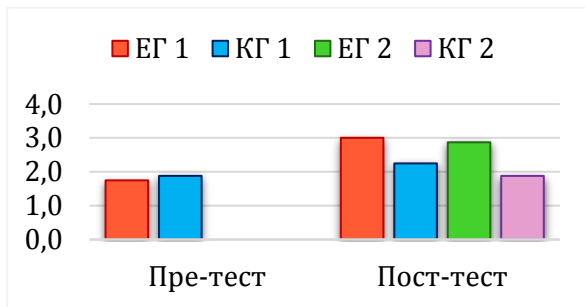
**Фигура 52. Индикатор 38**



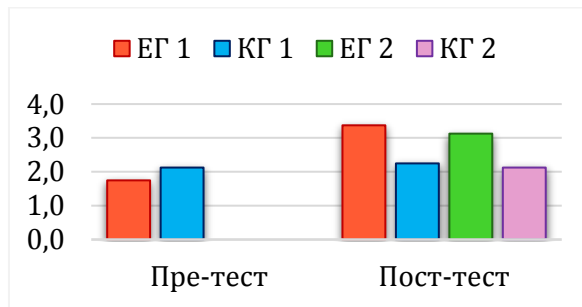
**Фигура 53. Индикатор 39**



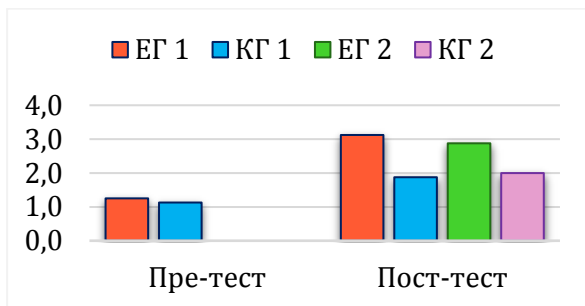
**Фигура 54. Индикатор 40**



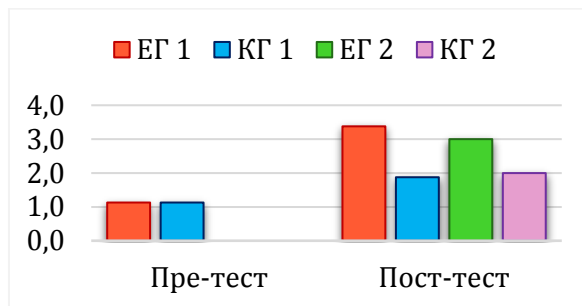
**Фигура 55. Индикатор 41**



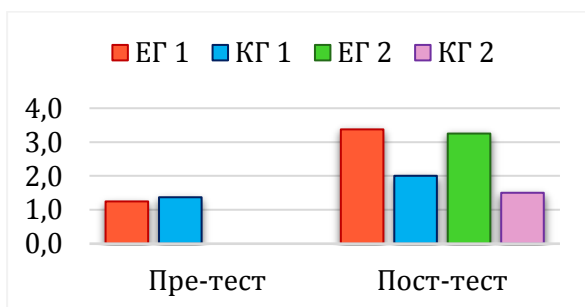
**Фигура 56. Индикатор 42**



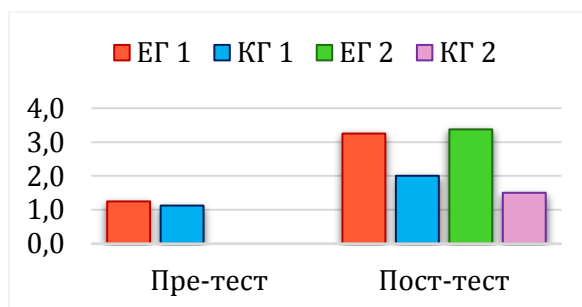
**Фигура 57. Индикатор 43**



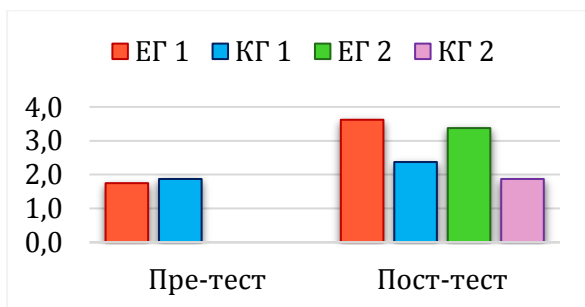
**Фигура 58. Индикатор 44**



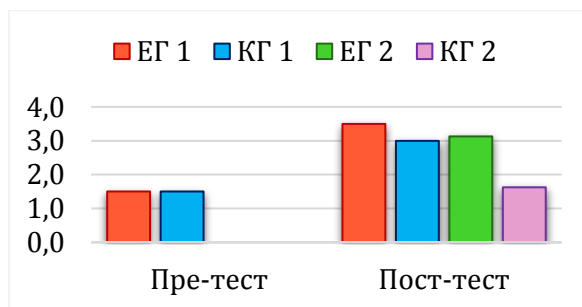
**Фигура 59. Индикатор 45**



**Фигура 60. Индикатор 46**

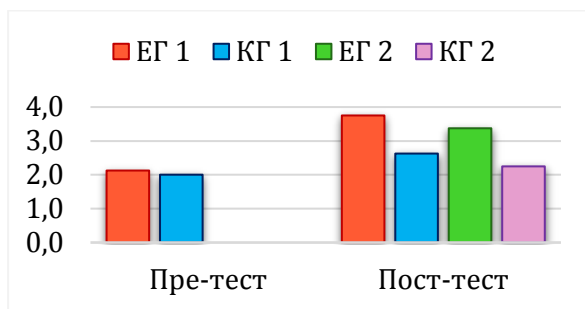


**Фигура 61. Индикатор 47**

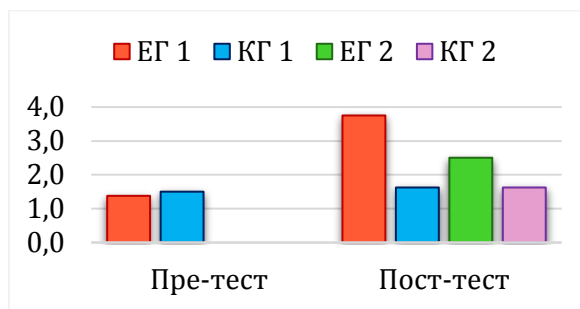


**Фигура 62. Индикатор 48**





Фигура 63. Индикатор 49



Фигура 64. Индикатор 50

Параграф 3.3. *Анализ на експерименталните резултати при Основен експериментален план с две групи* включва статистически процедури, които използват резултатите, констатиращи само в ЕГ1 и КГ1.

За анализ на резултатите в подпараграф 3.3.1. *Основния експериментален план с две групи* се ползва техниката на ANOVA за повтарящи се измервания. Този анализ представя строг аргумент в полза на резултатите от психолого-педагогическия експеримент и е изпълнен за всеки от дефинираните три критерия:

- ◆ За Критерий 1 *Степен на формиране на компетентности за интегриране на GeoGebra приложения в задачи по геометрия* са представени на Таблица 10, Таблица 11, Фигура 65 (Таблица 24, Таблица 25, Фигура 112 от дисертационния труд).
- ◆ За Критерий 2 *Степен на формиране на компетентности за интегриране на GeoGebra приложения в самостоятелно разработена тема по геометрия* са представени на Таблица 12, Таблица 13, Фигура 66 (Таблица 26, Таблица 27, Фигура 113 от дисертационния труд).
- ◆ За Критерий 3 *Степен на развиване на компетентности за представяне на самостоятелно разработена тема по геометрия* са представени на Таблица 14, Таблица 15, Фигура 67 (Таблица 28, Таблица 29, Фигура 114 от дисертационния труд).

Може да се обобщи че, ефектът на взаимодействие между факторите „група“ – принадлежност към експериментална група ЕГ1 или контролна група КГ1“ и „измерване“ – етап на експеримента, при трите критерия:

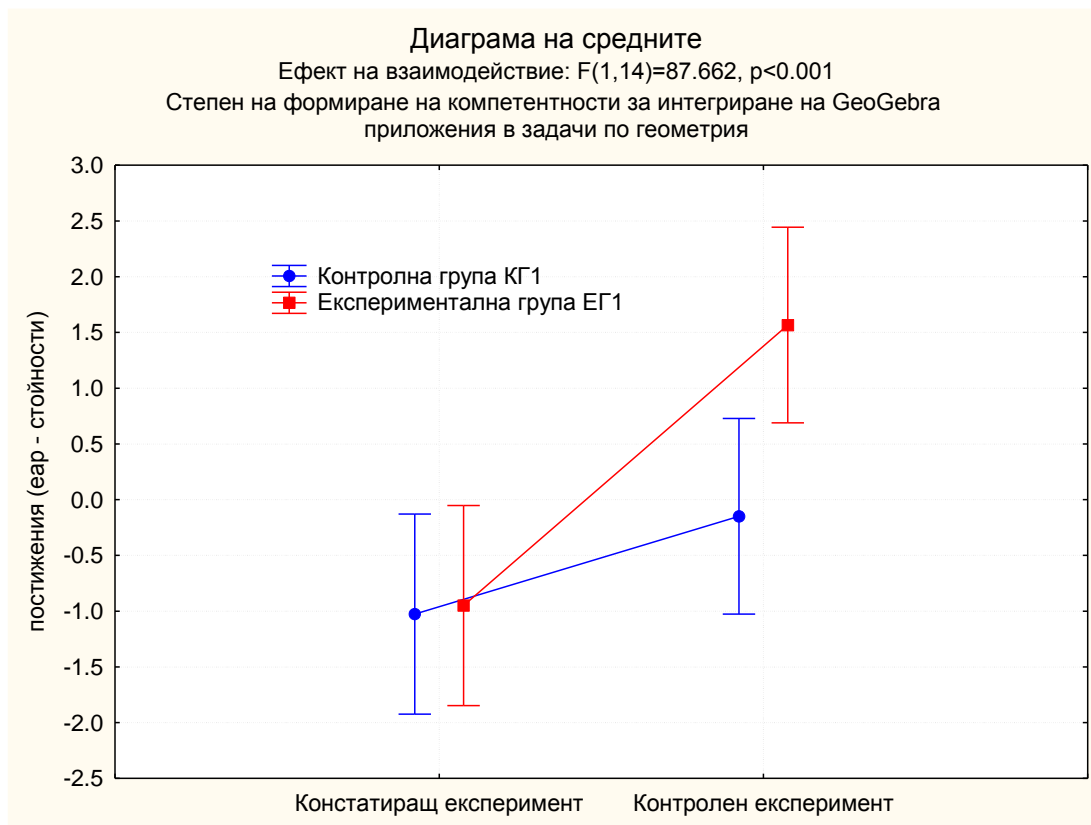
- ◆ на етап *Констатиращ експеримент* не е статистически значим, което показва правилен подбор на групите в експеримента;
- ◆ на етап *Контролен експеримент* е силно статистически значим, което потвърждава издигнатата хипотеза на дисертационното изследване.

Таблица 10. Резултати за критерий 1

ФАКТОР	F(1,14)	p-value
"група"	2.396	0.144
"измерване"	376.276	0.000
"група" x "измерване"	87.662	0.000

**Таблица 11. Резултати за Критерий 1 от Post-Нос анализа**

	ГРУПА	ЕКСПЕРИМЕНТ	{1}	{2}	{3}	{4}
{1}	Контролна КГ1	Констатиращ		0.000	0.898	0.001
{2}	Контролна КГ1	Контролен	0.000		0.191	0.011
{3}	Експериментална ЕГ1	Констатиращ	0.898	0.191		0.000
{4}	Експериментална ЕГ1	Контролен	0.001	0.011	0.000	



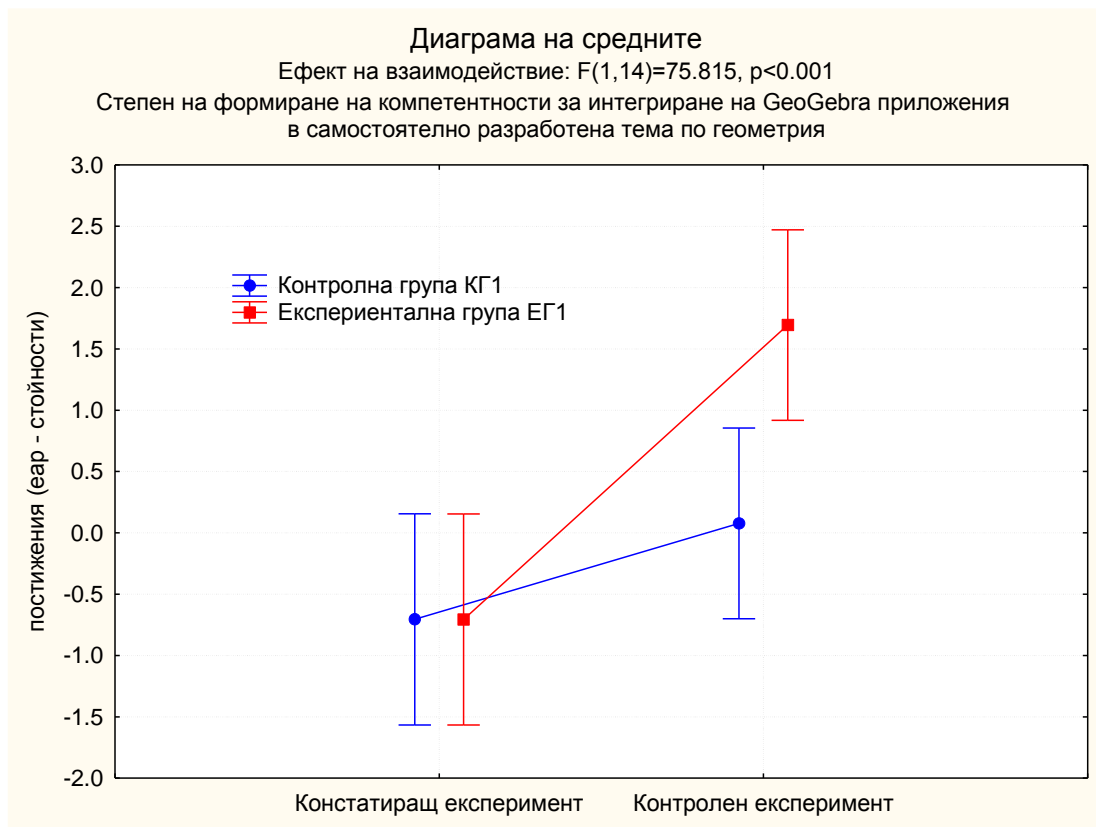
**Фигура 65. Диаграма на средните за Критерий 1**

**Таблица 12. Резултати за Критерий 2**

ФАКТОР	F(1,14)	p-value
"група"	2.302	0.151
"измерване"	293.363	0.000
"група" x "измерване"	75.815	0.000

**Таблица 13. Резултати за Критерий 2 от Post-Нос анализа**

	ГРУПА	ЕКСПЕРИМЕНТ	{1}	{2}	{3}	{4}
{1}	Контролна КГ1	Констатиращ		0.000	0.998	0.000
{2}	Контролна КГ1	Контролен	0.000		0.168	0.009
{3}	Експериментална ЕГ1	Констатиращ	0.998	0.168		0.000
{4}	Експериментална ЕГ1	Контролен	0.000	0.009	0.000	



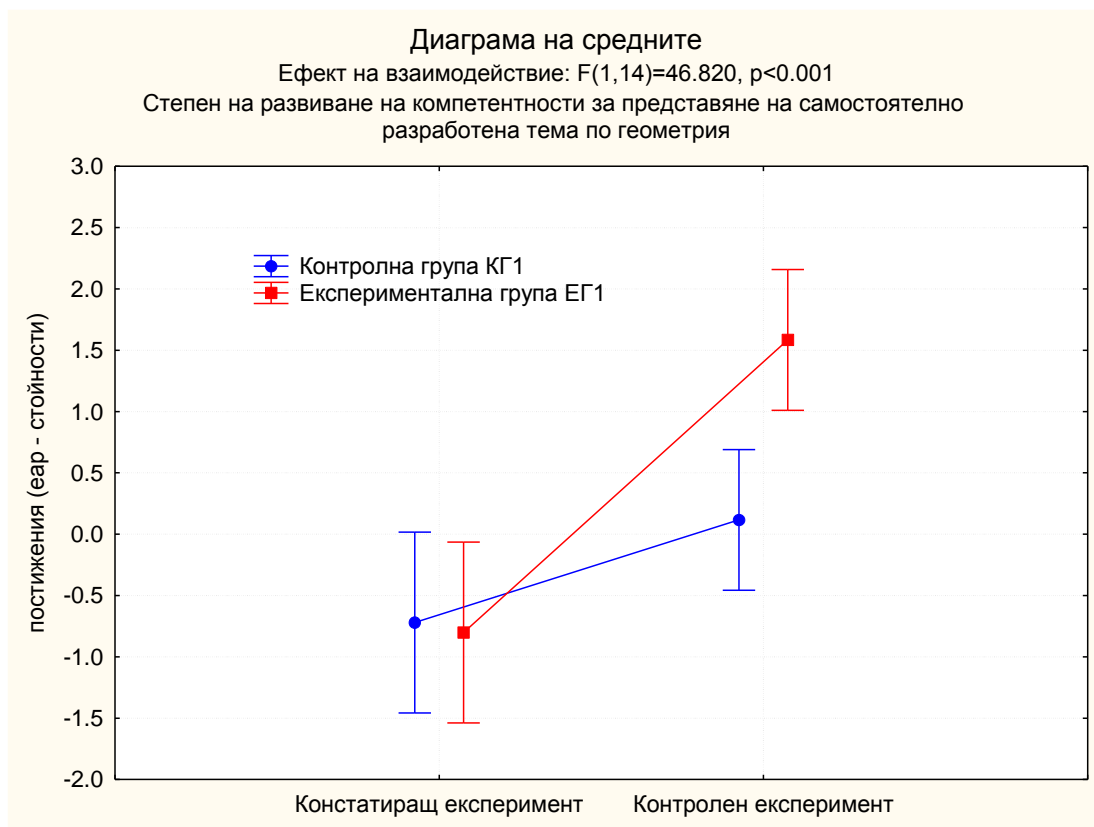
**Фигура 66. Диаграма на средните за Критерий 2**

**Таблица 14. Резултати за Критерий 3**

ФАКТОР	F(1,14)	p-value
"група"	2.713	0.122
"измерване"	202.439	0.000
"група" x "измерване"	46.820	0.000

**Таблица 15. Резултати за Критерий 3 от Post-Hoc анализа**

	ГРУПА	ЕКСПЕРИМЕНТ	{1}	{2}	{3}	{4}
{1}	Контролна КГ1	Констатиращ		0.000	0.853	0.000
{2}	Контролна КГ1	Контролен	0.000		0.051	0.004
{3}	Експериментална ЕГ1	Констатиращ	0.853	0.051		0.000
{4}	Експериментална ЕГ1	Контролен	0.000	0.004	0.000	



**Фигура 67. Диаграма на средните за Критерий 3**

Силната линейна корелация между трите критерия позволява те да бъдат обединени в един *Обобщен критерий* – *Степен на формиране и развиване на компетентности за интегриране на GeoGebra приложения в самостоятелно разработени теми от училищния курс по геометрия и на компетентности за тяхното представяне*. Обобщението се извършва с *факторен анализ*, който показва наличие на водещо собствено значение 2.849, което обяснява 95% от общата изменчивост (Таблица 16, Таблица 30 от дисертационни труд). Резултатите от дисперсионният анализ на Обобщения критерий са представени в Таблица 17, Таблица 18 и Фигура 68 (Таблица 31, Таблица 32, Фигура 115 от дисертационния труд).

**Таблица 16. Факторни тегла за скалата на Обобщения критерий**

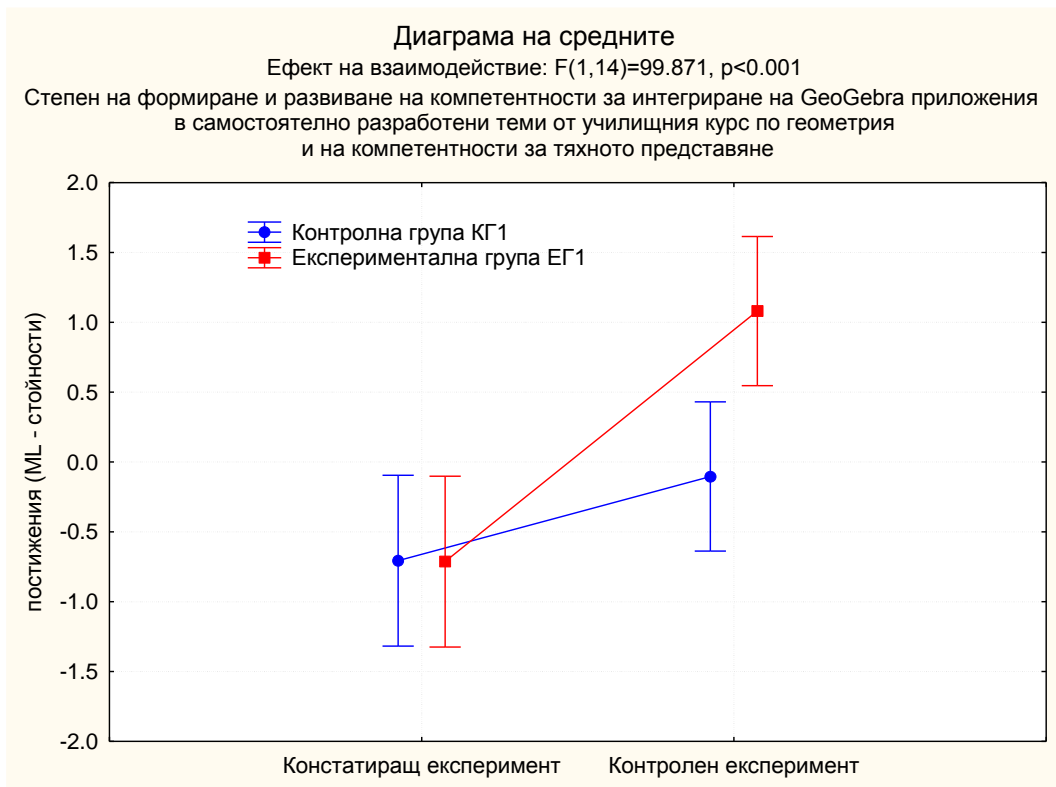
	тегло
<b>Критерий 1.</b>	0.964
<b>Критерий 2.</b>	0.988
<b>Критерий 3.</b>	0.971

**Таблица 17. Резултати за Обобщения критерий**

ФАКТОРИ	F(1,14)	p-value
"група"	2.483	0.137
"измерване"	404.329	0.000
"група" x "измерване"	99.871	0.000

**Таблица 18. Резултати за Обобщения критерий от Post-Hoc анализа**

	ГРУПА	ЕКСПЕРИМЕНТ	{1}	{2}	{3}	{4}
{1}	Контролна КГ1	Констатиращ		0.000	0.986	0.000
{2}	Контролна КГ1	Контролен	0.000		0.129	0.007
{3}	Експериментална ЕГ1	Констатиращ	0.986	0.129		0.000
{4}	Експериментална ЕГ1	Контролен	0.000	0.007	0.000	



**Фигура 68. Диаграма на средните за Обобщения критерий**

Следователно, на етап *Контролен експеримент*, ефектът на взаимодействие между факторите „група“ – принадлежност към експерименталната група ЕГ1 или контролната група КГ1, и „измерване – етап на експеримента: Констатиращ експеримент или Контролен експеримент на Обобщения критерий, е силно статистически значим, което отново потвърждава издигнатата хипотеза на дисертационното изследване.

Могат да бъдат представени допълнителни статистически аргументи към *Основния експериментален план с две групи* (подпараграф 3.3.2. **Анализ на контрастите на експерименталната група с контролната група**), посредством сравнителен анализ на постиженията на експерименталната група ЕГ1 и контролната група КГ1, чрез *теста на Стюдънт за независими извадки* и *теста на Ман-Уитни*:

- ◆ В Таблица 19, Таблица 20 и Фигура 69 (Таблица 33, Таблица 34, Фигура 116 от дисертационния труд) са представени сравненията между двете групи ЕГ1 и КГ1 при Констатиращия експеримент;

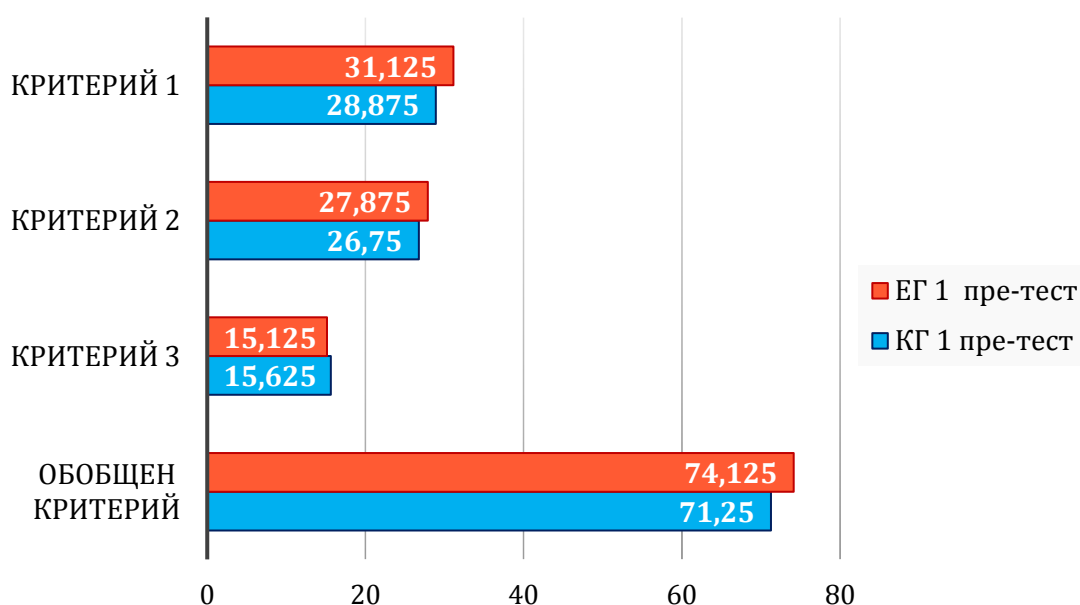
- ◆ В Таблица 21 и Таблица 22 и Фигура 70 (Таблица 35, Таблица 36, Фигура 120 от дисертационния труд) са представени сравненията между двете групи при Контролния експеримент.

**Таблица 19. Сравнение между експерименталната ЕГ1 и контролната КГ1 групи при Констатиращия експеримент - t-тест (суров бал)**

	t-тест				F-тест			
	средно ЕГ1	средно КГ1	t(14)	p-level	SD - ЕГ	SD - КГ	F(7,7)	p-level
<b>Критерий 1</b>	31.125	28.875	0.282	0.782	17.716	14.015	1.598	0.551
<b>Критерий 2</b>	27.875	26.750	0.158	0.877	15.226	13.134	1.344	0.706
<b>Критерий 3</b>	15.125	15.625	-0.139	0.891	7.624	6.718	1.288	0.747
<b>Обобщен критерий</b>	74.125	71.250	0.157	0.877	39.880	32.832	1.475	0.621

**Таблица 20. Сравнение между експерименталната ЕГ1 и контролната КГ1 групи при Констатиращия експеримент - тест на Ман-Уитни (суров бал)**

	Сума на рангове ЕГ1	Сума на рангове КГ1	U	Z	p-level
<b>Критерий 1</b>	71	65	29	0.315	0.753
<b>Критерий 2</b>	70	66	30	0.210	0.834
<b>Критерий 3</b>	66	70	30	-0.210	0.834
<b>Обобщен критерий</b>	71	65	29	0.315	0.753



**Фигура 69. Средни стойности на индикаторите на всички критерии при Констатиращия експеримент (суров бал)**

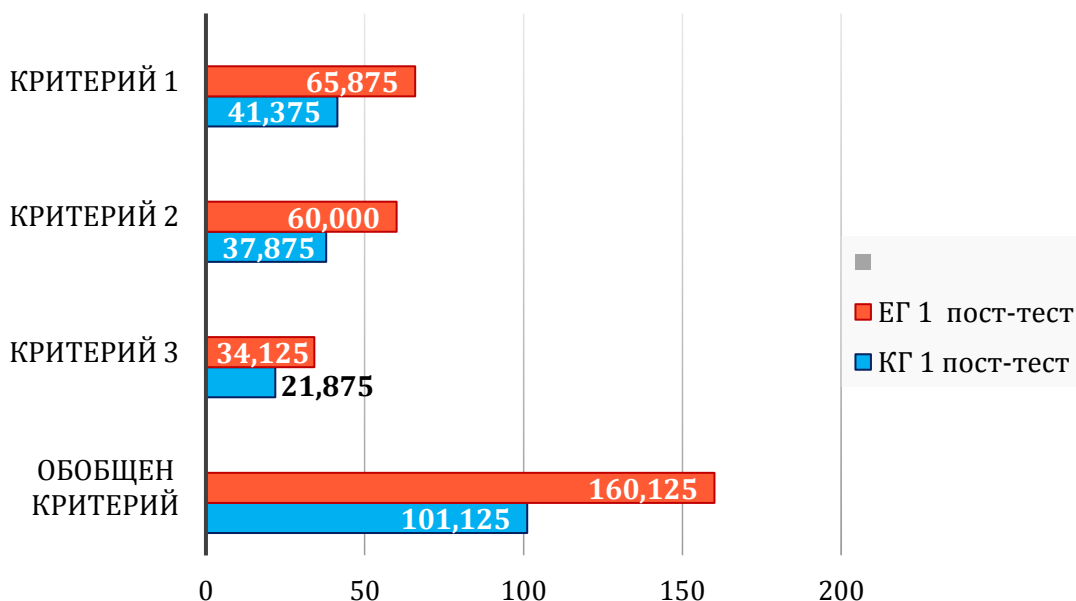
Следователно, поради това, че  $p > 0.05$ , хипотезата за нулев ефект (нулевата хипотеза) не се отхвърля, т.е. двете групи имат една и съща начална степен на развитие по разглежданите критерии преди прилагане на концептуалният модел на изследването в експерименталната група ЕГ1.

**Таблица 21. Сравнение между експериментална ЕГ1 и контролна КГ1 група при Контролния експеримент – t-тест**

	t-тест				F-тест			
	средно ЕГ1	средно КГ1	t(14)	p-level	SD – ЕГ1	SD – КГ1	F(7,7)	p-level
<b>Критерий 1</b>	65.875	41.375	2.884	0.012	19.045	14.657	1.688	0.506
<b>Критерий 2</b>	60.000	37.875	3.113	0.008	16.071	12.076	1.771	0.468
<b>Критерий 3</b>	34.125	21.875	4.029	0.001	6.379	5.768	1.223	0.797
<b>Обобщен критерий</b>	160.000	101.125	3.237	0.006	40.613	31.584	1.653	0.523

**Таблица 22. Сравнение между експериментална ЕК1 и контролна КГ1 група при Контролния експеримент – тест на Ман-Уитни (суров бал)**

	Сума на рангове ЕГ1	Сума на рангове КГ1	U	Z	p-level
<b>Критерий 1</b>	89.500	46.500	10.500	2.258	0.024
<b>Критерий 2</b>	91.000	45.000	9.000	2.415	0.016
<b>Критерий 3</b>	93.000	43.000	7.000	2.626	0.009
<b>Обобщен критерий</b>	90.000	46.000	10.000	2.310	0.021



**Фигура 70. Средни стойности на индикаторите на всички критерии при Контролен експеримент (Обобщение, суров бал)**

Следователно, поради това, че  $p < 0.05$ , хипотезата за нулев ефект (нулевата хипотеза) се отхвърля, т.е. при двете групи се наблюдава значима разлика при

изходящото измерване на степента на развитие по разглежданите критерии след прилагане на концептуалният модел на изследването, в ползва на експериментална група ЕГ1.

Следователно, сравнителният анализ на експерименталните резултати на експериментална група ЕГ1 и контролна група КГ1 на етап Констатиращ експеримент показва, че двете групи имат една и съща степен на развитие на съответните изследвани качества по разглежданите критерии, което доказва, че групите са формирани статистически правилно.

Сравнителният анализ на резултатите от Контролния експеримент показва, че при двете групи, експериментална ЕГ1 и контролна КГ1, се установява развитие на изследваните характеристики след обучение по дисциплината Училищен курс по геометрия като:

- ◆ при контролната група КГ1 степента на развитие е по-ниска, което е резултат от традиционните взаимодействия;
- ◆ при експерименталната група ЕГ1 степента на развитие е значително по-висока, което е резултат от приложените експериментални взаимодействия.

С това се потвърждава издигната в дисертационното изследване хипотеза.

Сравнителният анализ на резултатите от Констатиращия експеримент и от Контролния експеримент за всяка от групите ЕГ1 и КГ1 е представена в подпараграф 3.3.3. **Анализ на контрастите между експериментите** чрез теста на Стюдънт за зависими извадки (Таблица 23, Таблица 24, Таблица 37, Таблица 38 от дисертационния труд).

**Таблица 23. Сравнение между Констатиращия експеримент и Контролния експеримент при КГ1 – тест на Стюдънт (суров бал)**

	Средно Констатиращия експеримент	Средно Контролен експеримент	t(7)	p-level
<b>Критерий 1</b>	28.875	41.375	-8.268	0.000
<b>Критерий 2</b>	26.750	37.875	-5.733	0.000
<b>Критерий 3</b>	15.625	21.875	-7.850	0.000
<b>Обобщен критерий</b>	71.250	101.125	-8.373	0.000

**Таблица 24. Сравнение между Констатиращия експеримент и Контролния експеримент при ЕГ1 – тест на Стюдънт (суров бал)**

	Средно Констатиращия експеримент	Средно Контролен експеримент	t(7)	p-level
<b>Критерий 1</b>	31.125	65.875	-11.073	0.000
<b>Критерий 2</b>	27.875	60.000	-11.918	0.000
<b>Критерий 3</b>	15.125	34.125	-11.103	0.000
<b>Обобщен критерий</b>	74.125	160.000	-12.015	0.000

Изследването върху контрастите между Констатиращия експеримент и Контролния експеримент показва развитие на изследваните характеристики и при двете групи, но при експерименталната група ЕК1 този ефект е по-силно изразен,



което е резултат от приложените психолого-педагогически взаимодействия на концептуалния модел, с което се потвърждава издигната хипотеза на дисертационния труд.

Параграф 3.4. Анализ на експерименталните резултати при План на Соломон с четири групи включва статистически процедури, които използват резултатите, констатирани при Контролния експеримент при всички групи, които участват в изследването.

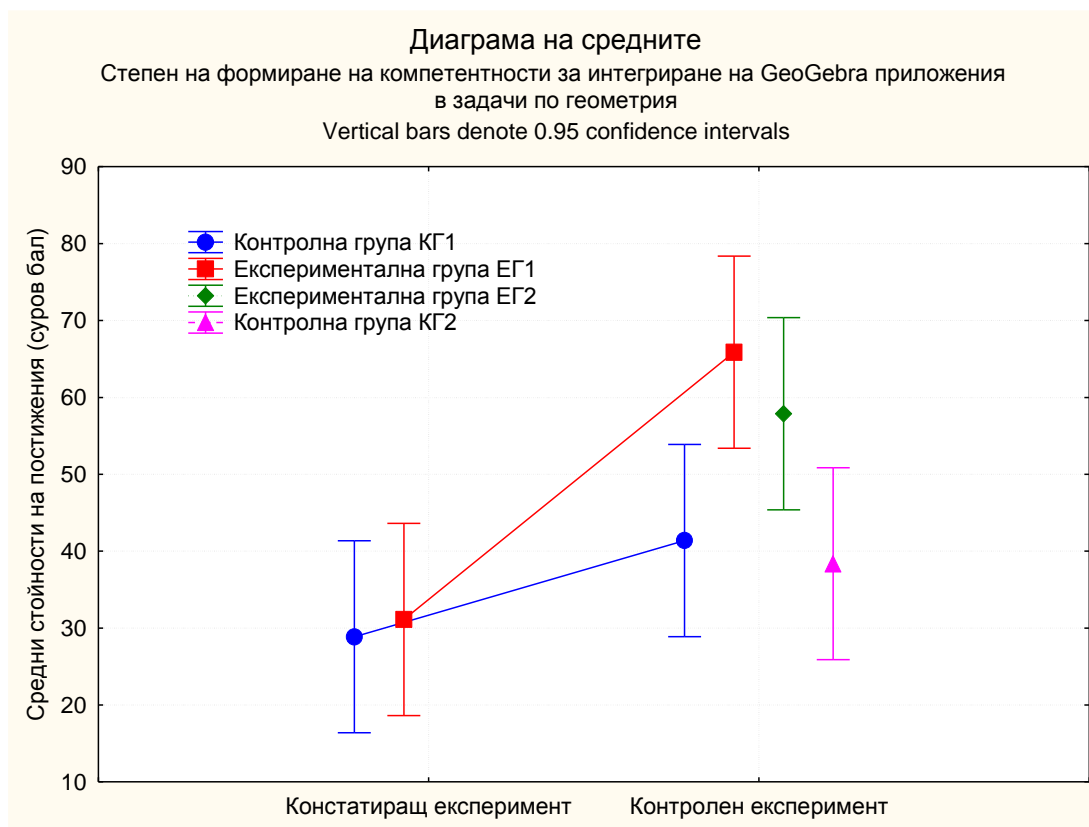
При Плана на Соломон с четири групи в подпараграф 3.4.1 се използва дисперсионен анализ *тип 2x2 ANOVA* (M. Braver, S. Braver, 1988, с. 151; U. Pattar и др., 2012, с. 349) (Таблица 25, Таблица 39 от дисертационния труд).

**Таблица 25. Схема на дисперсионен анализ 2x2 за статистическа проверка**

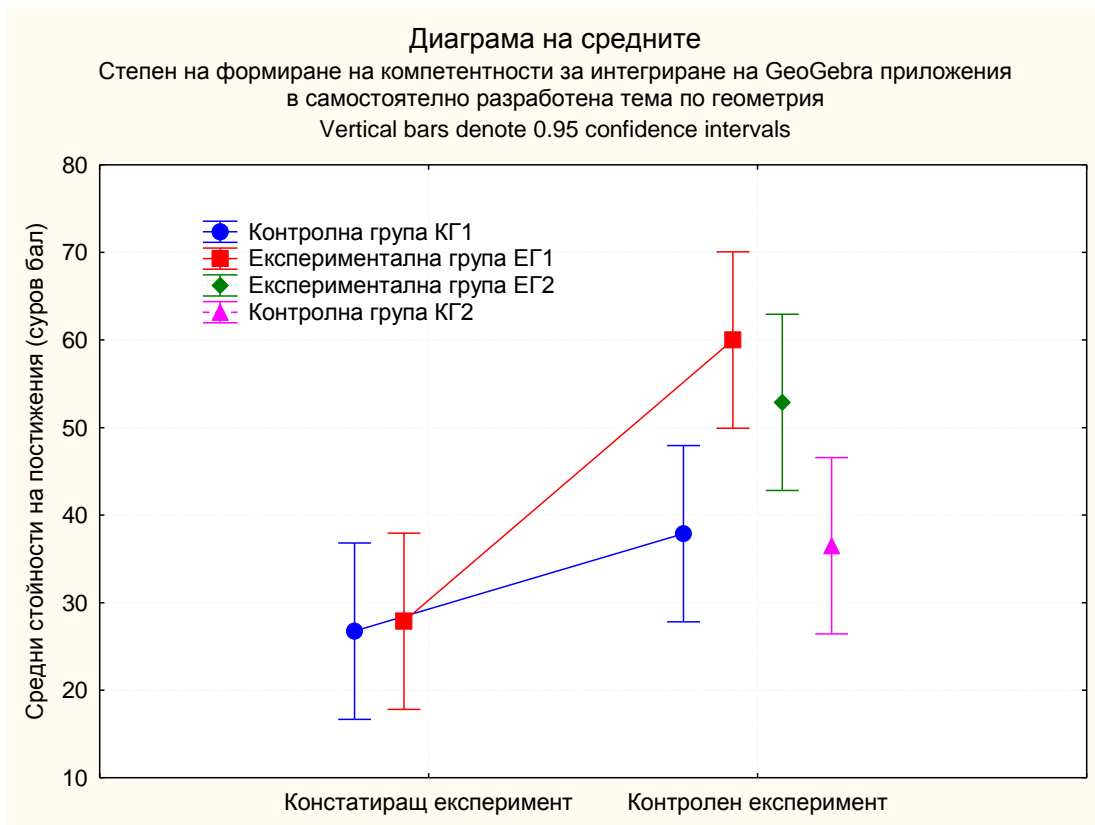
ПРЕ-ТЕСТ	ЕКСПЕРИМЕНТАЛНИ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ	ТРАДИЦИОННИ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ
ИЗПЪЛНЕН	ЕГ1	КГ1
НЕИЗПЪЛНЕН	ЕГ2	КГ2

Този анализ се прилага за Критерий 1 ÷ 3 и за Обобщения критерий (Фигура 71 ÷ Фигура 74, Фигура 134 ÷ Фигура 137 от дисертационния труд).

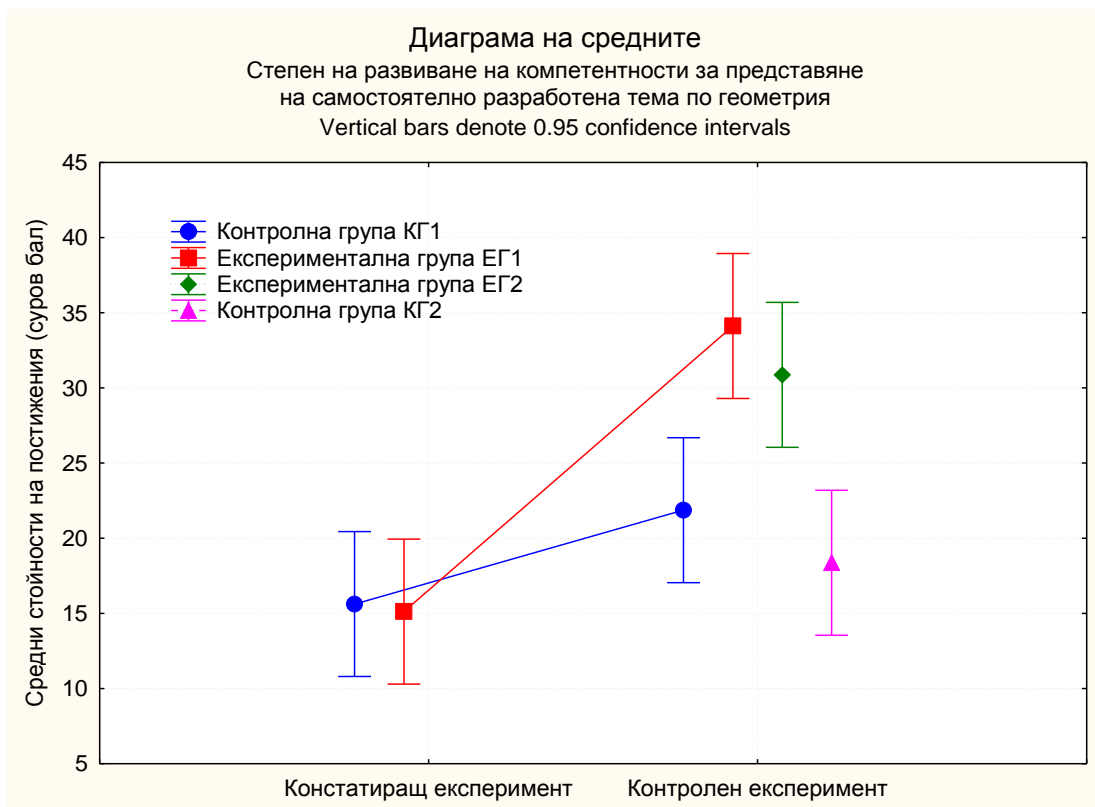
Може да се обобщи, че в съответствие със статистическата методология на Плана на Соломон с четири групи експерименталните взаимодействия имат много по-силен ефект от традиционните взаимодействия, с което се потвърждава издигната хипотеза.



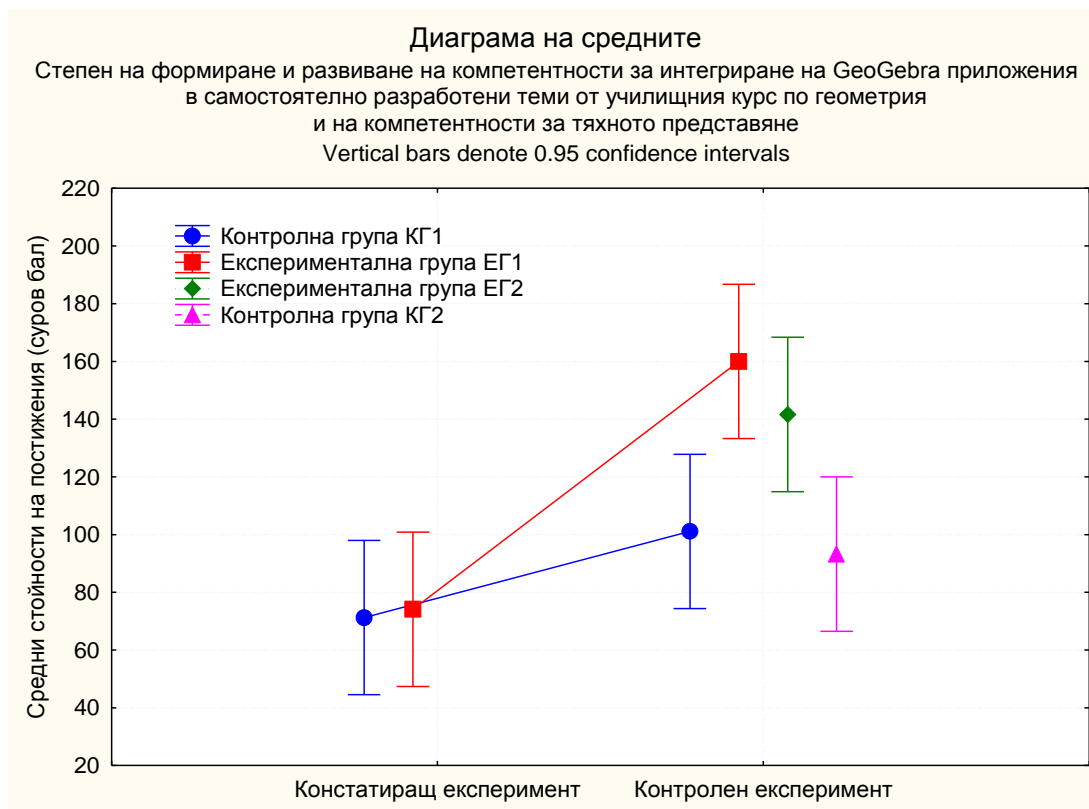
**Фигура 71. Диаграма на средните на Критерий 1 по Плана на Соломон за четири групи**



Фигура 72. Диаграма на средните на Критерий 2 по Плана на Соломон за четири групи



Фигура 73. Диаграма на средните на Критерий 3 по Плана на Соломон за четири групи



Фигура 74. Диаграма на средните на Обобщения критерий по Плана на Соломон за четири групи

Представени са допълнителни статистически доказателства към Плана на Соломон с четири групи в подпараграф 3.4.2. **Анализ на контрастите на експерименталните с контролните групи** посредством тестовете на Стюдънт за независими извадки, тест на Фишър и тест на Ман-Уитни. Сравнителният анализ обхваща групата, която обединява ЕГ1 и ЕГ2, и група, която обединява КГ1 и КГ2, всяка от които включва по 16 студенти. Анализът на контраста на групата с пре-тест, ЕГ1 и КГ1, с група без пре-тест, ЕГ2 и КГ2, е осъществен посредством теста на Стюдънт за независими извадки, теста на Фишър и теста на Ман-Уитни. Всяка от групите включва по 16 студенти.

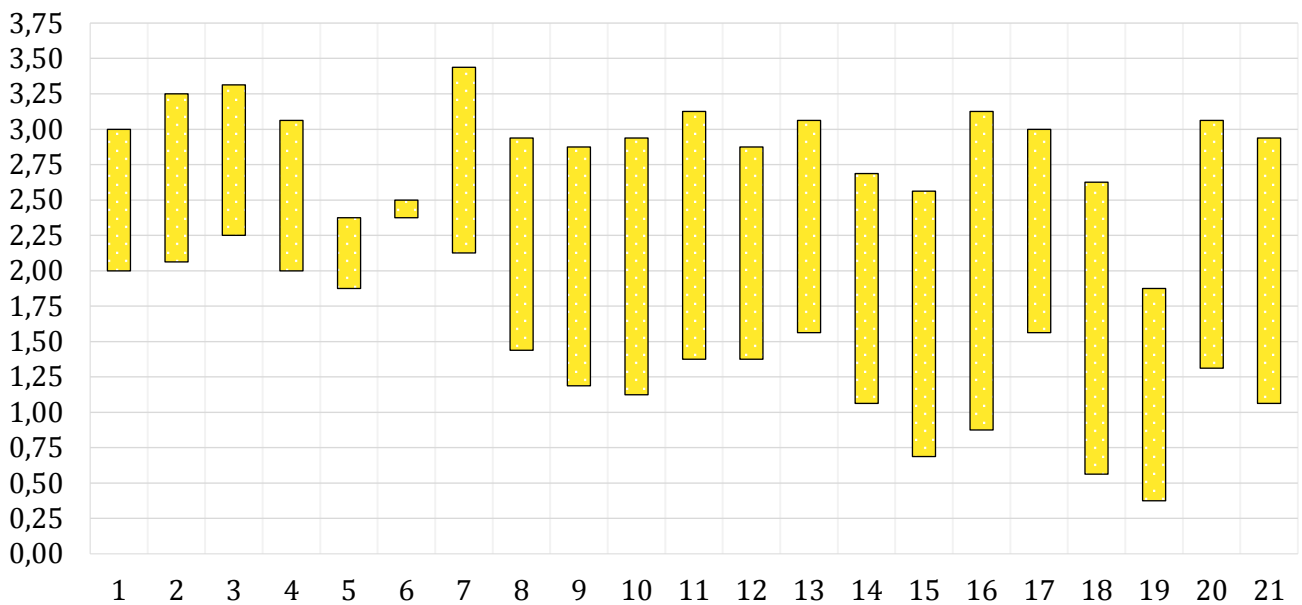
Сравнителният анализ показва статистически значим ефект в полза на експерименталната група по всички изследвани критерии на етап Контролен експеримент. Отсъства статистически значим ефект при сравнение на експерименталните резултати на групата с пре-тест, ЕГ1 и КГ1, и група без пре-тест, ЕГ2 и КГ2, което показва, че изискванията за разработване на самостоятелна тема по геометрия с интегриране на GeoGebra приложения, включени в експерименталното изследване на етап Констатиращ експеримент и Контролен експеримент, не оказват статистически значимо влияние върху формирането и развиването на изследваните качества на студентите.

Следователно, статистически значимият ефект на формирането и развиването на специфичните изследвани компетентности на студентите от експерименталните групи е резултат от приложените педагогически технологии, с което се потвърждава издигнатата хипотеза.

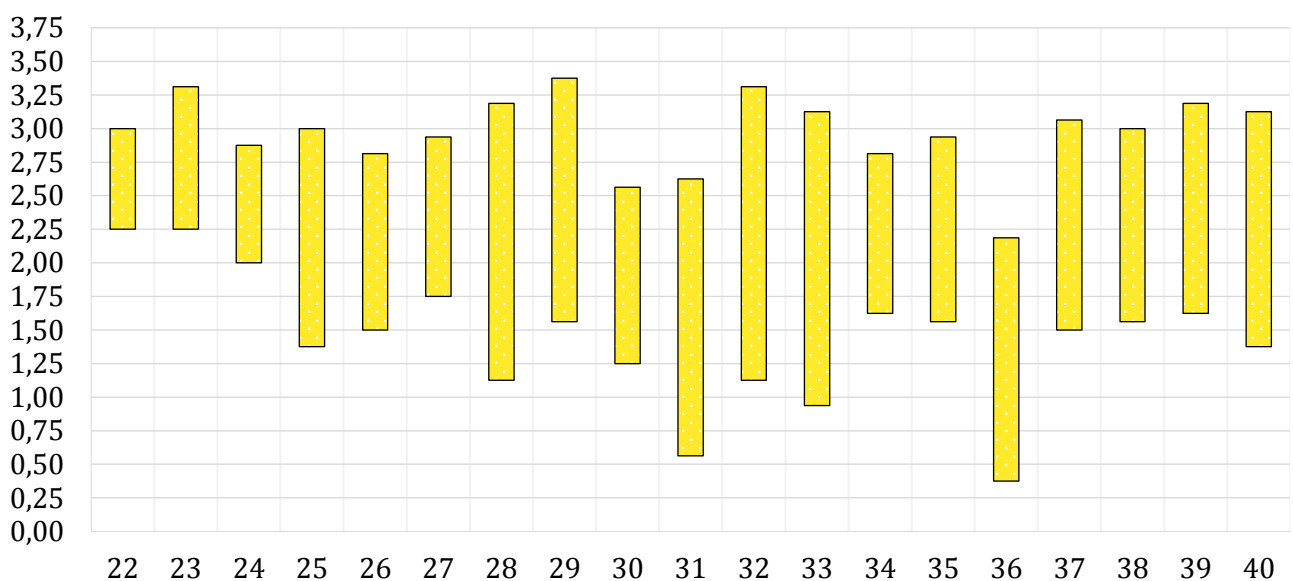
Получените резултати при Планът на Соломон с четири групи и Основния експериментален план с две групи се явяват достатъчни за доказване на

положителния ефект на психолого-педагогическите взаимодействия в дидактическото въздействие върху експерименталните групи и не се налагат допълнителни изследвания при *Плана с контролна група и тестиране само след въздействието*.

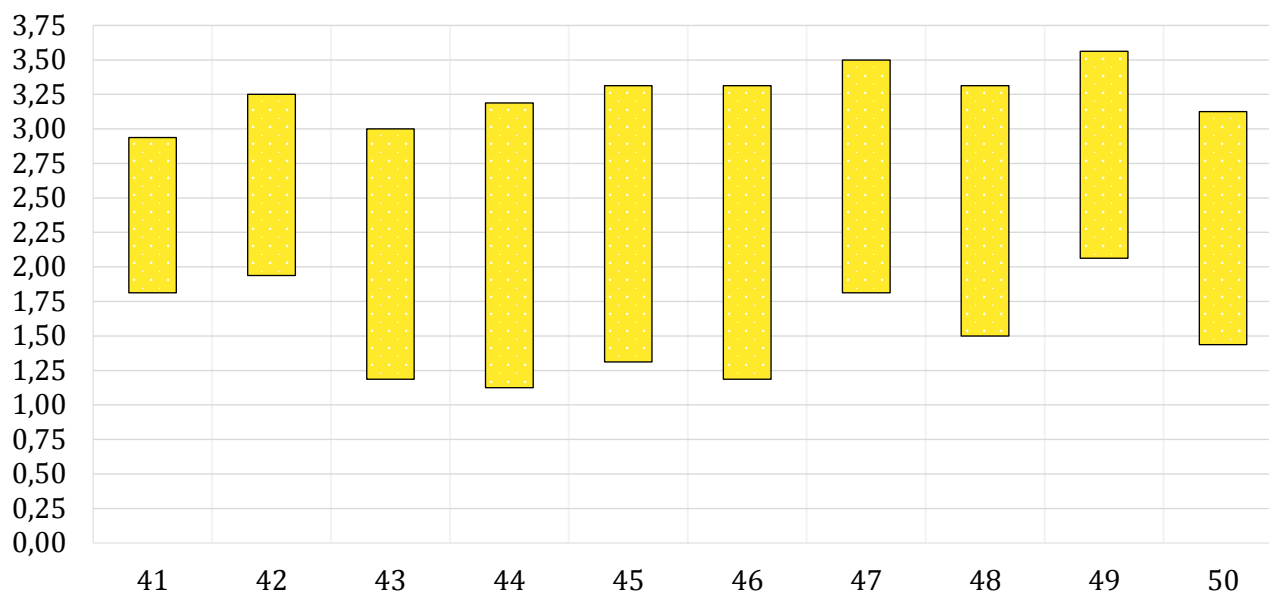
В параграф **3.5. Качествен анализ на резултатите** са представени анализи на изменението на стойностите на показателите от гледна точка на динамиката на развитието на всеки един изследван критерий между Констатиращия експеримент (ЕГ1, КГ1) и Контролния експеримент (ЕГ1, ЕГ2). Индикаторите на всички критерии имат високи стойности. Измежду индикаторите на всеки критерий може да съществува индикатор с най-висока и индикатор с най-ниска динамика на развитие (Фигура 75 ÷ Фигура 77, Фигура 138 ÷ Фигура 140 от дисертационни труд).



**Фигура 75. Степени на формиране и развиване на качества от Критерий 1**



**Фигура 76. Степени на формиране и развиване на качества от Критерий 2**



**Фигура 77. Степени на формиране и развиване на качества от Критерий 3**

От представените резултати на Фигура 75 ÷ Фигура 77 могат да се оформят определени изводи относно предложеният концептуален модел на изследване. Например, този модел съдейства за формиране и развиване в много висока степен на важни компоненти от професионално-педагогическата дейност на бъдещите учители по математика и информатика, като например: разработване на GeoGebra приложения, които да подпомагат учебната дейност (индикатор 16); разработване на атрактивни GeoGebra приложения (индикатор 18); създаване на подходящ алгоритъм за връзка на GeoGebra приложенията с елементи от темата (индикатор 32); създаване на система от подходящи GeoGebra приложения, фактологични и теоретични знания, математически задачи, решения, указания, отговори и други (индикатор 33); правилно прилагане на изискванията за разработване на презентация (индикатор 45); повишаване на качеството на презентационния материал чрез използване на допълни дидактически материали или интерактивни средства (индикатор 46).

Всички споменати индикатори са в основата на дейностите *интегриране и представяне на GeoGebra приложения в самостоятелно разработена тема от училищния курс по геометрия*.

Могат да бъдат формулирани препоръки към прилагане на *авторските педагогически технологии* за обучение на студенти от експерименталните групи, свързани с индикаторите с най-ниска динамика на развитие:

- ◆ идентифициране на подходящи стратегии за решаване на математически задачи (индикатор 5), използване на подходящи методи за решаване на математически задачи (индикатор 6) и прилагане на подходящи методи за решаване на избраните задачи (индикатор 24), което се отдава на факта, че изборът на подходяща стратегия за решаване на математически задачи се изучава по-задълбочено по дисциплината *Методика на обучението по математика*, която се изучава през следващия семестър (VI семестър);

- ◆ правилно подбиране на теоретичните и фактологични знания по темата (индикатор 22), което може да се постигне чрез самостоятелно разработване на допълнително възложени теми.

Интерес представляват резултатите, които са получени при Констатиращия експеримент, с което се установява до каква степен са формирани или развити изследваните качества на студентите до момента в процеса на учебно-познавателната дейност при обучението по различните дисциплини. Ниските и средните степени при резултатите на описаните параметри може да се дължат на минималния практически опит със софтуера GeoGebra, който обучаваните са овладели по време на техническата GeoGebra подготовка, докато високите - на предварителната математическа подготовка на обучаваните през предходните две години на обучение.

Направените статистически анализи в **Глава ТРЕТА** водят до следните важни **изводи**:

1. *Използваните тестове по трите критерия имат много добра надеждност. За критерий 1 [ $\alpha = 0.983$ ], за критерий 2 [ $\alpha = 0.978$ ] и за критерий 3 [ $\alpha = 0.958$ ]. Високите стойности на средната корелация между тестовите единици, както и високият процент обяснена обща вариация от водещото собствено значение при факторния анализ показват, че използваните три критерия се оказват силно фокусирани около единствен обобщен латентен конструкт, наречен Степен на формиране и развиване на компетентности за интегриране и представяне на GeoGebra приложения в самостоятелно разработени теми от училищния курс по геометрия.*
2. *Между входното и следващото измерване се наблюдава значим прогрес и при двете групи – експериментална ЕГ1 и контролна КГ1, но при експерименталната група ЕГ1 този ефект е по-силно изразен, както се вижда от факта, че ефектите на взаимодействие между факторите "принадлежност към група – експериментална ЕГ1 или контролна КГ1" и "етап на измерване – Констатиращ или Контролен експеримент" са силно статистически значими:*
  - ◆ По критерий 1 – [ $F(1,14) = 87.662; p < 0.001$ ].
  - ◆ По критерий 2 – [ $F(1,14) = 75.815; p < 0.001$ ].
  - ◆ По критерий 3 – [ $F(1,14) = 46.820; p < 0.001$ ].
  - ◆ По обобщения критерий – [ $F(1,14) = 99.871; p < 0.001$ ].*Статистическата значимост на ефектите на взаимодействие служи като пряко доказателство за наличието на положителен резултат от дидактическият експеримент върху Степента на формиране и развиване на компетентности за интегриране и представяне на GeoGebra приложения в самостоятелно разработени теми от училищния курс по геометрия, при което особено значение заема значимостта на ефекта върху Обобщения критерий. Този извод се потвърждава допълнително от направените тестове на Стюдънт и Ман-Уитни.*
3. *Статистическата значимост на главния ефект на фактора "група" - експериментална група, ЕГ1 и ЕГ2, или контролна група, КГ1 и КГ2, и при дисперсионния анализ тип 2x2 се явява също доказателство за положителния ефект на дидактическото въздействие върху експерименталната група:*
  - ◆ По критерий 1 – [ $F(1,28) = 11.156; p = 0.002$ ].
  - ◆ По критерий 2 – [ $F(1,28) = 15.169; p = 0.001$ ].

- ◆ По критерий 3 –  $[F(1, 28)=6.851; p=0.014]$ .
  - ◆ По обобщения критерий –  $[F(1,28) = 17.174; p < 0.001]$ .
4. Отсъствието на значим главен ефект на фактора "пре-тест" се явява доказателство за отсъствие на влияние на фактора в групата. И този анализ ще бъде изпълнен за всеки от трите критерия, както и за Обобщения критерий:
- ◆ По критерий 1 –  $[F(1, 28)=0.613; p=0.440]$ .
  - ◆ По критерий 2 –  $[F(1, 28)=0.798; p=0.379]$ .
  - ◆ По критерий 3 –  $[F(1, 28)=1.401; p=0.247]$ .
  - ◆ По обобщения критерий –  $[F(1, 28)=1.048; p=0.315]$ .
- Изводите 3) и 4) се потвърждават допълнително от направените тестове на Стюдънт и Ман-Уитни.
5. Статистическата методология на Плана на Соломон с четири групи потвърждава, че експерименталните взаимодействия имат много по-силен ефект от традиционните взаимодействия, с което се потвърждава издигната хипотеза, че целенасоченото прилагане на авторски педагогически технологии в обучението на студентите по дисциплината Училищен курс по геометрия формира и развива компетентности за интегриране на GeoGebra приложения в самостоятелно разработени теми от училищния курс по геометрия и съдейства за постигане на висока степен на развитие на компетентности за тяхното представяне.
6. Разработените и апробирани авторски педагогически технологии за обучение на бъдещите учители по математика и информатика са основен фактор за формиране и развиване на изследваните характеристики.

## **Заключение**

Резултатите от многобройните научни изследвания потвърждават като основен актуален проблем, отразен в образователните политики на България, Европа и в международен план, необходимостта от създаване на нови или трансфер на съществуващи педагогически технологии и методи на обучение, базирани на информационните и комуникационни технологии, за ефективна професионално-педагогическа компетентностна подготовка на бъдещите учители с цел задоволяване нуждите на съвременния образователен пазар от компетентни специалисти.

Дисертационният труд изследва създаването и целенасоченото прилагане на авторски педагогически технологии в обучението на студенти, бъдещи учители по математика и информатика за формиране и развиване компетентности за интегриране и представяне на GeoGebra приложения в самостоятелно разработени теми от училищния курс по геометрия.

Разработеният и апробиран концептуален модел на авторски педагогически технологии за обучение на студенти по училищния курс по геометрия е цялостна система за учебно-познавателна дейност със своя специфика, която изисква съвременни подходи при изясняване на нейната същност и особености, решава основни въпроси на съвременните образователни политики и отговоря на изискванията на пазара на труда.

Постиженията на дисертационното изследване са систематизирани съответно на формулираната хипотеза и нейните смислови измерения.

## **Изводи**

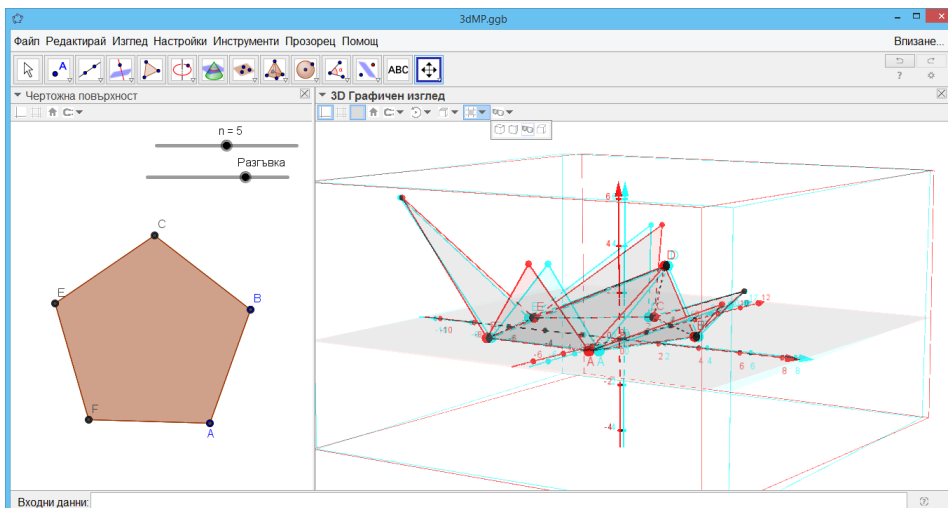
1. Анализът на българската и международните образователни политики е основание да се разглежда като основен проблемът за формирането и развиването на компетентности за интелигентен растеж.
2. Теоретичното изследване систематизира педагогическата технология като система от образователни процеси за постигане на конкретен образователен резултат, която се характеризира с методологичен, прогнозиращ, информационно-технологичен, комуникативен и диагностичен компоненти.
3. Авторската педагогическа технология, педагогическата технология на проблемното обучение, на проектното обучение и тази, основана на използването на съвременни ИКТ, съответстват на постмодерната компетентностна образователна парадигма за овладяване на знания, формиране и развиване на компетентности и умения, необходими за професионалното и личностното развитие и за адаптиране към информационното общество.
4. Математическите софтуерни технологии, като GeoGebra, осигуряват база за прилагане на съвременни методи, специфични средства за обучение, мотивиране на обучаваните и за осъществяване на самостоятелна изследователска дейност.
5. Целенасоченото прилагане на авторските педагогически технологии за обучение на бъдещите учители по математика и информатика по дисциплината Училищен курс по геометрия са основен фактор за формиране и развиване на компетентности за интегриране и представяне на GeoGebra приложения в самостоятелно разработени теми по геометрия.
6. Други фактори, значими за постигане целите на дисертационното изследване, са:
  - ◆ проведеното пилотно изследване;
  - ◆ изследователският инструментариум с доказано много високо ниво на надеждност;
  - ◆ отдадеността на студентите при изпълнение на поставените задачи.

## **Перспективи за бъдещо приложение на дисертационния труд**

Представеният дисертационен труд дава възможност за бъдещи научни изследвания чрез използване на дидактическия инструментариум или на авторските педагогически технологии за формиране и развиване на специфични компетентности, необходими за постигане на конкретни образователни цели.

В периода на оформяне на дисертационния труд беше разработена 3D версия на GeoGebra, която може да бъде използвана в обучението на студенти чрез същите авторски педагогически технологии. Примери за интегриране на GeoGebra приложения в задачи от училищния курс по геометрия чрез използване на 3D изображения на геометрични тела в тримерното пространство са представени на Фигура 78.





**Фигура 78. 3D изображение на развивка на  $n$ -ъгълна пирамида в тримерното GeoGebra пространство**

Друга възможност на новата версия на мултиплатформата GeoGebra, която може да бъде използвана в обучението на студенти чрез същите *авторски педагогически технологии*, е създаване на GeoGebra групи за съвместна работа при обучението на студенти и разработване на електронни тестове за самостоятелна проверка на знанията с възможност за обратна връзка.

Резултатите от научното теоретико-експериментално изследване могат да бъдат приложени в:

- ◆ професионално-технологичната подготовката на студенти от магистърските програми „Информационни и образователни технологии“ и „Информационни технологии за обучение по математика и информатика“, редовна и задочна форма на обучение, по дисциплините „Динамичен геометричен софтуер GeoGebra и приложения в образованието“ и „Софтуер за образователни цели“;
  - ◆ преквалификацията на учители по математика.
- Дисертационният труд може още да бъде:
- ◆ оформен като учебно пособие по методика на обучението по геометрия за студенти;
  - ◆ разпространен чрез сайта на Русенския Институт ГеоГebra.

## **Приноси**

### **Научно-приложни приноси:**

1. Синтезирани и обобщени са научни проблеми, чрез които е изградена теоретичната постановка на дисертационния труд в педагого-психологически и педагого-технологичен план:
  - ◆ изследвани са закономерностите на релациите и използването в теоретико-приложен аспект на педагогически, математически, технологически, методически, психологически и други научни понятия;
  - ◆ теоретично обосновани са качествата на различни видове педагогически технологии, които да изпълняват конкретни образователни и възпитателни цели, и подходите за тяхното създаване и прилагане с цел повишаване ефективността от обучението.

2. Осъществен е задълбочен теоретичен анализ на възможностите и ролята на интегриране на технологии в обучението по математика и определяне на критерии за оценяването им, и, по-конкретно, на мултиплатформата GeoGebra за ефективно обучение по математика.
3. Проучени са условията за формиране и развиване на компетентности в учебно-познавателната дейност.

**Приложни приноси:**

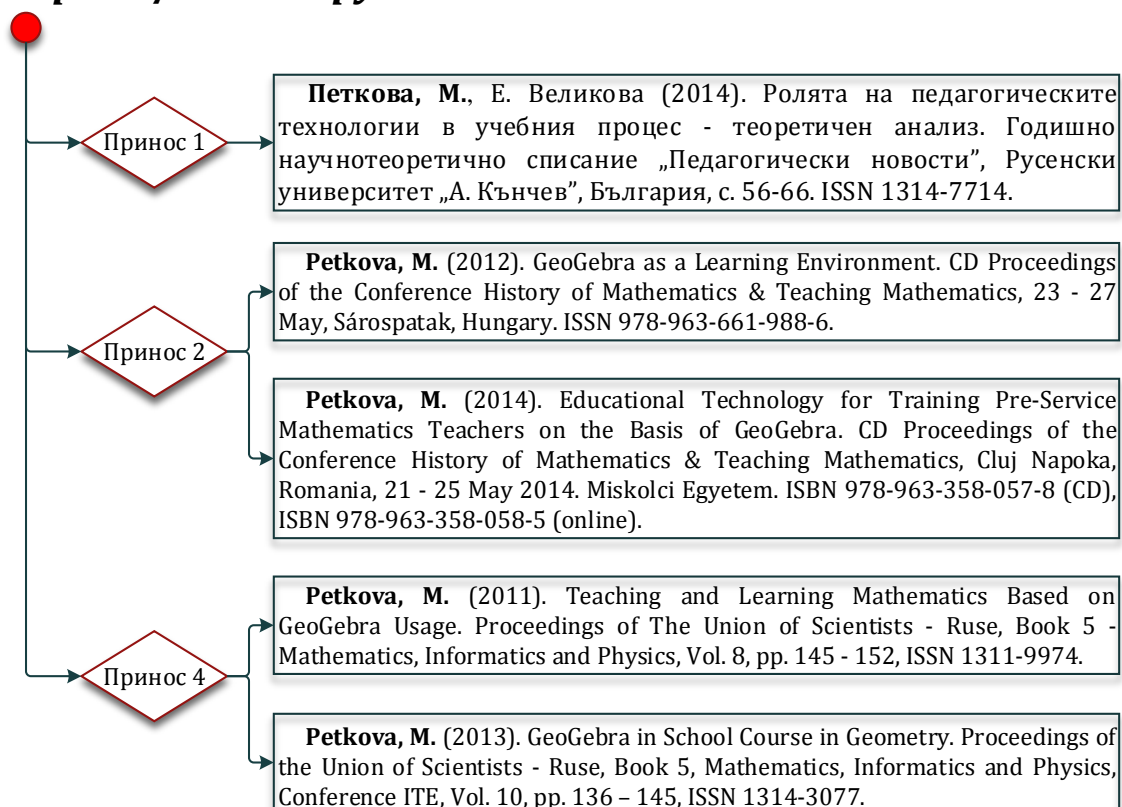
4. Разработени и апробирани са *авторски педагогически технологии* за формиране и развиване на *компетентности за интегриране и представяне на GeoGebra приложения* в самостоятелно разработени теми от училищния курс по геометрия.
5. Осъществено е психолого-педагогическо експериментално изследване на учебно-познавателната дейност със студенти, бъдещи учители по математика и информатика, по дисциплината *Училищен курс по геометрия* за оценяване на възможностите на създадените *педагогически технологии* за формиране и развиване на компетентности за интегриране на GeoGebra приложения в самостоятелно разработени теми.
6. Разработена е система от критерии, параметри, индикатори и оценъчни скали за измерване степента на формиране и развиване на *компетентности за интегриране и представяне на GeoGebra приложения* в самостоятелно разработени теми от училищния курс по геометрия.
7. Експериментално са доказани предимствата на разработения модел, който включва целенасоченото прилагане на *авторски педагогически технологии* за формиране и развиване на *компетентности за интегриране и представяне на GeoGebra приложения* в самостоятелно разработени теми от училищния курс по геометрия.

**Публикации към дисертационния труд**

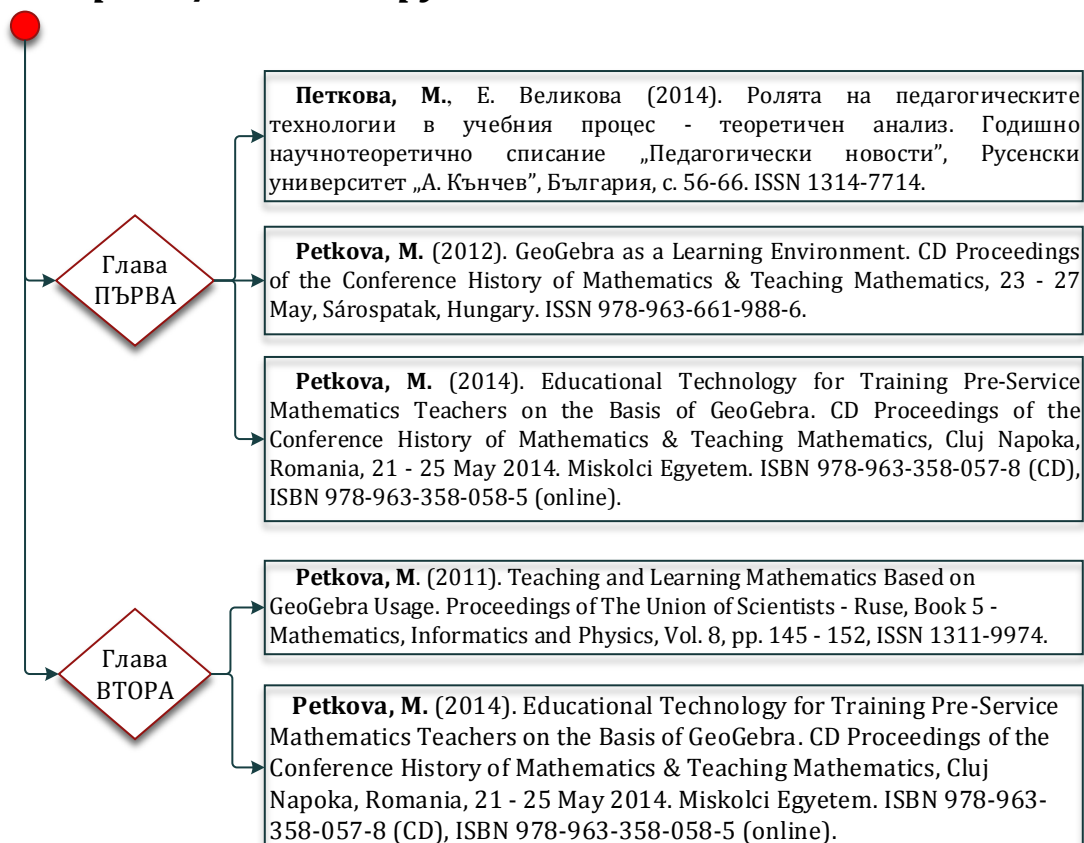
Публикации на автора, свързани с тематиката на дисертационния труд:

1. **Петкова, М., Е. Великова** (2014). Ролята на педагогическите технологии в учебния процес - теоретичен анализ. Годишно научнотеоретично списание „Педагогически новости”, Русенски университет „А. Кънчев”, България, с. 56-66. ISSN 1314-7714.
2. **Petkova, M.** (2011). Teaching and Learning Mathematics Based on GeoGebra Usage. Proceedings of The Union of Scientists - Ruse, Book 5 - Mathematics, Informatics and Physics, Vol. 8, pp. 145 - 152, ISSN 1311-9974.
3. **Petkova, M.** (2012). GeoGebra as a Learning Environment. CD Proceedings of the Conference History of Mathematics & Teaching Mathematics, 23 - 27 May, Sárospatak, Hungary. ISSN 978-963-661-988-6.
4. **Petkova, M.** (2013). GeoGebra in School Course in Geometry. Proceedings of the Union of Scientists - Ruse, Book 5, Mathematics, Informatics and Physics, Conference ITE, Vol. 10, pp. 136 – 145, ISSN 1314-3077.
5. **Petkova, M.** (2014). Educational Technology for Training Pre-Service Mathematics Teachers on the Basis of GeoGebra. CD Proceedings of the Conference History of Mathematics & Teaching Mathematics, Cluj Napoka, Romania, 21 - 25 May 2014. Miskolci Egyetem. ISBN 978-963-358-057-8 (CD), ISBN 978-963-358-058-5 (online).

## Граф на връзките между публикациите и приносите на дисертационния труд



## Граф на връзките между публикациите и съдържанието на дисертационния труд



## Благодарности

Искам да изразя своята искрена признателност на научния ми ръководител доц. д-р Емилия Ангелова Великова за високия професионализъм, всеотдайна помощ по разработването, редактирането и цялостното оформяне на дисертацията, търпението и неоеценямата морална подкрепа.

Благодаря на членовете на научното жури проф. д-р Маргарита Генова Върбанова, проф. д-р Здравко Вутов Лалчев, проф. д-р Даринка Ненчева Гълъбова, доц. д-р Валентина Николаева Войноховска и доц. д-р Емилия Ангелова Великова за ценните препоръки и съвети за подобряване на дисертационния труд.

Благодаря на колегите от Катедра *Математика*, Факултет *Природни науки и образование* при Русенския университет „Ангел Кънчев” и, по-специално, на нейния ръководител проф. д-р Степан Терзиян за подкрепата, разбирането и ценните препоръки.

Благодаря на студентите, които проявиха разбиране и отзивчивост при провеждане на психолого-педагогическия експеримент.

Благодаря на семейството и на приятелите ми за търпението и вярата им в силите и възможностите ми.

## ЛИТЕРАТУРА НА АВТОРЕФЕРАТА

- [1] Андреев, М. (1987). Дидактика.
- [2] Бабански, Ю. (1988). Педагогика., М.: Издателство “Просвещение”, 1983, Издание на български език “Прогрес” - Москва, “Народна просвета” - София.
- [3] Беспалько, В. (1995). Педагогика и прогресивные технологии обучения. М.
- [4] Беспалько, В. (1989). Слагаемые педагогической технологии., Издательство “Педагогика,” Москва, с. 192.
- [5] Борытко, Н., И. Соловцова, А. Байбаков (2006). Педагогические технологии: Учебник для студентов педагогических ву-зов., Волгоград: Изд-во ВГИПК РО, с. 59.
- [6] Василев, Й. (2006). Трансформационни процеси и икономически приоритети на България. *Електронно списание “Диалог,”* (04), с. 116–123., [Online]. URL: [http://www.univishtov.bg/dialog\\_old/2006/4.06.J.V.pdf](http://www.univishtov.bg/dialog_old/2006/4.06.J.V.pdf)
- [7] Василева-Иванова, Р. (2015). Интерактивни методи на обучение за формиране на преподавателски компетентности у бъдещите учители по математика, с. 188.
- [8] Великова, Е. (2006). Изследователската дейност в обучението по геометрични трансформации (методическо пособие), Русенски университет “А. Кънчев”, с. 180.
- [9] Великова, Е., М. Петкова (2013). Училищен курс по геометрия. Ръководство за решаване на задачи (първа част) 1., Русе, Печатна база при Русенски университет “А. Кънчев”, с. 140.
- [10] Великова, Е., М. Петкова, Р. Василева, И. Р. (Ред.) (2013). Изследователската дейност в лабораторията по математика, информатика и лингвистика, по Проект 2013-РУ-04 Създаване на студентска учебно-изследователска лаборатория по МИЛ към ФНИ., Русенски университет “Ангел Кънчев”, с. 118.
- [11] Велчева, К. (2009). Формиране на проектно-изследователска култура в технологичното обучение. *Природни науки и Методика*, Университетско издателство “Епископ Константин Преславски,” Шумен XIX В 5, с. 141–149.
- [12] Владимирович, Ю. (2015). Технологический подход в образовании. *20-летний юбилей Институт Педагогики и психологии*, [Online]. URL: <https://forum.yspu.org/>. [05–02-2016]
- [13] Войноховска, В. (2011). Модел за управление на качеството на обучението в условията на конструктивистка и високотехнологична среда *Автореферат на дисертационен труд за присъждане на ОНС “ДОКТОР,”* Русе, с. 51.
- [14] Гаврилова, М. А. (2009). Формирование модели профессиональной компетентности учителей математики на базе университетского образовательного комплекса. *Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Педагогика*, 2, с. 99.
- [15] Ганчев, И., Ю. Колягин, Й. Кучинов, Л. Портев, Ю. Сидеров (1998). Методика на обучението по математика: От VIII до XI клас: Ч. 2., Модул, с. 286.

- [16] Ганчев, Н., И. Иванов (1993). Технологични основи на обучението. *Училище*, (7)–(8), 3–15, [Online]. URL: <http://www.ivanpivanov.com/research/>. [23-09-2014]
- [17] Георгиева, М. (2001). Рефлексията в обучението по математика (V-VI клас). В. *Търново*, Издателство „Фабер“, с. 199.
- [18] Гроздев, С., Д. Деков (2013). По пътя към първата компютърногенерирана енциклопедия. *Научно-методическо списание „Математика и информатика“*, Национално издателство за образование и наука „Аз Буки“, 56, (1), с. 49–59.
- [19] Гроздев, С., Д. Деков (2014). Учене чрез открития-нов ефективен подход в ученето чрез експериментиране. *Научно-методическо списание „Математика и информатика“*, Национално издателство за образование и наука „Аз Буки“ 57, (6), с. 568–585.
- [20] Гузеев, В., Н. Новожилова, А. Рафаева, Г. Скоробогатова (2007). Консултации: метод на проекти. *Педагогически технологии*, (1), с. 103–114.
- [21] Гълъбова, Д. (2012). Синергетичен модел „Пробуждащо математическо обучение“. *Научно-методическо списание „Математика и информатика“*, София 55, (5), с. 416–425.
- [22] Дерновский, И. (2004). Инновационные педагогические технологии., *Электронная онлайн библиотека*, с. 352., [Online]. URL: <http://banauka.ru/33.html>. [05-02-2015]
- [23] Димитрова, В., Ф. Лустиг (2011). Методологични аспекти на интегриране на интернет технологии в обучението по физика. *Сборник научни доклади от Международна конференция „Електронно, дистанционно ... или обучението на 21-ви век“*, 104, с. 29–40.
- [24] ЕК (2009). Европейската квалификационна рамка за учене през целия живот (ЕКР за УПЖ), ЕС, Люксембург: Служба за официални публикации на Европейските общности, [Online]. URL: [https://ec.europa.eu/ploteus/sites/eac-eqf/files/broch\\_bg.pdf](https://ec.europa.eu/ploteus/sites/eac-eqf/files/broch_bg.pdf). [07-Oct-2014]
- [25] ЕК (2010). Стратегия за интелигентен, устойчив и приобщаващ растеж Европа 2020, Европейска комисия, Европейски съюз, Брюксел, [Online]. URL: <http://www.strategy.bg/Publications/View.aspx?lang=bg-BG&Id=124>. [07-Oct-2014]
- [26] Иванов, И. (1998). Подготовка на дипломна работа., Аксиос, Шумен, с. 48.
- [27] Иванов, И. (2004). Теории за образованието. *Издателство К. Преславски*, Шумен 319.
- [28] Кинг, П. (2007). Сто философи. Животът и делото на най-великите световни мислители Отпечатано в Китай, 2004., Издателска къща „КИБЕА“, София, с. 192.
- [29] Кларин, М. (2003). Технологичен подход к обучению. *Школьные технологии*, 5, с. 3–22.
- [30] Князева, Е., С. Гроздев, М. Георгиева, Д. Гълъбова (2013). Синергетичният подход във висшето педагогическо образование. Върху примери от дидактика по математика., Издателство „СЛОВО“, Велико Търново, с. 214.
- [31] Князева, Е., С. Курдюмов (2014). Основания синергетики: Человек, конструирующий себя и свое будущее/Изд. стереотип./Синергетика: от прошлого к будущему. № 21. М.: URSS, с. 264.
- [32] Кръстева, А. (2013). Интерактивни образователни технологии в началното училище., Издателство „Астарта“, Пловдив, с. 342.
- [33] Кушнир, А. (2001). Методическия плюрализъм и научна педагогика. *Народно образование*, (1), с. 50–65.
- [34] Л. Антонова (Ed.) (2009). Годишник на Шуменския университет „Епископ Константин Преславски“ XIX В 5 ., Университетско издателство „Епископ Константин Преславски“, Шумен, с. 224.
- [35] Лалчев, З., И. Вутова, М. Върбанова (2005). Векторно-алгебричен метод за решаване на геометрични задачи от лица и обеми., София: „Веда Словена“ – ЖГ.
- [36] Леванова, Е., Т. Пушкарева (2015). Методологически подходи к интериоризации професионално-ориентированных знаний в процессе подготовки в ВУЗЕ. *Раздел: Педагогические науки*, 2, (1).
- [37] Марашева-Делинова, И. А. (2012). Развиване на интерес към математиката чрез разработване на проекти, прилагащи информационни технологии *Автореферат на дисертационен труд за присъждане на образователна и научна степен „ДОКТОР“, Професионално направление 1.3. Педагогика на обучението по..., докторска програма: Методика на обучението по математика и информационни технологии*, Пловдив, с. 33.
- [38] Михова, М. (2003). Дизайн на обучението., Издателство „Астарта“, Велико Търново.
- [39] Монахов, В. (1997). Технологическая карта-паспорт учебного процесса. Новокузнецкий ИПК. М. Новокузнецк.
- [40] Merriam-webster dictionary URL: <http://www.merriam-webster.com/>. [15-02-2014]

- [41] Невзорова, И. Б. (2012). Модель формиране на професионална компетентност на специалист в процеса на обучение на математика. *Средно професионално образование*, Автономна некоммерческа организация, Редакция на списание, Средно професионално образование (1).
- [42] Недкова, А. (2012). Образование в условията на информационното общество. *Управление и образование*, VIII, (2), с. 18–24.
- [43] Николаева, Н., В. Гуменюк (2012). Критерии за ефективност на реализацията на моделите за формиране на организационно-педагогически условия на образователната среда. *Современни проблеми на науката и образованието*, (6), [Online]. URL: <http://www.science-education.ru/104-6599>. [28-12-2014]
- [44] Николаева, Н., В. Гуменюк (2011). Организационно-педагогически условия за формиране на инновационна среда. *Современни проблеми на науката и образованието*, (2) [Online]. URL: <http://www.science-education.ru/96-4610>. [28-12-2014]
- [45] Николова, М. (2012). Проблемно-базиран подход в обучението по информационни технологии. *Научни трудове на Русенския университет*, 51, (6.1), с. 59–65., [Online]. URL: <http://conf.uni-ruse.bg/bg/docs/cp12/6.1/6.1-9.pdf>
- [46] Павлов, Д. (2001). Образователните информационни технологии, Модул първи (М-1), Издателство “Диана Узунова”, София, с. 151.
- [47] Павлова, И. (2006). Информационните технологии в образователния процес: еволюция към ново качество на образованието, in *Национална конференция „Образованието в информационното общество“*.
- [48] Пейчева-Форсайт, Р. (2010). Образователен и научноизследователски потенциал на академичния състав на Софийския университет „Св. Климент Охридски“ в областта на електронното обучение. *Софийския университет „Св. Климент Охридски“, Педагогически факултет*, с. 109.
- [49] Петкова, М. (2013). Интегриране на геометрични фрактални конструкции чрез geogebra за хибриден учебен процес. *Научно-методическо списание Математика и информатика*, София, Национално издателство за образование и наука, LVI, (6), с. 541–561.
- [50] Петкова, М., Е. Великова (2014). Ролята на педагогическите технологии в учебния процес - теоретичен анализ. *Годишно научно-теоретично списание „Педагогически новости“*. ISSN 1314-7714 <http://pedagogicnews.uni-ruse.bg/>, Русенски университет “А. Кънчев”, Факултет Природни науки и образование (1/2014), с. 56–66.
- [51] Петров, П., М. Атанасова (2001). Образователни технологии и стратегии на учене. *Веда Словена-ЖГ*, София, с. 300.
- [52] Писаренко, В. (2012). Технологическият подход в съвременната педагогика. *Раздел VII. Проблеми на образованието*, с. 240–247. [Online]. URL: <http://izv-tn.tti.sfedu.ru/?p=4747>. [05-05-2014]
- [53] Прохоров, А., С. Кравцов (2006). Большой российский энциклопедический словарь. М.: ДРОФА.
- [54] Радев, П., Г. Цоков, П. Лазаров, К. Къндева, Р. Иванова, З. Касандрова, А. Александрова, О. Койчев, А. Блянтова (2007). Педагогика., Издателска къща „Хермес“, Пловдив, с. 527.
- [55] РБ (2014а). Конвергентна програма на Република България 2014 – 2015 г., Министерство на финансите, [Online]. URL: <http://www.strategy.bg/StrategicDocuments/View.aspx?lang=bg-BG&Id=85>. [10-Mar-2014]
- [56] РБ (2013). Национална програма „Квалификация“, Приложение № 2 към т. 1, буква „б“ към Национална програма за развитие на училищното образование и предучилищното възпитание и подготовка 2006 – 2015 г. Решение № 615 от 17.10.2013 г., актуализирана, одобрена с РМС № 203/2013 г., Министерски съвет, [Online]. URL: <http://www.strategy.bg/StrategicDocuments/View.aspx?lang=bg-BG&Id=393>. [10-07-2014]
- [57] РБ (2014б). Национална програма за развитие: България 2020. (Приложение № 3 към т. 1), (буква „в“ към Национална програма за развитие на училищното образование и предучилищното възпитание и подготовка 2006),–(2015 г.), с. 41. [Online]. URL: <http://www.strategy.bg/StrategicDocuments/View.aspx?lang=bg-BG&Id=393>. [07-Oct-2014]
- [58] РБ (2014с). Оперативна програма Наука и образование за интелигентен растеж 2014 – 2020 г., Министерство на образованието и науката, [Online]. URL: <https://www.mon.bg/?go=page&pageId=13&subpageId=706>. [02-02-2015]

- [59] Речник на българския език. Т. 11 (О) (2002). АИ „Проф. Марин Дринов“, ЕТ „ЕМАС“, София, [Online]. URL: <http://ibl.bas.bg/rbe/>. [12-10-2013]
- [60] Речник на българския език. Т. 13 (Поен – Прелестно) (2008). АИ „Проф. Марин Дринов“, ЕТ „ЕМАС“, София, [Online]. URL: <http://ibl.bas.bg/rbe/>. [12-10-2013]
- [61] Речник на българския език. Т. 6. (И-Й) (1990). Издателство на Българската Академия на Науките, София, [Online]. URL: <http://ibl.bas.bg/rbe/>. [12-10-2014]
- [62] Салиходжаева, Р. (2012). Основные аспекты в обучении медицинских сестёр с высшим образованием. *Молодой ученый*,  $\backslash$  Издательство  $\backslash$  Молодой ученый (39), с. 457–459.
- [63] Селевко, Г. (2005). Педагогические технологии на основе информационно-коммуникационных средств., НИИ школьных технологий, Москва, с. 208.
- [64] Селевко, Г. (2006а). Энциклопедия образовательных технологий 2, Народное образование. НИИ школьных технологий, Москва.
- [65] Селевко, Г. (2006б). Энциклопедия образовательных технологий 1, Народное образование. НИИ школьных технологий, Москва, с. 468.
- [66] Старибратов, И., Е. Ангелова (2011). Методически подходи за обучение чрез използване на електронни учебни ресурси. Institute of Mathematics and Informatics Bulgarian Academy of Sciences, Association for the Development of the Information Society, с. 329–336.
- [67] Ташева, С., Д. Павлов (2000). Иновации в технологията на обучение при професионалната подготовка. *Национален институт по образование, С.:МОН и НИО*, с. 13–24.
- [68] Трайнев, В., И. Трайнев (2003). Информационные педагогические технологии (обобщения и рекомендации): Учебное пособие . Москва, с. 280. [Online]. URL: <http://jsulib.ru/Lib/Articles/983/835/index.htm>. [12-10-2013]
- [69] Филипова-Байрова, М., С. Бояджиев, Е. Машалова, К. Костов (1982). Речник на чуждите думи в българския език., Институт за български език, Българска академия на науките, С., с. 1015.
- [70] Цветков, Д. (1987). Общопедагогически проблеми на педагогическите технологии 5., Народна просвета.
- [71] Чолаков, К., Г. Герджиков (1995). Аудио-визуални и компютърни информационни технологии в обучението., Университетско издателство “Св. св. Кирил и Методий”, с. 224.
- [72] Юрьевич, А. М. (2013). Дидактические возможности и особенности свободной программы динамической геометрии GEOGEBRA. *Применение инновационных технологий в образовании: материалы XXIV Междунар. конф., 26-27 июня 2013 г., Москва, Троицк*, с. 448–451. [Online]. URL: <http://tmo.ito.edu.ru/2013/section/220/96517/index.html>
- [73] Aggarwal, J. (2009). Essentials Of Educational Technology, 2E., Vikas Publishing House Pvt Limited, [Online]. URL: <https://books.google.com.au/books?id=BHH3HBcTf8YC>
- [74] Balanskat, A., R. Blamire, S. Kefala (2006). The ICT impact report. *A review of studies of ICT impact on schools in Europe*, p. 11.
- [75] Braver, M., S. Braver (1988). Statistical treatment of the Solomon four-group design: A meta-analytic approach. *Psychological Bulletin*, American Psychological Association 104, (1), p. 150.
- [76] Christou, C., N. Mousoulides, M. Pittalis, D. Pitta-Pantazi (2005). Problem solving and problem posing in a dynamic geometry environment. *The Mathematics Enthusiast*, 2, (2), pp. 125–143.
- [77] Clough, M., J. Olson, D. Niederhauser (2013). The nature of technology: implications for learning and teaching., Springer Science & Business Media.
- [78] Creswell, J. W. (2002). Educational research: Planning, conducting, and evaluating quantitative. *New Jersey: Upper Saddle River*.
- [79] Demana, F., B. Waits (1990). Enhancing mathematics teaching and learning through technology. *Teaching and learning mathematics in the 1990s*, Reston (VA): NCTM 19905, pp. 212–222.
- [80] Galbraith, J. (2007). The New Industrial State., Princeton University Press, [Online]. URL: <http://books.google.ro/books?id=8l2G-C8H8IoC>
- [81] Hepp, P., J. E. Hinojosa, E. Laval, L. Rehbein (2004). Technology in schools: Education, ICT and the knowledge society., World Bank, Distance & Open Learning and ICT in Education Thematic Group, Human Development Network, Education, p. 86.
- [82] Hohenwarter, M., K. Fuchs (2004). Combination of dynamic geometry, algebra and calculus in the software system GeoGebra, in *Computer Algebra Systems and Dynamic Geometry Systems in Mathematics Teaching Conference*, [Online]. URL: [http://www.geogebra.org/publications/pecs\\_2004.pdf](http://www.geogebra.org/publications/pecs_2004.pdf). [16-03-2014]

- [83] Johnson, J. (2000). Teaching and Learning Mathematics: Using Research to Shift from the “yesterday” Mind to the “tomorrow” Mind., Office of Superintendent of Public Instruction, [Online]. URL: [www.k12.wa.us](http://www.k12.wa.us)
- [84] Mangal, S., U. Mangal (2009). Essentials Of Educational Technology., Prentice-Hall Of India Pvt. Limited, 812., [Online]. URL: <http://books.google.com.au/books?id=fGykvf11JX4C>
- [85] Novak, A. M., C. I. Gleason (2001). Incorporating portable technology to enhance an inquiry, project-based middle school science classroom in *Portable Technologies*, Springer, pp. 29–62.
- [86] Pattar, U., V. H. Raybagkar, S. Garg (2012). Teaching-Learning through innovative experiments: An investigation of students’ responses. *Lat. Am. J. Phys. Educ. Vol*, 6, (3), p. 347.
- [87] Petkova, M. (2013). GeoGebra in School Course in Geometry. *Mathematics, Informatics and Physics, Conference ITE*, the Union of Scientists - Ruse 5, (10), pp. 136–145. [Online]. URL: [http://suruse.uni-ruse.bg/files/Conference/\\_MagdalenaPetkova.pdf](http://suruse.uni-ruse.bg/files/Conference/_MagdalenaPetkova.pdf)
- [88] Petkova, M. (2011). Teaching and Learning Mathematics Based on GeoGebra Usage, in *Mathematics, Informatics and Physics*, 8, (5), pp. 145–152. [Online]. URL: [http://suruse.uni-ruse.bg/files/Conference\\_MagdalenaPetkova.pdf](http://suruse.uni-ruse.bg/files/Conference_MagdalenaPetkova.pdf)
- [89] Petkova, M., E. Velikova (2015a). GeoGebra Constructions and Problems for Arbelos and Archimedean circles. *GeoGebra Global Gathering, 15-17 July, 2015*, International GeoGebra Institute, Linz, Austria, [Online]. URL: <http://tube.geogebra.org/material/simple/id/1383213>
- [90] Petkova, M., E. Velikova (2015b). Mathematical Problem Posing on the Basis of the GeoGebra Multi-platform, in *Proceedings of the Annual Conference RU & SU, 09-10.10.2015, 70 years of traditions and innovations*, 54, (6.4), pp. 28–39.
- [91] Phonguttha, R., S. Tayraukham, P. Nuangchalerm (2009). Comparisons of Mathematics Achievement, Attitude towards Mathematics and Analytical Thinking between Using the Geometer’s Sketchpad Program as Media and Conventional Learning Activities. *Australian Journal of Basic and Applied Sciences*, INSInet Publication 3, (3), p. 3036–3039.
- [92] PIRLS Progress in International Reading Literacy Study, TIMSS & PIRLS International Study Center, International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA), [Online]. URL: <http://timssandpirls.bc.edu/pirls2016/framework.html>. [10-Nov-2015]
- [93] PISA Programme for International Student Assessment, [Online]. URL: <http://www.oecd.org/pisa/>. [09-Jun-2014]
- [94] Sampath, K. (2001). Introduction to educational technology., Sterling Publishers Pvt. Ltd, 367.
- [95] Savage, E., L. Sterry (1990). A Conceptual Framework for Technology Education Part 2. *Technology Teacher*, ERIC 50, (2), pp. 7–11.
- [96] Savin-Baden, M. (2000). Problem-based learning in higher education: Untold stories., McGraw-Hill International.
- [97] Sharma, R., S. Chandra (2003). Advanced Educational Technology 2., Atlantic Publishers, p. 576.
- [98] Singh, C. (2006). Introduction to Educational Technology., Lotus Press, p. 314. [Online]. URL: <https://books.google.com.au/books?id=-P8rIKEPe4wC>
- [99] Singh, Y., T. Sharma, B. Upadhya (2008). Education Technology: teaching Learning., APH Publishing, 338., [Online]. URL: <https://books.google.ro/books?id=VxA9o26xAvC>
- [100] Spector, J. (2012). Foundations of educational technology: Integrative approaches and interdisciplinary perspectives., Routledge, p. 216.
- [101] TALIS Teaching and Learning International Survey, [Online]. URL: <http://www.oecd.org/edu/school/talis.htm>. [09-Jun-2014]
- [102] Terzieva, V., P. Kademova-Katzarova (2013). Advanced ICT based Training Methods. *Association for the Development of the Information Society*, Institute of Mathematics and Informatics Bulgarian Academy of Sciences VI, pp. 237–247.
- [103] TIMSS Trends in International Mathematics and Science Study, TIMSS & PIRLS International Study Center, International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA), [Online]. URL: <http://timssandpirls.bc.edu/timss2015/frameworks.html#>. [10-Nov-2015]
- [104] Wu, H.-K., Y.-S. Hsu, F.-K. Hwang (2008). Factors affecting teachers’ adoption of technology in classrooms: Does school size matter? *International Journal of Science and Mathematics Education*, Springer 6, (1), pp. 63–85.